MÓDULO TRES	
Orden 136/2023, de 19 de junio	**Orden 94/2017, de 12 de mayo**
III-1. Números racionales e irracionales. Notación científica. (3.1) III-2. La Proporcionalidad, su representación gráfica y sus aplicaciones. **(**3.1/**1.6.1.2/1.6.1.3)**. III-3. Geometría del espacio. Coordenadas geométricas, sistema de representación de los cuerpos en el espacio. Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes de los mismos. **(**3.4/**2.10.6:perspectivas)** III-4. La función lineal y cuadrática como modelización de situaciones reales. (3.3) III-5. Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano. (3.6) III-6. Estructura de la materia. La formación de sustancias y su denominación en lenguaje científico. (3.7). **III-7. La naturaleza eléctrica de la materia. Circuitos y operadores eléctricos. El ahorro y la eficiencia energética como base para un desarrollo sostenible energéticamente. (2.8.3**/3.8.5/3.8.6**)** **III-8. El universo: teorías de formación, estructuras básicas. El sistema Solar e hipótesis del origen de la vida en la Tierra. (1.5)** **III-9. Rocas y minerales. Procesos geológicos internos y externos, sus riesgos naturales. Formación del relievey el paisaje. (1.5.5)**	3.1. Los números reales. **3.2. Ecología y medioambiente. (II.3)** 3.3. Álgebra 3.4. Geometría del espacio **3.5. Química ambiental**~~. Máquinas.~~ **(II.3)** 3.6. Estadística. 3.7. Estructura de la materia. **3.8. Energía. Transformaciones. Fuentes de energía (I.7**). Actividad humana y medioambiente.
Novedades	
Añade:	**Elimina**
1.6.1.2/1.6.1.3.Proporcionalidad directa e inversa (apartados 1.2 y 1.3 del tema 6 de 1º) 2.10.6.Perspectivas (apartado 6 del tema 10 de 2º) 2.8.3.Electricidad (apartado 3 del tema 8 de 2º) 1.5.El Universo y la Tierra (tema 5 de 1º) Anexo sobre rocas y minerales	3.2.Ecología y medioambiente (tema 2 de 3º) 3.5.Química ambiental. Máquinas (tema 5 de 3º) 3.8.Energía (tema 8 de 3º)

MÓDULO CUATRO	
Orden 136/2023, de 19 de junio	**Orden 94/2017, de 12 de mayo**
IV-1. Funciones. Función lineal. Función Cuadrática. (4.1) IV-2. La materia. Gases. (4.2/4.4) IV-3. Genética celular. (4.5) **IV-4. Salud y enfermedad. (TEMA ANEXO)** IV-5. Probabilidad. (4.6) IV-6. Trigonometría. (4.3) IV-7. Cinemática. Movimientos de interés. (4.7) IV-8. Dinámica. Fuerzas de interés. (4.7) IV-9. Trabajo, Energía y Calor. (4.8)	4.1. Funciones. Función lineal. Función Cuadrática. 4.2. Transformaciones químicas. I+D+i. 4.3. Trigonometría 4.4. La materia 4.5. Genética molecular 4.6. Probabilidad. 4.7. Movimientos y fuerzas 4.8. Trabajo. Potencia. Energía y Calor
Novedades	
Añade:	**Elimina**
Anexo de salud y enfermedad	(nada)

MÓDULO UNO	
Orden 136/2023, de 19 de junio	**Orden 94/2017, de 12 de mayo**
I-1. Números naturales y enteros. Operaciones básicas. (1.1/1.2) I-2. Números fraccionarios y decimales. Operaciones básicas. (1.4). **I-3. La célula. (2.4)** I-4. Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico. (1.6/1.7) I-5. Los seres vivos. (1.8) I-6. Investigación científica. (1.3**+Anexo método científico)** **I-7. La energía. (3.8)** I-8. Dispositivos digitales. **(1.9)**	1.1. Estudio de los números naturales y enteros 1.2. Divisibilidad de los números naturales 1.3. La Tecnología a lo largo de la historia 1.4. Los números racionales y decimales. Operaciones. **1.5. El Universo y la Tierra.** 1.6. Proporcionalidad numérica. 1.7. Álgebra 1.8. Estudio de la Biodiversidad 1.9. Iniciación a las TIC
Novedades	
Añade:	**Elimina**
2.4.La célula (tema 4 de 2º) 3.8.La energía (tema 8 de 3º) Anexo sobre el método científico.	1.5. El Universo y la Tierra (tema 5 de 1º)

MÓDULO DOS	
Orden 136/2023, de 19 de junio	**Orden 94/2017, de 12 de mayo**
II-1. Operaciones con números. Proporcionalidad. (2.1/**3.1.1)** II-2. El lenguaje científico. Magnitudes y unidades. (2.3) **II-3. Ecosistemas. componentes y conservación. Consecuencias del cambio climático. (3.2/3.5.I)** **II-4. Atmósfera, hidrosfera, geosfera, biosfera y relaciones entre ellas. (1.5.5)** II-5. La materia y los sistemas materiales. Clasificación. (2.7) II-6. Geometría plana. Longitudes, ángulos y áreas. (2.5) II-7. Aparatos digestivo, respiratorio, circulatorio y excretor. (2.6) II-8. La función de relación. (2.9) II- 9. El aparato reproductor. (2.11) II-10. Lenguaje algebraico. Ecuaciones lineales. (2.2) II-11. Estudio elemental del movimiento y de las fuerzas. (2.8.1/2.8.2) II-12. Coordenadas cartesianas. Expresión gráfica. (2.10)	2.1. Potencias. 2.2. Algebra II. Ecuaciones de primer grado. 2.3. La medida **2.4. La célula, unidad fundamental de los seres vivos. (I.3)** 2.5. Geometría Euclídea. 2.6. La función de la nutrición. 2.7. La materia que nos rodea. 2.8. Las Fuerzas y sus efectos **(2.8.3->III.7)** 2.9. La función de la relación 2.10. Expresión Gráfica. El Proyecto Técnico 2.11. Funciones Vitales III. Función de Reproducción
Novedades	
Añade:	**Elimina**
3.2.Ecología y medioambiente (tema 2 de 3º) 3.5.I.Química ambiental (1ªparte del tema 5 de 3º) 1.5.5.Estructura de la Tierra (apartado 5 del tema 5 de 1º)	2.4. La célula, unidad fundamental de los seres vivos (tema 4 de 2º) 2.8.3.Electricidad (apartado 3 del tema 8 de 2º)

Bloque 10. Tema 1.

Funciones. Función lineal. Función Cuadrática.

ÍNDICE

1) Introducción

Comprender las matemáticas es necesario para insertarse adecuadamente en el mundo actual; pensar de forma lógica, sistemática y razonar nos sirve para solucionar problemas que precisan de conocimientos comunes para poder dar respuesta. Este tipo de comunicación necesita de un conjunto de habilidades para las cuales es fundamental el aprendizaje de las matemáticas y su lenguaje. Representar e interpretar, por ejemplo, son aspectos de la comunicación que ejercitarás en este bloque.

Este primer tema se forma con tres apartados diferenciados: una primera parte de **GENERALIDADES DE FUNCIONES**, otra segunda en la que tratamos las **FUNCIÓN LINEAL** y la última en la que estudiamos la **FUNCIÓN CUADRÁTICA**. En la primera, desarrollaremos la interpretación de las gráficas de funciones y los conocimientos previos que necesitaremos para desarrollar correctamente las funciones. En la segunda y tercera, se desarrolla el tratamiento de funciones lineales, afines y cuadráticas mediante situaciones y problemas de la vida cotidiana.

2) Funciones

El concepto de función es bastante abstracto, lo que hace complicada su definición y comprensión; sin embargo, sus aplicaciones son múltiples y muy útiles, lo que las hace muy importantes.

Por ejemplo, las funciones sirven para poder explicar muchos fenómenos que ocurren en disciplinas tan diferentes como la Física, la Economía o la Sociología.
A pesar de las dificultades, algunas características que poseen las funciones se entienden fácilmente cuando se representan gráficamente, por resultar entonces muy intuitivas, y eso es suficiente para poder analizar y resolver muchas cuestiones.

Existen multitud de fenómenos en nuestra vida cotidiana en los que aparecen relacionadas dos magnitudes. Pero, ¿recuerdas lo que es una **MAGNITUD**?, una magnitud es cualquier cualidad que se pueda medir y expresar mediante un número.

Por ejemplo, el precio de un billete en un medio de transporte y la distancia del viaje, son dos magnitudes que se relacionan entre sí porque ambas son cuantificables y el precio final del billete tiene relación con la distancia del viaje. Otros ejemplos serían el precio de un kilo de fruta o carne y el número de kilos que compramos; o la duración de un trayecto y la velocidad a la que vamos; el número de latidos del corazón en una unidad de tiempo… todas ellas son situaciones donde relacionamos dos magnitudes.
Muchas de esas relaciones se rigen por una ley de proporcionalidad, directa o inversa, pero hay otras muchas en las que la correspondencia entre ambas magnitudes es más complicada.
Esta relación funcional se puede establecer, muchas veces, mediante una expresión matemática o fórmula (**expresión algebraica o analítica de la función**), lo que nos permitirá trabajar de forma cómoda con ella. Otras veces viene dada mediante una **tabla de valores** donde aparecen los valores relacionados entre sí. En ocasiones tenemos la relación en forma de **gráfica**…

Una **función** es una relación existente entre dos magnitudes a través de una expresión matemática, de tal manera que a cada valor de la primera, a la que llamaremos **VARIABLE INDEPENDIENTE**, le corresponde un único valor de la segunda variable a la que llamaremos **VARIABLE DEPENDIENTE**.

Ejemplo:

El precio de un viaje en taxi viene dado por una parte fija, a la que llamamos bajada de bandera de 3€, y además 50 céntimos por cada minuto de duración del viaje. Si lo expresamos en forma de función sería: ***Y = f(x) =0,5X + 3****, siendo X el tiempo en minutos que dura el viaje e Y sería el resultado de lo que debemos pagar. Como podemos observar la función relaciona dos variables:* ***X*** *es la variable independiente e* ***Y*** *que es la variable dependiente (depende de los minutos que dure el viaje).*

En ella, **f** es el nombre que le ponemos a la función y podríamos llamarla usando otras letras (las que se usan más son “f”, “g” y “h”). Entre paréntesis va la **variable “x”** que representa el número de minutos que vamos en taxi, y ésta es la variable independiente puesto que nosotros elegimos libremente a dónde necesitamos ir. Por último, **la variable “y”** representa el precio que debemos pagar, y es la variable dependiente puesto que “depende” de cuántos minutos nos lleve llegar, es decir, depende de “x”.

La expresión, **f(x)** que se lee “f de x”, se suele usar con mucha frecuencia para designar a la variable dependiente porque:

1º) en ella se ve cuál es la variable independiente y, por tanto:

2º) resulta muy cómodo escribir cuánto nos costaría ir en taxi un tiempo concreto, por ejemplo, 15 minutos. Se expresaría “f de 15” y su valor es $f(15) = 0,5\cdot 15+3 = 10,5$ €. (Sustituir en la expresión de la función la X por el valor 15)

Las funciones se representan sobre unos **ejes cartesianos o de coordenadas** para estudiar mejor su comportamiento.

Resumiendo: Una función la podemos expresar a través de su expresión algebraica o analítica, su tabla de valores o su gráfica. Y además, conocida una de ellas podemos ser capaces de concretar las otras.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

$Y = f(x) = 0{,}5X + 3$

TABLA DE VALORES

x	10	20	30
Y = 3 + 0,5X	**8**	**13**	**18**

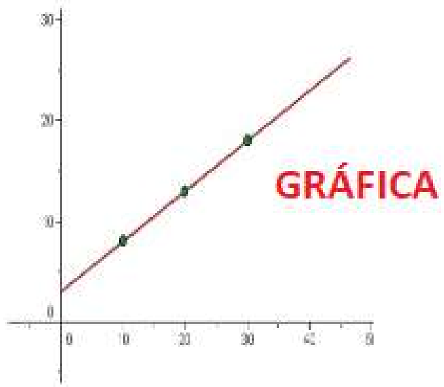


Imagen Nº 1. Representación de Funciones. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Existen diversos tipos de funciones, en este tema nos centraremos en las FUNCIONES LINEALES y CUADRÁTICAS, las que se representan gráficamente mediante una recta y una parábola, respectivamente. Pero antes de comenzar con ellas recordaremos algunos conceptos que necesitamos para empezar.

Ejercicio 1:

De las siguientes relaciones que se establecen entre dos variables, INDICA si SON FUNCIONES:

	S / N
a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.	
b) El coste de una llamada telefónica y su duración.	
c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.	
d) Edad de una persona y su color de pelo.	
e) Color de un diario y número de páginas escritas.	
f) Cantidad de alumnos de una clase y número de aprobados.	
g) El sexo de una persona y la cantidad de cigarrillos diarios que fuma.	

Ejercicio 2:

Fíjate en las gráficas siguientes hay dos lineales y dos no lineales, indica cuál es de cada tipo:

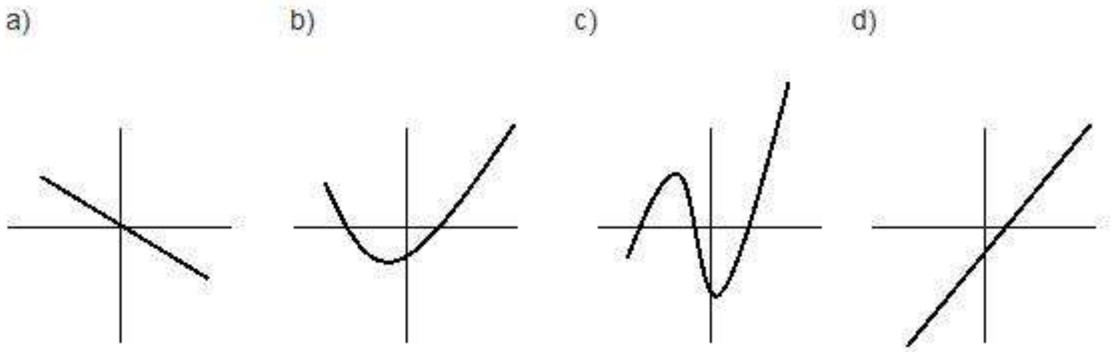


Imagen Nº 2. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 3:

Indica cuál es la variable dependiente (Y) y cuál la independiente (X) en las siguientes funciones:

a) El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

b) El coste de una llamada telefónica y su duración.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.

DEPENDIENTE Y	INDEPENDIENTE X

2.1. Ejes de coordenadas o cartesianos

Según estudiamos en el módulo anterior, cuando queremos representar gráficamente un número, los dibujamos sobre una recta, llamada recta numérica, en la cual establecemos un punto de referencia, que es el 0, a partir del cual trazamos los números positivos (hacia la derecha) y los negativos (hacia la izquierda).

Pues bien, si estamos trabajando con una única variable que toma valores numéricos y los queremos representar, lo haremos igualmente sobre dicha recta. Entonces diremos que estamos trabajando en una dimensión.

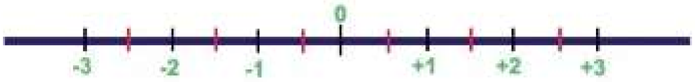


Imagen Nº 3. Recta. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ahora bien, si trabajamos en el plano, necesitamos dos valores para referirnos a cualquier punto. Seguro que recuerdas el famoso juego de los barcos: tocado, hundido y agua. De la misma manera, si tenemos dos variables que están relacionadas (una función), que toman valores numéricos y los queremos dibujar, tendremos que utilizar dos rectas o ejes diferentes (cada uno para los datos correspondientes a una variable) y que sean secantes para poder establecer la relación entre ambas. Si las rectas se cortan de forma perpendicular, es más sencillo trabajar. El sistema de representación de puntos en el plano llamado **EJE DE COORDENADAS O EJES CARTESIANOS** está formado por dos ejes perpendiculares, uno horizontal llamado **EJE DE ABSCISAS**, donde se representan los valores de la variable independiente (que toma los valores libremente, y que suele llamarse “x”), y otro vertical llamado **EJE DE ORDENADAS**, donde se representan los valores de la variable dependiente (porque se calculan a partir de la otra, y que suele llamarse “y”). El punto donde se cortan ambos ejes se llama **ORIGEN DE COORDENADAS** y, al cortarse los dos ejes, el plano queda dividido en cuatro zonas, que se conocen como **CUADRANTES**, y que se nombran en el sentido contrario a las agujas del reloj empezando desde la parte positiva del eje de abscisas.

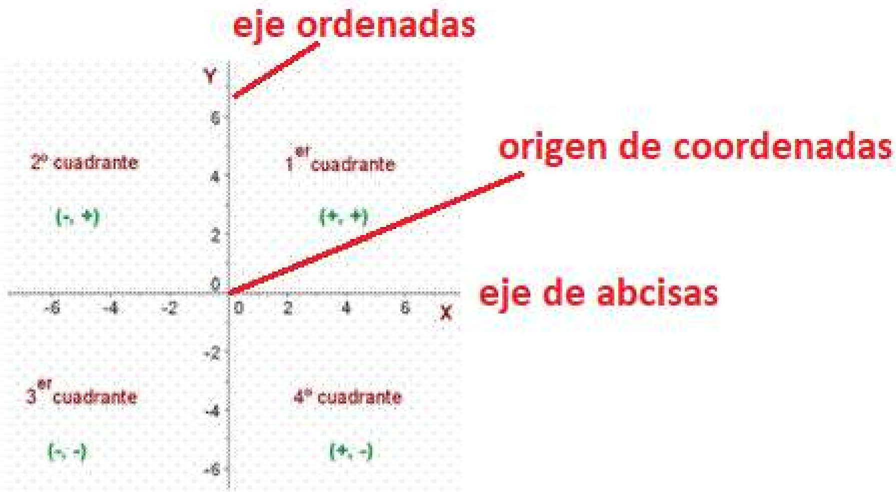


Imagen Nº 4. Ejes de coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Una vez establecido el EJE DE COORDENADAS con respecto al cual poder situar los puntos, para llegar a uno en concreto partimos del origen de coordenadas al que llamamos punto "O", recorremos una determinada cantidad hacia la derecha o la izquierda y luego otra hacia arriba o hacia abajo. Así cada punto queda determinado por un par de números, la medida de los caminos realizados en ambas direcciones, a los que llamamos **COORDENADAS DEL PUNTO**. El origen de coordenadas, O, tiene de coordenadas: O (0, 0).

Las coordenadas de un punto A son un par ordenado de números reales **(x, y)**, siendo "x" la primera coordenada o abscisa (nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje vertical) e "y" la segunda coordenada u ordenada (nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje horizontal).
Cuando ese valor se toma hacia la izquierda o hacia abajo lo indicamos con un número negativo y si es hacia arriba o a la derecha lo indicamos con uno positivo, de la misma manera que hacíamos al representar los números en la recta.

De esta forma, cualquier punto del plano queda totalmente determinado mediante sus coordenadas y viceversa, a toda pareja ordenada de números le corresponde un punto del plano.

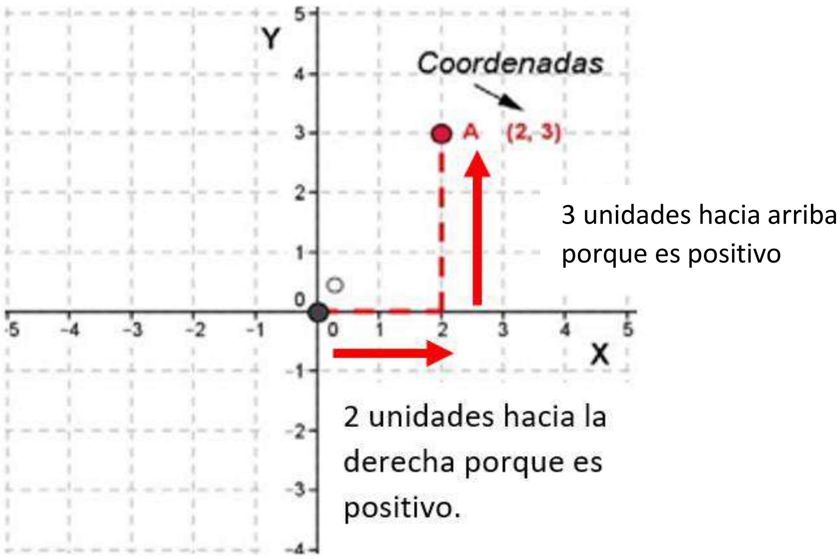
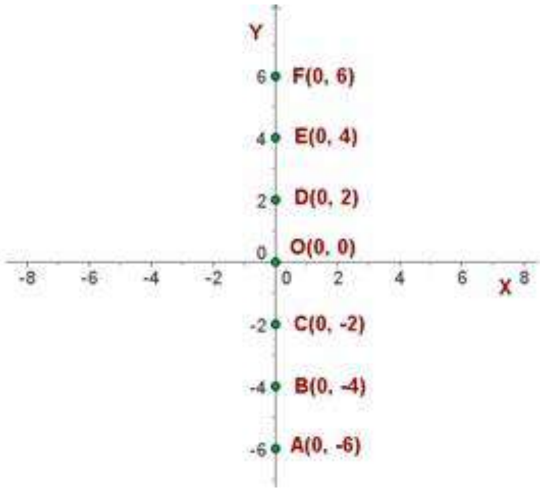


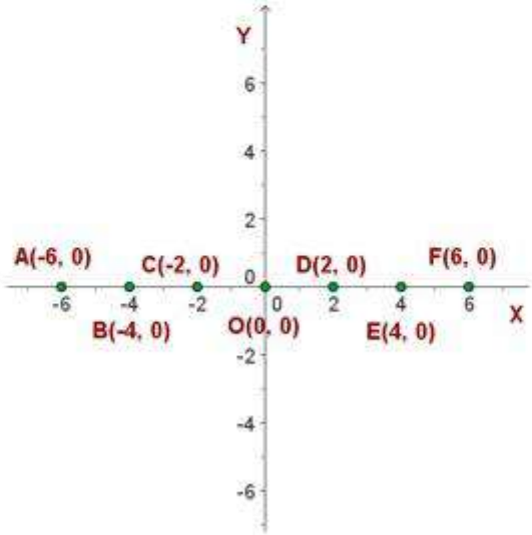
Imagen Nº 5. Coordenadas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Es muy importante que domines todo lo relacionado con las coordenadas de los puntos. Así, debemos saber dibujar un punto en los ejes a partir de sus coordenadas y al revés, obtener las coordenadas a partir de su representación en los ejes.

Observa ahora algunas pautas que te ayudarán a realizar esas dos tareas más rápidas:



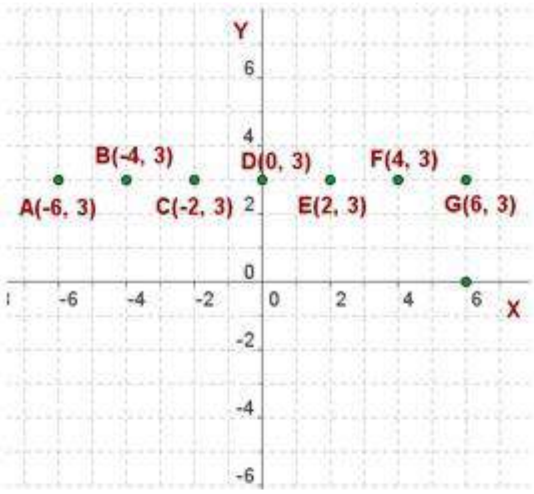
- Los puntos situados en el eje de ordenadas tienen su abscisa igual a 0.



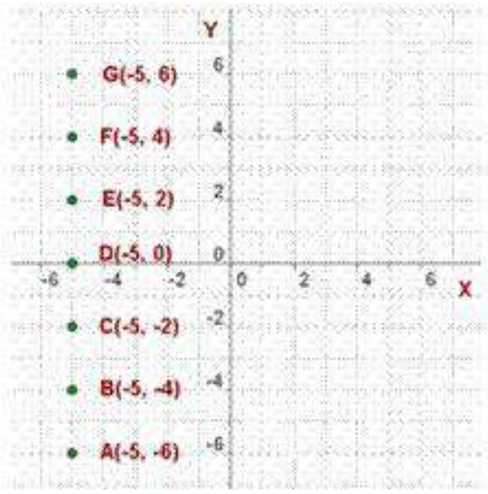
- Los puntos situados en el eje de abscisas tienen su ordenada igual a 0.

Imagen Nº 6. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

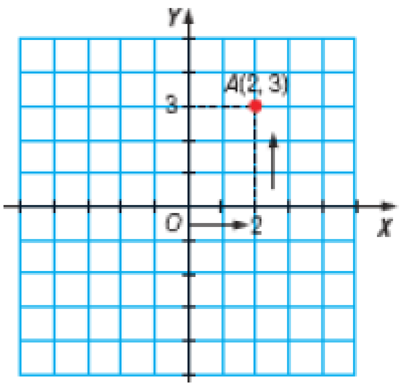
Imagen Nº 7. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

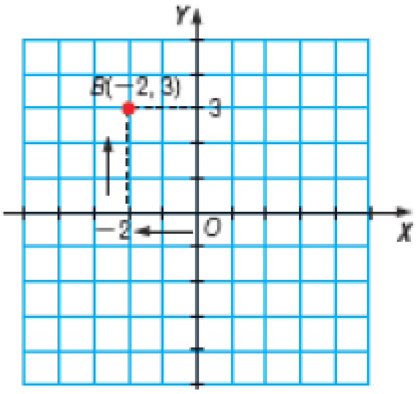


- Los puntos situados en la misma línea horizontal (paralela al eje de abscisas) tienen la misma ordenada.

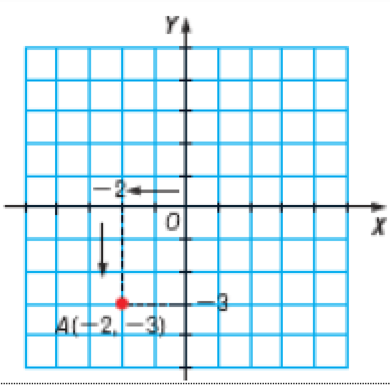


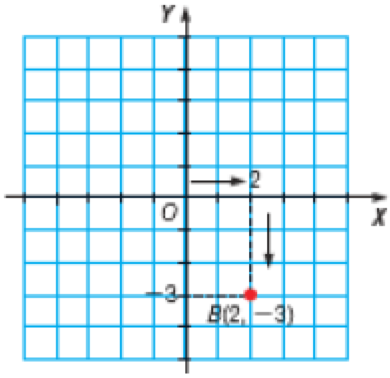
- Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la misma abscisa.





- Los puntos del primer cuadrante tienen el valor de sus dos coordenadas positivas.
- Los puntos del segundo cuadrante tienen su abscisa negativa y su ordenada positiva.





- Los puntos del tercer cuadrante tienen ambas coordenadas negativas.
- Los puntos del cuarto cuadrante tienen su abscisa positiva y su ordenada negativa.

Imagen Nº 8. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ejercicio 4:

Escribe las coordenadas de los puntos dibujados en el siguiente eje de coordenadas:

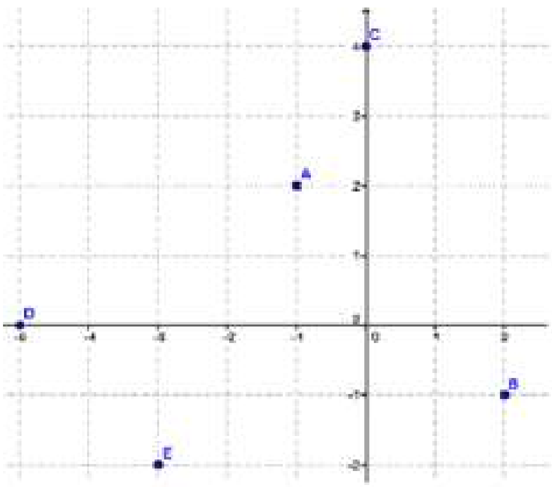


Imagen Nº 9. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ejercicio 5:

Dibuja los siguientes puntos: A(1, 1)   B(0, 0) C(2, 0)   D(3, -3)   E(-1, -3)

2.2. Tabla de valores o de datos

Una tabla es una representación de datos, mediante P**ARES ORDENADOS** que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

¿Cómo se completa una tabla de datos? Hay diferentes formas. Veámoslas:

1ª. Pues bien, nosotros **a partir de una gráfica** podemos obtener su tabla de valores. No hay más que identificar puntos que pertenezcan a la gráfica y determinar cuáles son sus coordenadas. Éstas serán los pares ordenados de la tabla. Veamos cómo se hace con un ejemplo. Supongamos que nos dan la siguiente gráfica:

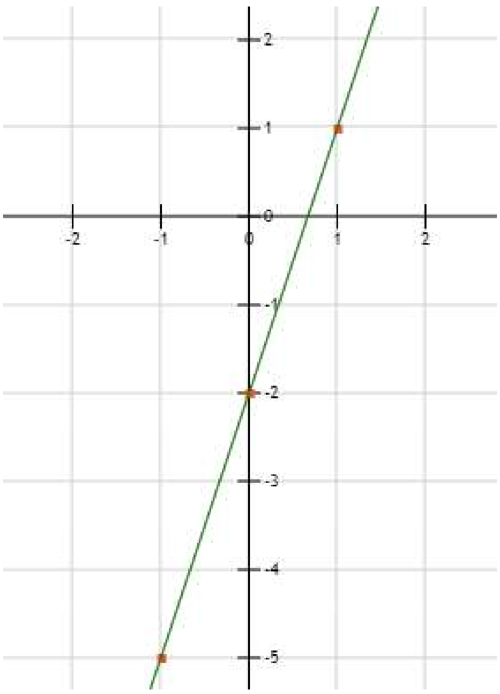


Imagen Nº 10. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Si nos fijamos bien nos aparecen tres puntos fáciles de localizar sus coordenadas. De izquierda a derecha serían: (-1,-5) ; (0,-2) ; (1,1).Estos tres puntos los podemos presentar en una tabla de valores como la que sigue:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

2ª. Cómo realizamos nuestra tabla de valores cuando en lugar de facilitarnos la gráfica nos dan la **expresión analítica o algebraica** de la función. Si continuamos con nuestro ejemplo, su expresión algebraica sería $f(x)=3x-2$. En este caso, lo que haremos será calcular el valor de la función para diferentes valores de x. Si no me exigen determinados valores para la x elegimos nosotros los que deseemos. ¿Cómo se hace esto?:

Si $x= -1 \rightarrow f(-1)= 3\cdot (-1) -2 = -3-2 = -5$ Si te das cuenta, lo que hacemos en sustituir el -1 por la x. Es decir, poner el -1 donde en la función aparece x, y después operamos. Así nos sale un par ordenado formado por: **(-1, -5)**

Si $x= 0 \rightarrow f(0)= 3\cdot 0 -2= 0-2 =-2 \rightarrow$ **(0, -2)**

Si $x = 1 \rightarrow f(1)= 3\cdot 1-2=3-2=1 \rightarrow$ **(1, 1)**

Ahora ya tenemos nuestros tres pares ordenados que podemos situarlos en una tabla de valores:

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

Ejercicio 6:

Completa los valores de la siguiente tabla:

Kg de limones	0	4		7	8	
Precio en €	0	2	5			1,5

Ejercicio 7:

Completa los valores de la siguiente tabla:

Valor	0	-2	2	1	-3	ó	3
Valor al cuadrado	0	4	4			16	

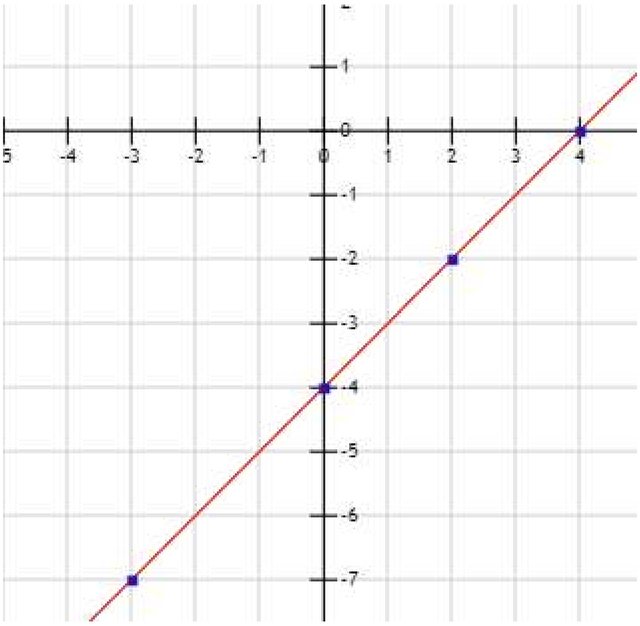
Ejercicio 8:

A partir de las siguientes expresiones algebraicas, obtén una tabla de valores de 5 puntos:

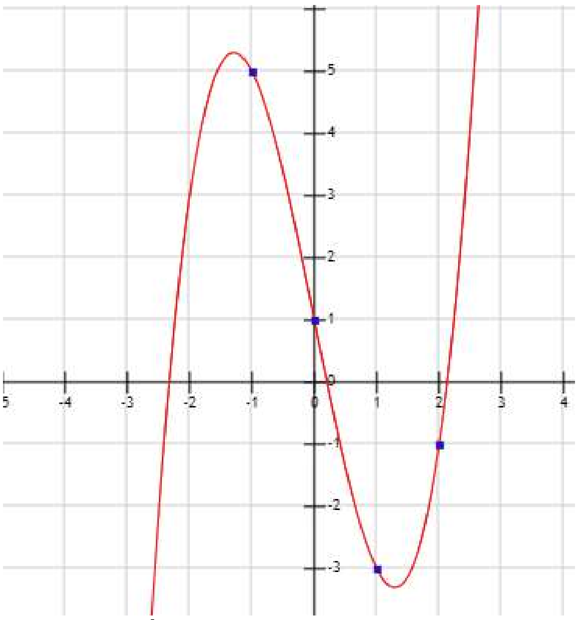
a) $f(x)= 4x-2$ b) $f(x)= x^2+ 2x - 5$

Ejercicio 9:

A partir de las siguientes gráficas, obtén una tabla de valores:



b) GRÁFICA 2



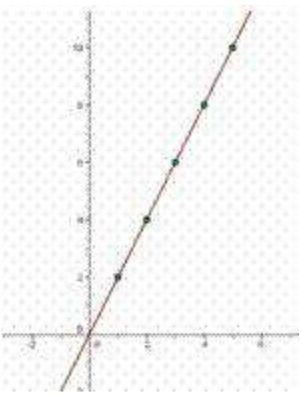
a) GRÁFICA 1

Imagen Nº 11. Gráficas. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

2.3. Gráficas

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Las gráficas describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente o variable x. La que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente o variable y. La variable y está en función de la variable x.

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente y, al aumentar la variable independiente, x.



Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

Imagen Nº 12. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Nota	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Nº de alumnos	**1**	**1**	**2**	**3**	**6**	**11**	**12**	**7**	**4**	**2**	**1**

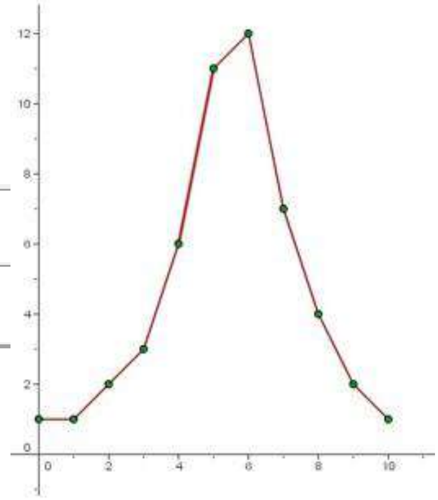


Imagen Nº 13. Gráfica y Tabla de Datos. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendida entre 4 y 7.

Al igual que hicimos con la tabla de valores, también podemos representar gráficamente una función a partir de la expresión algebraica. Para ello, primero haremos nuestra tabla de valores, y una vez que tenemos esos pares ordenados procederemos a dibujar esos puntos en nuestros ejes cartesianos.

Ejemplo:

Imagina que nos dan la expresión de una función: f(x)=2x+1 y nos piden representarla. Primero, haremos nuestra tabla de valores, y para ello debemos calcular el valor de la función para diferentes valores de x. Valores que elegiremos nosotros.

Valor de X	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x y = f(x)	pares ordenados
x=-1	f(-1)=2·(-1)+1=-2+1=-1	(-1,-1)
x=0	f(0)=2·0+1=0+1=1	(0,1)
x=1	f(1)=2·1+1=2+1=3	(1,3)

Ahora, hacemos nuestra tabla de valores con nuestros pares ordenados:

x	-1	0	1
y	-1	1	3

Una vez que tenemos nuestra tabla de valores, dibujamos unos ejes cartesianos y sobre él situamos nuestros puntos, teniendo siempre presente que la primera coordenada del punto corresponde con el valor en el eje X y la segunda con el del eje Y:

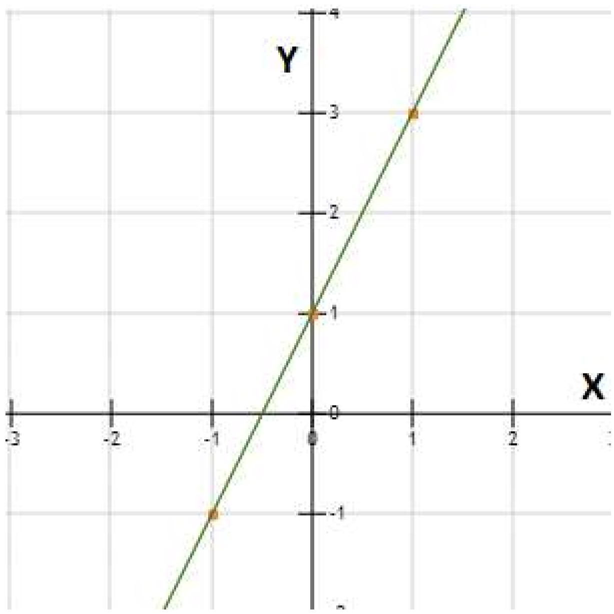


Imagen Nº 14. Gráfica. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

Ejercicio 10:

Dibuja en el plano cartesiano los valores de la siguiente tabla y, una vez dibujada, indica qué tipo de figura corresponde a la gráfica de la función:

x	−4	−2	0	1	3
f(x)	−10	−4	2	5	11

Ejercicio 11:

A partir de la siguiente expresión algebraica representa su gráfica: f(x)= 5x-9

2.3.1. Características de las gráficas

a) Gráfica creciente.

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente también aumenta la dependiente. Es decir, si aumenta el valor de la x también aumenta el valor de la y.

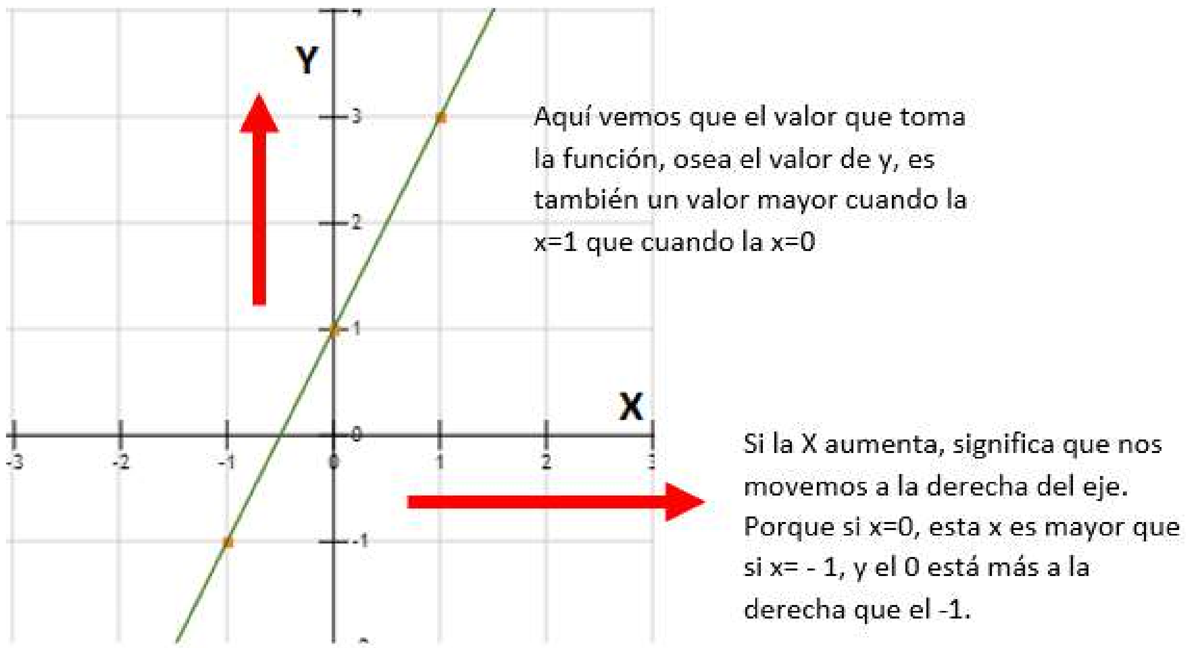


Imagen Nº 15. Gráfica Creciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

b) Gráfica decreciente.

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable. Es decir, si aumentamos el valor de la x veremos que el respectivo valor de la y es menor que el anterior.

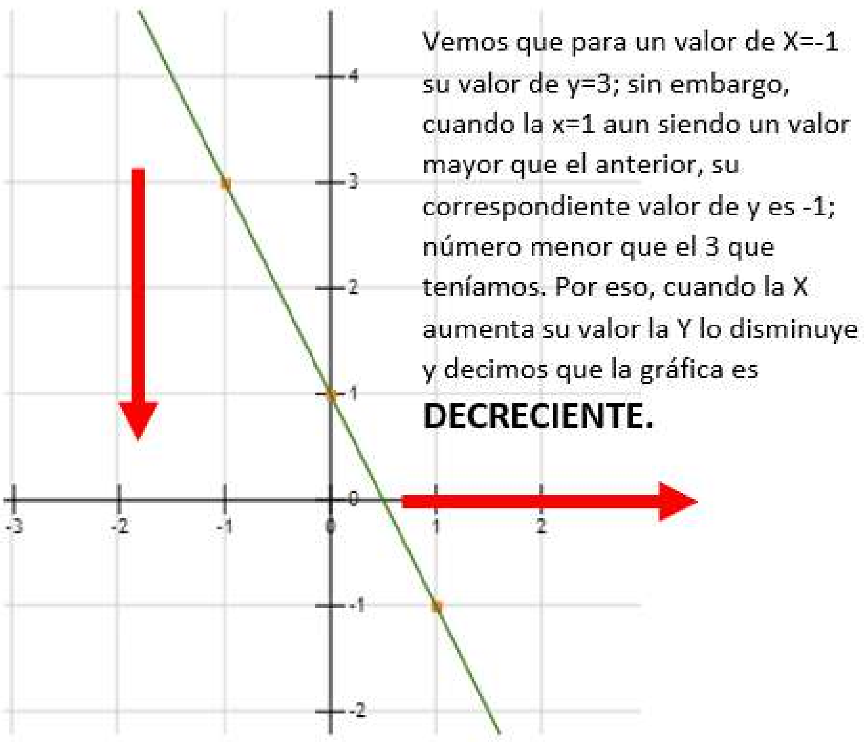


Imagen Nº 16. Gráfica Decreciente. Fuente: Imagen de Elaboración Propia

c) **Gráfica constante**.

Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable (tiene siempre el mismo valor).

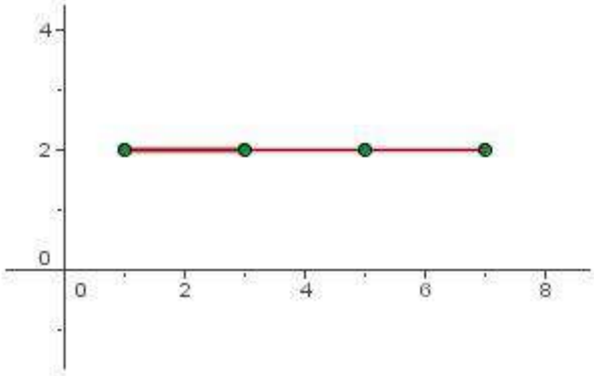


Imagen Nº 17. Gráfica Constante. Fuente: Imagen desconocida

Una gráfica puede tener a la vez partes constantes, crecientes y decrecientes.

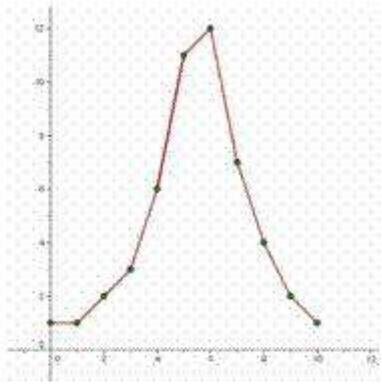


Imagen Nº 18. Gráfica. Fuente: Imagen desconocida

d) Máximos y mínimos.

Una función tiene un **MÁXIMO** en un punto cuando su ordenada es mayor que la ordenada de los puntos que están alrededor de él. A la izquierda del máximo la función es creciente, mientras que a su derecha la función decrece.

Una función tiene un **MÍNIMO** en un punto cuando su ordenada es menor que la ordenada de los puntos situados alrededor de él. A la izquierda del mínimo la función es decreciente, y a la derecha creciente.

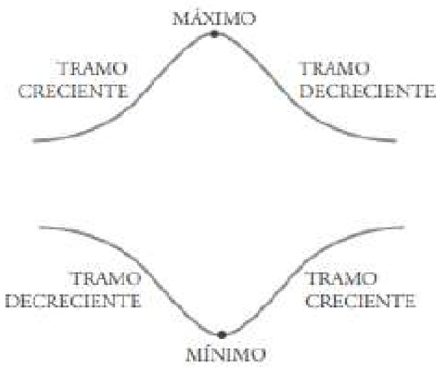


Imagen Nº 19. Máximos y mínimos. Fuente: Imagen desconocida

Por ejemplo, si tenemos una gráfica como la que hay a continuación, podemos estudiar en qué tramos la función es creciente, decreciente y si tienen máximos o mínimos.

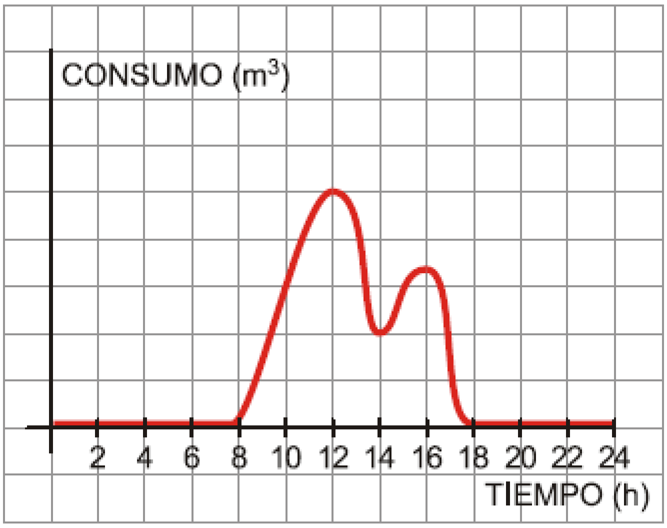


Imagen Nº 20. Gráfica.

Vemos que la gráfica presenta dos TRAMOS CONSTANTES, desde las 0h hasta las 8h y desde las 18h hasta las 24h. En ambos casos, el consumo de agua siempre se mantiene a cero. Por otro lado, tenemos otros dos TRAMOS CRECIENTES, desde las 8h a las 12h y desde las 14h a las 16h. Razonando de forma parecida, vemos que hay dos TRAMOS DECRECIENTES, desde las 12h a las 14h y desde 16h a las 18h. ¿Cómo escribimos eso de forma matemática?:

$$si\ x\ \epsilon(0,8)\cup(18,24)\ la\ \ funcion\ es\ CONSTANTE$$
$$si\ x\ \epsilon(8,12)\cup(14,16)\ la\ \ funcion\ es\ CRECIENTE$$
$$si\ x\ \epsilon(12,14)\cup(16,18)\ la\ \ funcion\ es\ DECRECIENTE$$

Si intentamos buscar los máximos y los mínimos, veremos que tenemos un consumo MÁXIMO de agua cuando son las 12h (consumiendo 5m^3), y corroboramos que a la izquierda de ese punto la función es creciente pero a su derecha es decreciente. Hay otro MÁXIMO a las 16h (consumiendo 3,25 m^3), pero como en esa hora el consumo es menor que a las 12 decimos que el MÁXIMO es RELATIVO. Si nos fijamos, cuando se cumplen las 14h hay un MÍNIMO (donde se consume 2 m^3), ya que a su izquierda la función decrece y a su derecha la función crece. Esto lo escribiríamos:

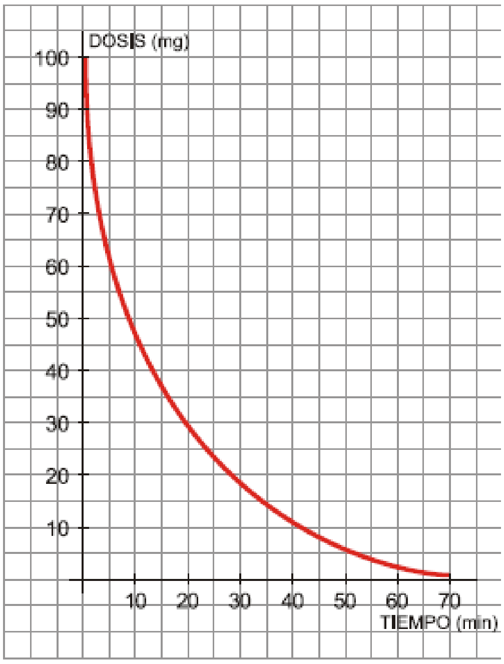
$$En\ x=12\ \ \exists\ un\ MAXIMO \rightarrow\ (12,5)$$
$$En\ x=16\ \ \exists\ un\ MAXIMO\ RELATIVO \rightarrow\ (16;\ 3,25)$$
$$En\ x=14\ \ \exists\ un\ MINIMO\ \rightarrow\ (14;\ 2)$$

e) **Continuidad y discontinuidad**.

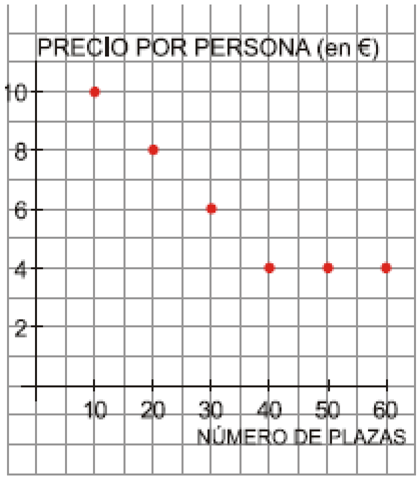
Una función es **CONTÍNUA** cuando la variable independiente y dependiente pueden tomar todos los valores que existen en un tramo de la recta real.

Por ejemplo, si representamos el precio que pagamos por la compra de patatas al peso, vemos que podemos comprar 1kg o 2kg de patatas, pero también las patatas pueden pesar todos los valores intermedios que hay entre 1 y 2.

Sin embargo, si en lugar de comprar las patatas al peso las compramos solo por unidades, nosotros sólo podemos comprar 1 o dos patatas, pero no los valores intermedios que hay entre ambos. Entonces decimos que la función es **DISCONTÍNUA**.



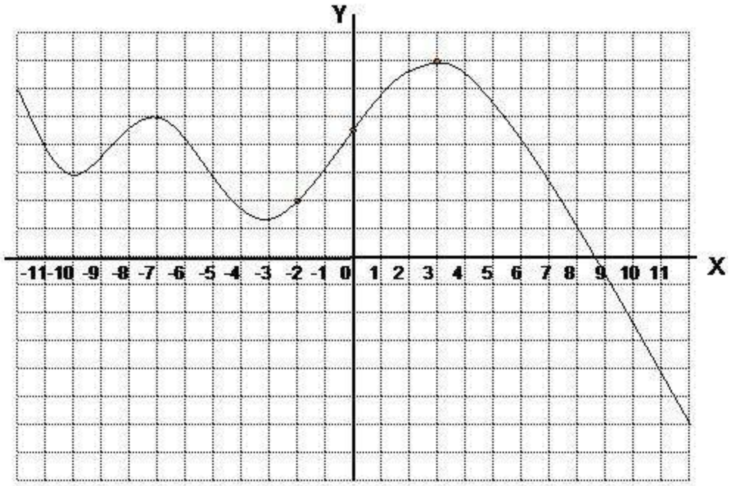
- Gráfica CONTÍNUA.



- Gráfica DISCONTINUA

Imagen Nº 21. Gráficas.

Ejercicio 12: Observa la gráfica siguiente y determina:



a) El valor de "y" (valor de la función) en los puntos x = -2 , x = 0 y x = 3.

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento

c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.

Imagen Nº 22. Gráfica.

3) Interpretación de gráficas

Interpretar una gráfica es extraer información de ella a través de su estudio, de izquierda a derecha; aplicando todo lo visto en el apartado de características de las gráficas.

Veamos cómo trabajar este apartado con un ejemplo.

Ejemplo:

Las siguientes gráficas corresponden al ritmo que han seguido cuatro personas en un determinado tramo de una carrera. Asocia cada persona con su gráfica:

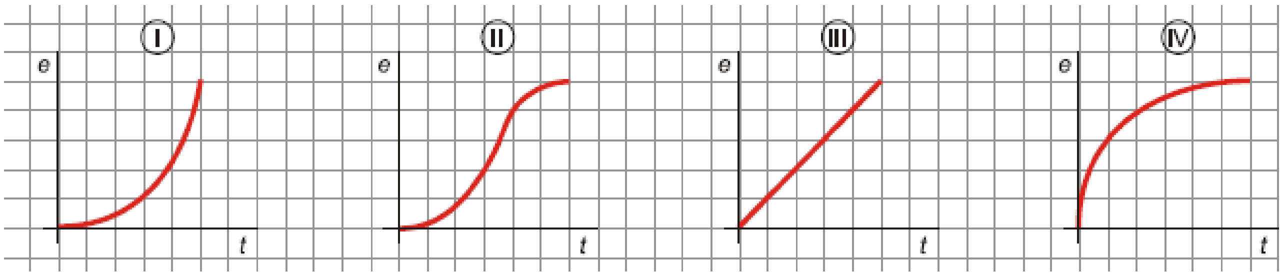


Imagen 23: Gráficas.

Mercedes: Comenzó con mucha velocidad y luego fue cada vez más despacio.

Carlos: Empezó lentamente y fue aumentado gradualmente su velocidad.

Lourdes: Empezó lentamente, luego aumentó mucho su velocidad y después fue frenando poco a poco.

Victoria: Mantuvo un ritmo constante.

La respuesta sería:

Mercedes→	IV
Carlos→	I
Lourdes→	II
Victoria→	III

Pero ¿por qué? Que hemos tenido que pensar para responder así. Para eso lo primero que tenemos que hacer es fijarnos muy bien en las magnitudes que se representan en ambos ejes. En este caso es una gráfica espacio/tiempo, esto significa que puedo ver cómo avanzan en su recorrido conforme transcurre el tiempo. Así por ejemplo, la gráfica III corresponde a alguien que siempre ha corrido a la misma velocidad porque su avance es siempre igual: cada cuadrado en el eje X se corresponde con el mismo aumento en el eje Y. Por eso es la gráfica de Victoria.

La gráfica IV corresponde a alguien que al principio corre muy rápido porque en un solo cuadrado de avance en el eje x vemos que aumenta mucho la Y pero a partir del segundo cuadrado en la x vemos que la Y no crece al mismo ritmo que al principio. Es la que le corresponde a Mercedes.

Si nos fijamos bien, la gráfica I hace justamente lo contrario, al comienzo aumenta muy poco la Y pero después sube muy rápido. La de Carlos.

Y en la gráfica II el comienzo es el mismo o muy parecido a la de la gráfica I, pero llega un momento en el que el aumento del valor en el eje Y vuelve a "relajarse". Por este motivo, es la de Lourdes.

Veamos otro estilo de ejercicio posible:

La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros):

a) ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?

b) ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?

c) ¿Hubo alguna parada a la ida? ¿Y a la vuelta?

d) ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?

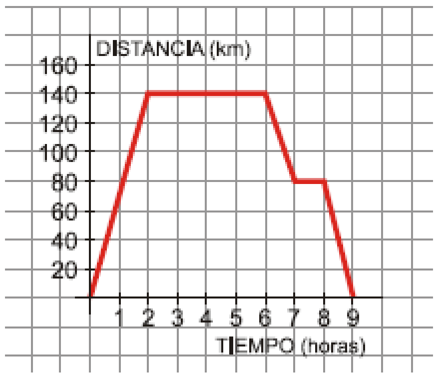


Imagen 24: Gráfica.

SOLUCIÓN:

a) Para responder tenemos que fijarnos en el eje dónde se represente la distancia, en este caso es el Y. El mayor valor que se logre en la gráfica corresponde con la distancia al lugar, en este caso 140 km.

b) Si están visitando algún sitio, mientras están allí, no se alejan del instituto por lo que la distancia al centro de 140 km se mantiene constante. Por eso debemos buscar un tramo constante alejado lo máximo posible, ese tramo es desde la hora 2 a la 6; por tanto, están 4 horas visitando el lugar.

c) Mientras que se dirigen al lugar de visita la distancia al centro debe ir aumentando hasta que lleguen. Así vemos, que ese trayecto lo hacen sin ningún tramo constante, lo que significa que no hay paradas. Sin embargo, cuando vuelven, vemos que la distancia al centro disminuye y por eso la gráfica es decreciente, pero de la 7ª hora a la 8ª, la función no decrece sino que se mantiene constante; esto significa que hacen una parada a la vuelta de 1 hora de duración.

d) Aquí debemos fijarnos en el eje donde se representa el tiempo y ver cuál es la hora más alejada del principio; en nuestro caso tardan 9 horas en hacer todo el viaje.

A continuación te representamos de nuevo la gráfica indicando en qué parte de la misma debemos mirar para responder a cada apartado:

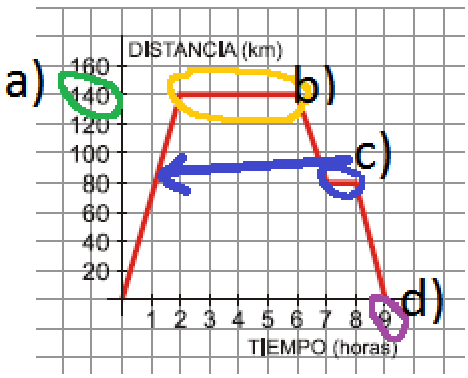


Imagen 25: Gráfica.

<u>Ejercicio 13</u>:

Dependiendo del día de la semana, Rosa va al instituto de una forma distinta:

- El lunes va en bicicleta.
- El martes, con su madre en el coche (parando a recoger a su amigo Luis).
- El miércoles, en autobús (que hace varias paradas).
- El jueves va andando.
- Y el viernes, en motocicleta.

a) Identifica a qué día de la semana le corresponde cada gráfica:

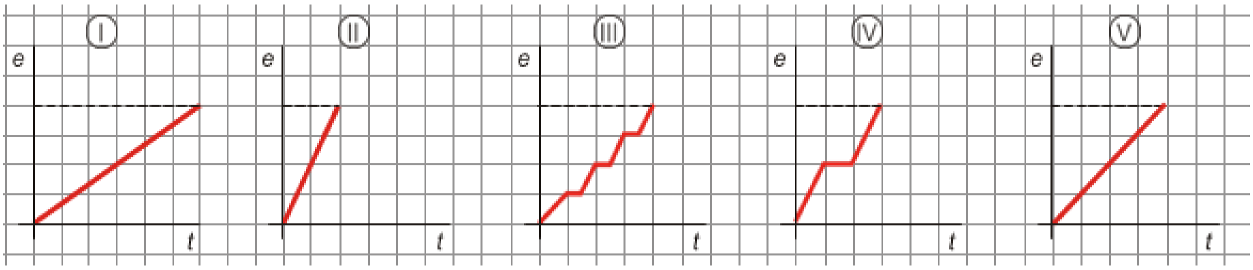


Imagen 26: Gráficas.

b) ¿Qué día tarda menos en llegar? ¿Cuál tarda más?

c) ¿Qué día recorre más distancia? Razona tu respuesta.

<u>Ejercicio 14</u>:

La siguiente gráfica muestra el crecimiento de una persona (midiéndola cada cinco años)

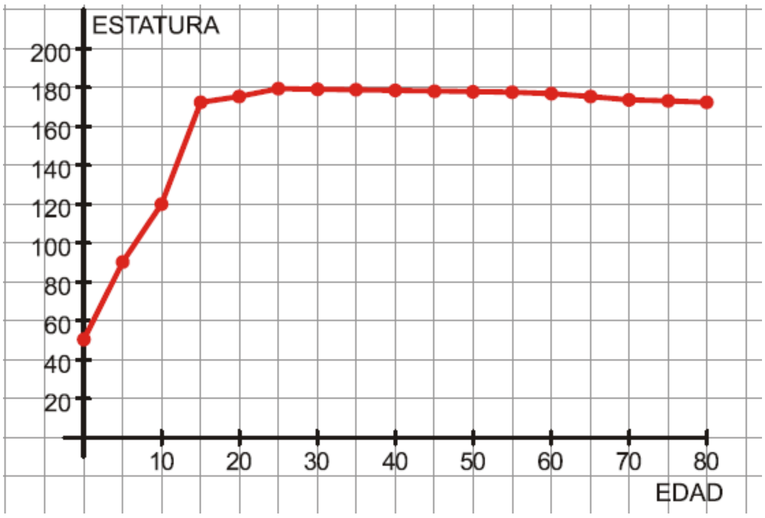


Imagen 27: Gráfica.

a) ¿Cuánto mide al nacer?
b) ¿A qué edad alcanza su estatura máxima?
c) ¿Cuándo crece más rápido?
d) ¿Por qué hemos podido unir los puntos?

4) Función lineal

Una función LINEAL es aquella función en la que la relación entre las dos variables viene dada por un polinomio de grado menor o igual a uno y su representación en una gráfica corresponde a UNA RECTA.

Existen tres tipos de funciones lineales: LA DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA o LINEAL, LA AFÍN Y LA CONSTANTE.

La función **LINEAL** O DE **PROPORCIONALIDAD DIRECTA** es del tipo: **y = mx,** la **AFÍN** es del tipo: **y = mx+n**, donde en ambos casos m y n son números reales y la **CONSTANTE** del tipo **y = n**. Si nos damos cuenta, la función lineal es un caso particular de la afín, es decir, la lineal es una función afín en la que el valor de n es cero. De forma similar, a la constante también le ocurre lo mismo, es como la afín pero el valor de m = 0.

<u>Ejercicio 15</u>:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = 3x

x	-2	0	2
f(x)			

<u>Ejercicio 16</u>:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

b) f(x) = -x

x	-2	0	2
f(x)			

<u>Ejercicio 17</u>:

Representa gráficamente las funciones lineales de los ejercicios 15 y 16.

4.1. Función lineal o de proporcionalidad directa

Comenzaremos estudiando la **FUNCIÓN LINEAL** o de **PROPORCIONALIDAD DIRECTA**:

En estas funciones cada valor de “y” conserva una misma proporción respecto al de “x”. Es decir:

y = 3 x → (y es el triple de x)

y = -2 x → (y es el opuesto del doble de x)

y = x → (función identidad: y es igual a x)

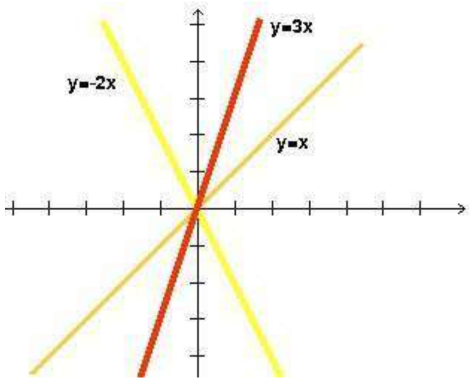


Imagen 28: Gráfica funciones lineales

Para identificar su gráfica lo tenemos muy fácil, tan sólo tenemos que darnos cuenta de que es una línea **recta que pasa por el origen de coordenadas**.

Fíjate en la siguiente función: $y = 2x$. Tenemos su tabla de valores y su gráfica:

x	0	1	2	3	4
y = 2x	0	2	4	6	8

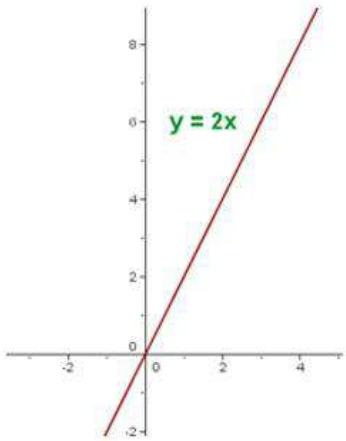


Imagen 29: Función lineal y tabla de datos.

Si nos damos cuenta, en su tabla de valores veremos que existe una relación de proporcionalidad entre el valor de la Y y el valor de la X:

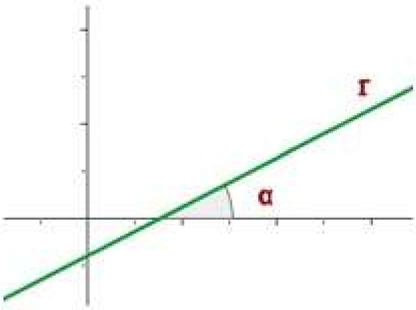
$$\frac{VALOR\ Y}{VALOR\ X} = CONSTANTE = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$$

Pendiente

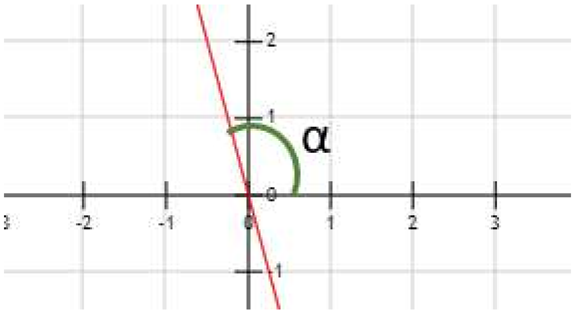
La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas. Expresa el aumento o la disminución de la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente. Si la función nos la dan a través de su expresión algebraica podemos saber la pendiente fácilmente, ya que la identificamos como el coeficiente que acompaña a la X en la expresión. Así en la función y=2x el coeficiente que acompaña a la x es el 2 y por tanto la pendiente de esta función es m=2.

Observa que la pendiente la denominamos por la letra m.

Si m > 0 (esto significa: "si la pendiente es positiva") la función es CRECIENTE y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es agudo. Sin embargo, si m < 0 (si la pendiente es negativa), la función es DECRECIENTE y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es obtuso. En las funciones constantes, es decir, aquellas que son paralelas al eje x decimos que su pendiente es cero.



Función CRECIENTE m>0



Función DECRECIENTE m<0

Función CONSTANTE m=0

Imagen 30: Pendiente de la función lineal.

¿Qué nos indica la pendiente en una gráfica? Pues ya hemos dicho que nos informa de la inclinación de la recta. Esto implica que aunque no sepamos a primera vista cómo obtener el valor numérico de la pendiente en una gráfica, podemos decir cuál de las rectas tendrá mayor o menor pendiente en función de la misma. Por ejemplo, supongamos que nos dan la siguiente gráfica con tres rectas representadas:

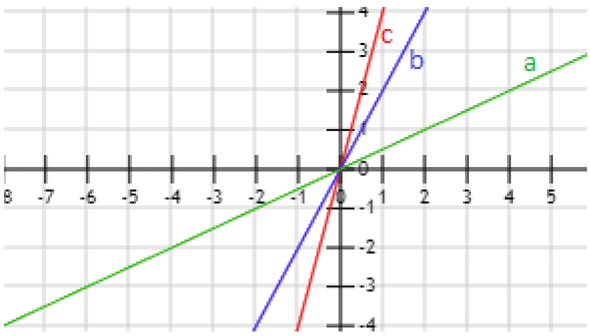


Imagen 31: Funciones lineales.

En ninguna de ellas vemos cuál es el valor numérico de su pendiente, pero podemos afirmar que como la recta c es la que tiene una mayor inclinación el valor de su pendiente será mayor que el de la b, y el de ésta mayor que el de la a. Además de decir que las tres son crecientes puesto que el ángulo que forman con la parte positiva del eje de abscisas es agudo; y por esa razón, las tres funciones lineales tendrán pendientes positivas.

Entonces, ¿no podemos saber el valor de la pendiente si no tenemos la expresión gráfica? Pues claro que podemos. Simplemente tendremos que realizar algunos cálculos. Veamos cómo.

a) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS SU GRÁFICA:

En este caso, tenemos que obtener de la gráfica las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la recta. Con esos puntos que llamaremos A(x_1 , y_1) y B(x_2 , y_2); calculamos la pendiente aplicando la siguiente fórmula:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Aclarar que el símbolo Δ en matemáticas significa variación o incremento, por tanto, si tenemos escrito: Δy ; esto se leería como "variación de y". Esa variación representa la resta de dos cosas. Lo verás más claro con un ejemplo, si decimos que hoy la temperatura es de 23 ºC y ayer fue de 17ºC decimos que la variación de temperatura de ayer a hoy ha sido de 6 grados, porque 23-17=6. Esto llevado a las funciones, significaría la variación entre la ordenada de dos puntos pertenecientes a la recta.

Observa cómo se hace con un ejemplo:

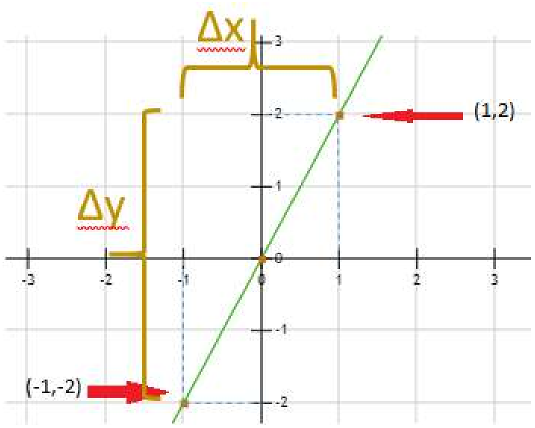


Imagen 32: Cálculo de la pendiente de una función lineal.

En la gráfica tenemos una recta creciente, es decir, con pendiente positiva, pero no sabemos cuál es su valor. Nos fijamos en la recta y escogemos dos puntos que nos resulten sencillos de obtener sus coordenadas, mirando con qué valor se corresponde ese punto para el eje X (primera coordenada) y para el eje Y (segunda coordenada). Así obtenemos los puntos: (-1,-2) y (1,2). Si aplicamos la fórmula obtenemos el valor de la pendiente, que en este caso sería m=2:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-(-2)}{1-(-1)} = \frac{2+2}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$$

b) CÁLCULO DE LA PENDIENTE (m) SI SÓLO TENEMOS DOS PUNTOS QUE PERTENECEN A LA RECTA:

En este caso nos ahorramos el paso de tener que mirar en la gráfica y obtener los puntos de ella. Por lo demás procederemos como antes. Al tener dos puntos podemos aplicar la fórmula de la pendiente.

RESUMIENDO:

1.- Las funciones lineales o de proporcionalidad directa son de la forma y=mx, donde m es la pendiente de la recta.

2.- Si m>0 la función es creciente

3.- Si m<0 la función es decreciente

4.- Todas las funciones lineales pasan por el origen de coordenadas, es decir, el punto (0,0) pertenece a todas las funciones lineales.

5.- Para calcular el valor de la pendiente a partir de la gráfica o a partir de dos puntos de la recta debemos aplicar:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6.- Si nos dan la expresión algebraica de la función, la pendiente la vemos directamente en el valor del número que acompaña a la X.

Ejercicio 18:

En las siguientes funciones indica cuál es su pendiente y además en función de la misma especifica si la función es creciente o decreciente:

a) y= 3x b) y = -x

Ejercicio 19:

En la siguiente representación indica qué tipo de funciones hay razonando matemáticamente tu respuesta y además escribe cuál de esas rectas es la de mayor pendiente justificando tu respuesta.

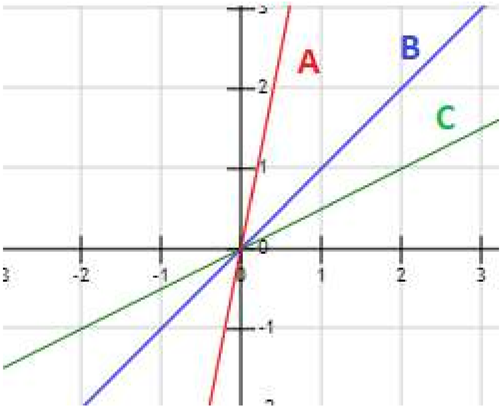


Imagen 33: Funciones lineales.

Ejercicio 20:

Calcula la pendiente de la siguiente función lineal:

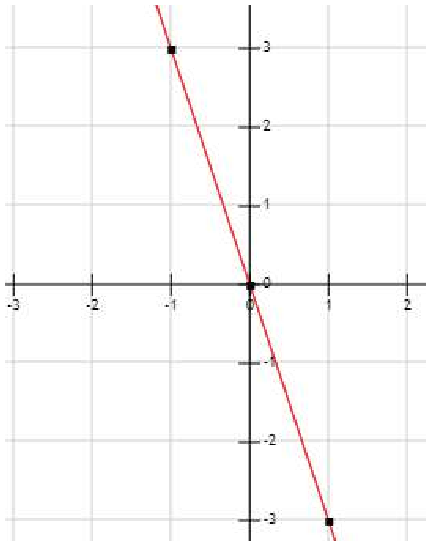


Imagen 34: Función lineal.

<u>Ejercicio 21</u>:

Calcula la pendiente de una recta que pasa por los puntos A(2,-4) y B(6,-1)

4.2. Función afín

La función afín es del tipo: **y = mx + n**, donde m es la pendiente de la recta y n es la **ORDENADA EN EL ORIGEN,** ésta es el punto en el que corta la recta al eje Y, y lo escribimos como un punto (0, n).

Observa en la siguiente gráfica:

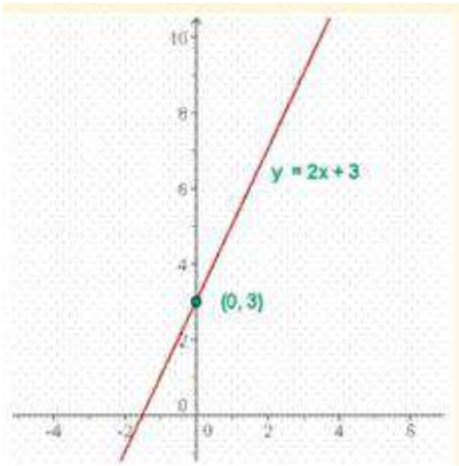


Imagen 35: Función lineal

El punto en el que la recta corta al eje Y es el punto (0,3); y este punto es la ordenada en el origen de la función y=2x+3. Si te fijas en la expresión algebraica de la función, n=3 y m=2; por tanto, la pendiente de la función es 2 y la coordenada y de la ordenada en el origen es 3.

Cabe destacar que en las funciones afines no se cumple la proporcionalidad directa que hemos visto en las anteriores. Veamos un ejemplo:

Metros cúbicos de agua consumida	1	3	5	10	15	...	x
Precios de la factura sin IVA	13	19	25	40	55	...	$3x+10$

En la tabla podemos comprobar que no se cumple una proporción directa entre los valores de y y los de x; es decir:

$$\frac{13}{1} \neq \frac{19}{3} \neq \frac{25}{5} \neq \frac{40}{10} \neq \frac{55}{15}$$

En este caso, si representamos los pares ordenados de la tabla, obtenemos la siguiente gráfica:

Imagen 36: Gráfica función lineal del consumo de agua.

La gráfica es una recta que comienza en el punto (0,10) y por tanto éste es la ordenada en el origen. Así podemos saber que la expresión matemática de esta función es de la forma: y=mx+10. Si interpretamos la gráfica, esto significa que con un consumo cero de agua tendremos que pagar de todos modos 10€. Por tanto, lo que pagamos por el agua no es proporcional a lo que consumimos, sino que siempre hay una cantidad fija (10€) que tendremos que pagar independientemente de lo que consumamos.

¿Cómo obtenemos el valor de m? Pues aplicando la fórmula de la pendiente que ya hemos visto. Si lo hacemos obtenemos que la pendiente es 3:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{25-40}{5-10}=\frac{-15}{-5}=3$$

Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente y por tanto, el coeficiente que acompaña a la x será el mismo:

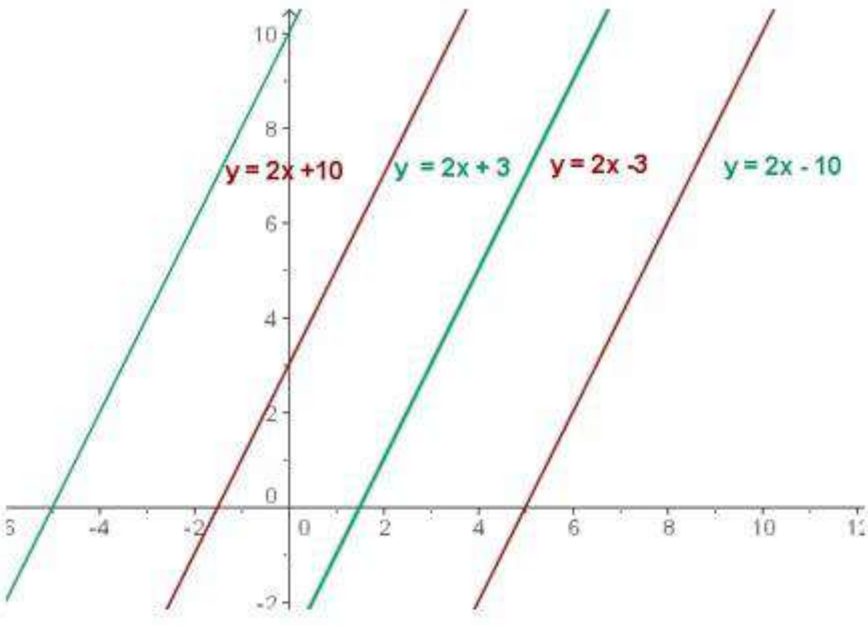


Imagen 37: Gráficas de funciones lineales paralelas.

Para representar una función afín, daremos unos valores a X y calcularemos los correspondientes valores de Y, una vez que tengamos dichos valores los representaremos en los ejes de coordenadas y uniremos los puntos con una recta.

RESUMIENDO:

1. Todas las funciones afines son de la forma y= mx+n.

2. El valor de la m es la pendiente de la recta.

3. El valor de n es la ordenada en el origen; es decir, la recta corta al eje Y en el punto (0,n)

4. Si m>0 la función es creciente; mientras que si m<0 es decreciente. (Igual que en las de proporcionalidad directa)

5. Ninguna función afín pasa por (0,0)

6. Para calcular el valor de la pendiente conocidos dos puntos pertenecientes a la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

7. Diferentes rectas serán paralelas si tienen el mismo valor de m, es decir, de la pendiente.

Ejercicio 22:

Completa las tablas siguientes utilizando la función lineal que se indica en cada caso:

a) f(x) = x -3

b) f(x) = -2x + 1

a)

x	-2	0	2
f(x)			

b)

x	-2	0	2
f(x)			

Ejercicio 23:

Escribe el valor de la pendiente y describe el crecimiento para cada una de las funciones del ejercicio 20.

Ejercicio 24:

Representa gráficamente las funciones lineales del ejercicio 22

4.3. Función constante

La función constante es una función lineal donde el valor de m es cero, y por tanto es de la forma **y=n**, y como tal, representa una recta paralela al eje de abscisas debido a que para cualquier valor de la X le corresponde siempre el mismo valor para la Y, siendo ese valor n.

Veamos, si la función es y=5 la representación será una recta paralela al eje X y que pase por el punto (0,5):

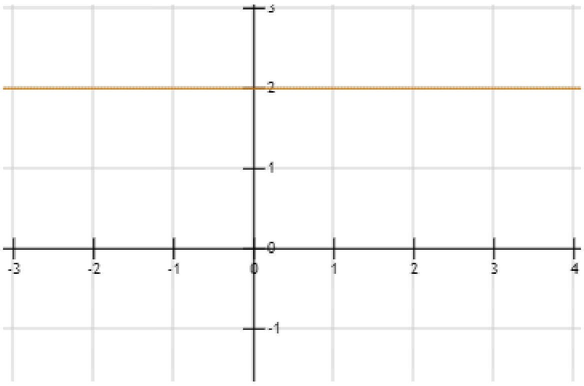


Imagen 38: Gráfica función constante.

Ejercicio 25:

Observa las siguientes funciones y responde:

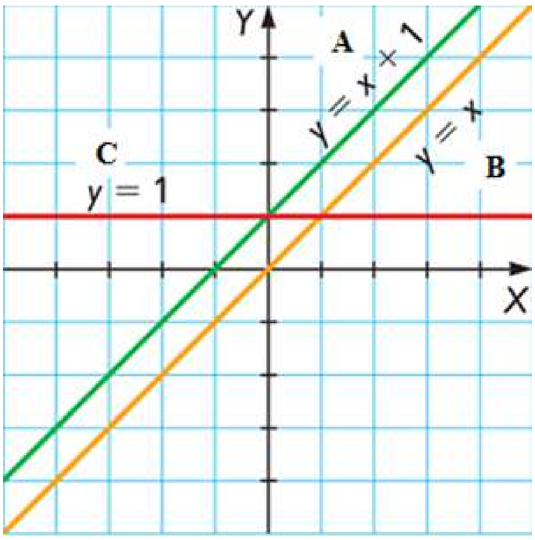


Imagen 39: Gráficas de funciones

a) ¿Qué tipo de funciones son?

A:

B:

C:

b) ¿Cuáles son paralelas? ¿Por qué?

c) Representa una función paralela a la recta A y di cuánto vale su ordenada en el origen y cuál sería su expresión algebraica.

4.4. Aplicaciones de la función lineal

Las funciones lineales y afines son ampliamente utilizadas en diferentes ámbitos científicos y de la vida cotidiana. Por ejemplo en economía se utilizan para modelar funciones de costo y de demanda; en medicina encontramos ejemplos como el experimento psicológico de Stenberg; cuando vamos a comprar pagamos en proporción a los kg de fruta que nos llevamos; a la hora de pagar un parking pagamos un fijo más la parte correspondiente al tiempo que dejamos nuestro coche; y así podríamos continuar con multitud de situaciones.

¿Cómo podemos relacionar estas situaciones con las funciones lineales? Primero debemos identificar si nuestra situación corresponde con una función lineal, constante o afín. Luego, debemos identificar cuáles serán nuestras magnitudes y quién actúa como variable dependiente y quién como independiente. Después, escribiremos la expresión de nuestra función y realizaremos los cálculos o gráficas que nos pidan.

Imagínate que nos dicen: **Estoy indeciso a la hora de elegir mi nueva compañía de móvil. La compañía A me ofrece un pago fijo de 15€ al mes más 0,05€ por cada minuto que hable. Mientras que la compañía B no me impone un pago fijo, sino sólo pagar por lo que hablo a 25 céntimos el minuto. ¿Cuál es más beneficiosa si hablo menos de 60 minutos al mes?**

Evidentemente por la "cuenta de la vieja" sabríamos responder, ¿o no? Pero vamos hacerlo con las funciones. Veamos, la variable independiente (X) serían los minutos que hablamos y el dinero que pagamos sería la variable dependiente (Y) ya que pagamos en función del tiempo que hablemos.

La compañía A me propone pagar un fijo más una pequeña cantidad por minuto que hable. Pues bien; siempre que me expongan una parte FIJA, que siempre estará independientemente de lo que consumamos o hagamos, eso quiere decir que ese FIJO, corresponderá con el término independiente de la ecuación o expresión analítica de la función, o lo que es lo mismo, será la n. Entonces, de momento tenemos que y=mx+15. ¿Cómo decido cuanto valdrá m? Pues para eso nos tenemos que centrar en lo que debemos pagar por minuto hablado. Finalmente, la función asociada a la promoción de la compañía A es: y= 0,05x+15

De forma análoga procederemos con la compañía B: y= 0,25x . Fíjate que hemos puesto 0,25 en lugar de 25. ¿Por qué?, porque debemos mantener las mismas unidades para poder comparar precios, así en lugar de dejarlo en céntimos lo expresamos en euros.

Ya tenemos nuestras dos expresiones algebraicas de las funciones que se expresan:

COMPAÑÍA A: y= 0,05x + 15

COMPAÑÍA B: y = 0,25x

Para responder matemáticamente a la pregunta procederemos de la siguiente forma: Para nosotros x=60 ya que solemos hablar menos de 60 minutos al mes. Si sustituimos la x en cada una de las funciones lo que obtenemos es el valor de cada función cuando x=60, o lo que es lo mismo, lo que tendremos que pagar a cada compañía.

COMPAÑÍA A: Si x=60 → f(60)= 0,05·60+15 = 3+15=18€

COMPAÑÍA B: Si x=60 → f(60) = 0,25·60 = 15€

Ahora comparamos ambos resultados, y vemos que nos resulta más económica la compañía B.

Por otro lado, ten en cuenta que una ecuación de primer grado con dos incógnitas también es una función lineal. Mira: Teniendo esta ecuación 9x+3y=18, si despejamos la y de la misma se nos quedaría:

9x+3y=18

3y=18-9x

$$y=\frac{18-9x}{3}=\frac{18}{3}-\frac{9x}{3}=6-3x$$

y = -3x +6 → FUNCIÓN AFÍN

OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA CONOCIDA LA PENDIENTE Y UN PUNTO PERTENECIENTE A ELLA:

Para ello debemos aplicar la siguiente fórmula: $\mathbf{y - y_0 = m \cdot (x - x_0)}$ donde m es la pendiente de la recta y x_0 e y_0 son las coordenadas de un punto que pertenece a la recta.

Imaginemos que nos piden la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,4) y cuya pendiente es 3. Según esto m=3 y $(x_0, y_0)=(2,4)$ simplemente sustituyendo en la fórmula:

$$y - 4 = 3 \cdot (x - 2)$$

$$y - 4 = 3x - 3 \cdot 2$$

$$y = 3x - 6 + 4$$

$$y = 3x - 2 \rightarrow \text{ECUACIÓN DE LA RECTA}$$

Si en lugar de darnos la pendiente de la recta nos dan dos puntos pertenecientes a la misma, tan sólo tendremos que calcular la pendiente como ya vimos y después con uno de esos puntos y la pendiente realizar lo que acabamos de hacer.

EJEMPLO:

Obtén la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,4) y (1, 1):

Primero obtenemos la pendiente de la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow m = 3$$

(1,1) y m=3 $\rightarrow$ y-1=3·(x-1) ; y-1= 3x-3 ; y =3x-3+1; y=3x-2

<u>Ejercicio 26</u>:

Supongamos que el costo variable por unidad a la hora de producir un lapicero es de 2€ y que los costos fijos mensuales ascienden a 2200€. Suponiendo que el costo total tiene un comportamiento lineal:

a) Obtén la expresión del coste mensual en función de los lapiceros producidos.
b) ¿Cuál será el coste que representaría para la empresa la producción de 800 lapiceros en el mes?
c) Representa gráficamente esta función

<u>Ejercicio 27</u>:

Una fábrica asume costos de 10.000€ por cada mueble que produce. Además debe pagar 30.000€ mensuales de alquiler y 20.000€ por transportes. Cada mueble lo vende por 20.000€ y no tiene otros ingresos.

a) Establece la función de costos.
b) Establece la función de ingresos.
c) Representa ambas gráficas en un mismo eje cartesiano.
d) ¿Cuál es la pérdida cuando se producen y venden 3 muebles?

Ejercicio 28:

En una entrevista de trabajo para vendedor de revistas a domicilio, se ofrece un sueldo fijo mensual de 500 euros más 0,50 euros por cada revista vendida. Se pide:

a) Escribe la función correspondiente y el tipo de función que es.

b) ¿Qué sueldo cobrará un trabajador que ha vendido 20 revistas en el último mes?

c)

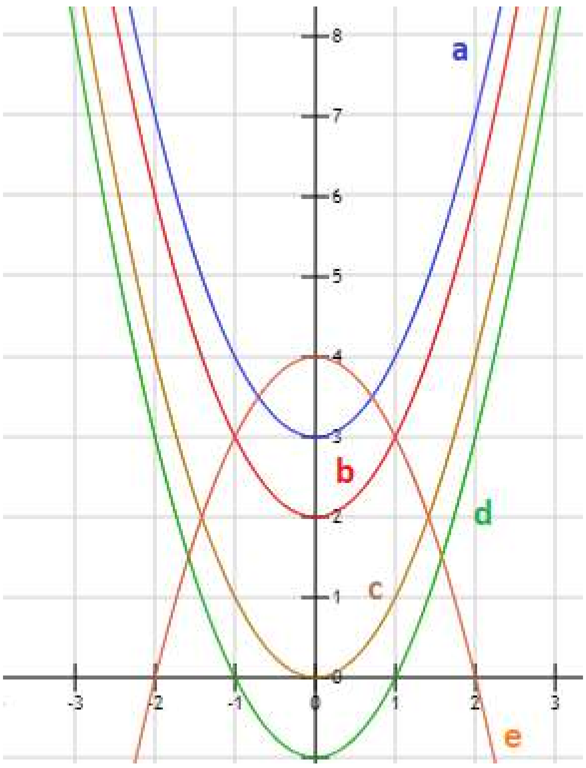
5) Función cuadrática

Una función **CUADRÁTICA** es una función polinómica de segundo grado de la forma $y=f(x)=ax^2+bx+c$ y cuya representación gráfica resulta ser una PARÁBOLA.

Las letras **a, b** y **c** se llaman coeficientes de la función; la letra **X** representa la variable independiente y la **f(x)** representa el valor obtenido al reemplazar **x** por algún valor, ya sabemos que la expresión **f(x)** puede sustituirse por la letra **Y**, que representa la variable independiente de la función.

Así si tenemos la función $y=2x^2+3x-10 \rightarrow a=2;\ b=3;\ c=-10$

El valor del coeficiente **a** afecta a la concavidad u orientación de la parábola. Mientras que los otros dos coeficientes, afectan a la posición que posee la parábola respecto de los ejes de coordenadas. De forma que si el valor de **b=0** significa que el vértice de la parábola se encuentra sobre el eje y, y dicho eje es el de simetría de la parábola:



Si vemos la representación asociada a cada expresión algebraica siguiente:

a: $y=x^2+3$

b: $y=x^2+2$

c: $y= x^2$

d: $y=x^2-1$

e: $y= - x^2+4$

nos damos cuenta de que en todas estas expresiones la **b=0** y en sus representaciones gráficas, el vértice está sobre el eje y cortándolo por el valor correspondiente a su n

Imagen 40: Funciones cuadráticas con coeficiente b=0

Pensando de forma parecida, si el valor del coeficiente **c=0**, esto significa que la parábola siempre pasará por el punto (0,0). Veámoslo:

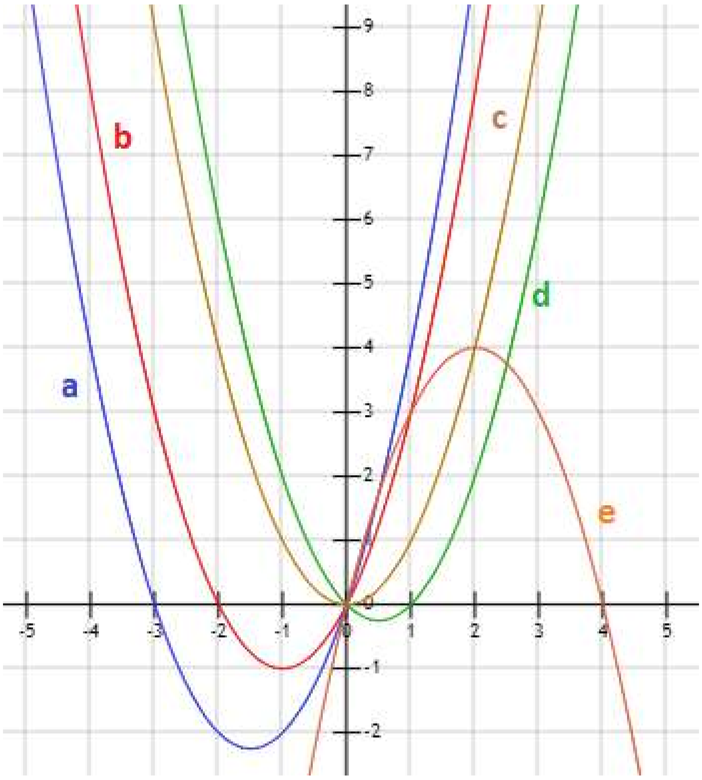


Imagen 41: *Funciones cuadráticas con coeficiente c=0*

Si vemos la representación asociada a cada expresión algebraica siguiente:

a: $y=x^2+3x$

b: $y=x^2+2x$

c: $y= x^2+x$

d: $y=x^2-x$

e: $y= - x^2+4x$

nos damos cuenta de que en todas estas expresiones la **c=0** y en sus representaciones gráficas, todas pasan por el punto (0,0)

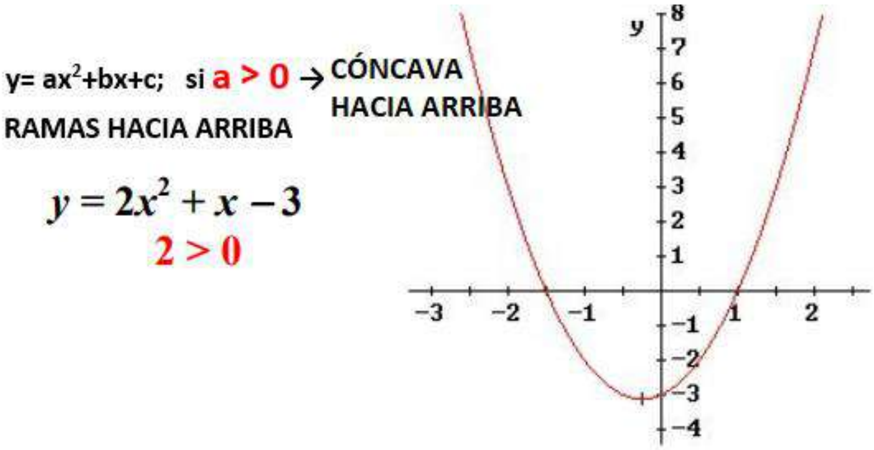
Ejercicio 29:

Identifica los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas:

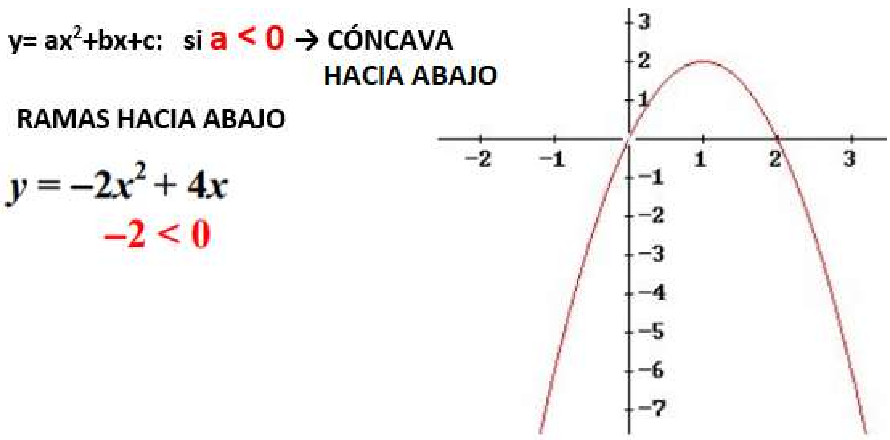
a) $f(x)=3x^2+5x-10$ b) $f(x)= -2x^2+3x+8$ c) $y=-x^2-4x+5$

ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA:

Como hemos dicho, cuando dibujamos la gráfica de una función cuadrática obtenemos una parábola. Esta parábola la podemos dibujar de dos posiciones:



Función Cóncava hacia arriba



Función Cóncava hacia abajo

Imagen 42: Concavidad de las Parábolas.

Además, si nos fijamos en el valor del coeficiente a, veremos que cuanto mayor es su valor absoluto más estrechas o cerradas son las ramas de la parábola.

Ejercicio 30:

Identifica en las siguientes funciones cuadráticas, si su gráfica será cóncava hacia arriba o hacia abajo.

Después, indica cuál de ellas presentará unas ramas más estrechas y cuál las tendrá más abiertas

a) $f(x)=3x^2+5x-10$ b) $f(x)= -2x^2+3x+8$ c) $y=-x^2-4x+5$

5.1. Elementos de la parábola

En una gráfica de cualquier parábola, además de su concavidad, podemos observar los siguientes elementos:

- Eje de simetría (es una recta paralela al eje y)
- Vértice (es un punto)
- Corte con el eje Y (es un punto)
- Cortes con el eje X (puede ser dos puntos, uno o ningún punto)

Estos elementos me permiten, una vez calculados, dibujar la parábola sin tener que calcular una infinidad de puntos en una tabla de valores.

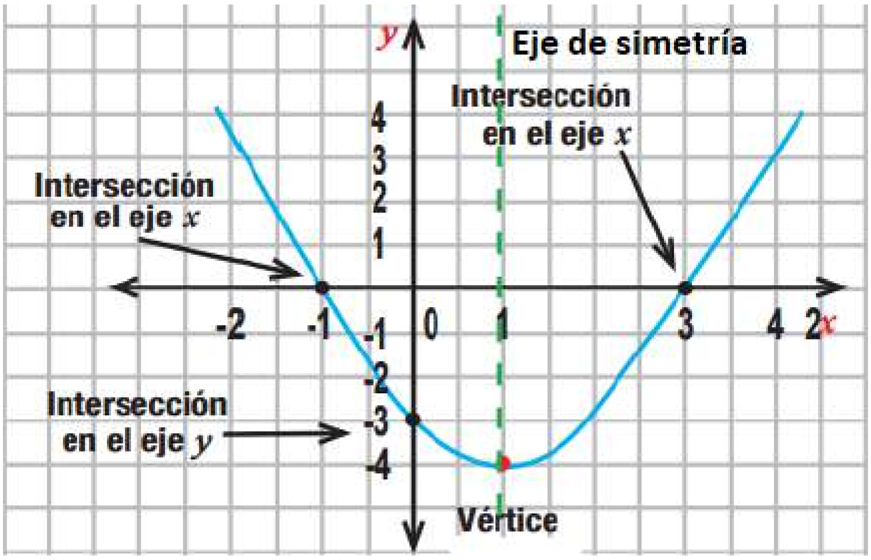


Imagen 43: Elementos de una parábola.

EJE DE SIMETRÍA:

Es una recta vertical, paralela al eje Y que divide la parábola en dos de forma que cada rama de la parábola, es el reflejo de la otra. La forma de obtener la ecuación de esta recta es:

$$x=\frac{-b}{2a}$$

Observa cómo podemos determinar el eje de simetría de la siguiente función: f(x)=x^2-4x+3.

Como a=1, b=-4 y c=3 calculamos la ecuación de la recta del eje de simetría sustituyendo en la expresión:

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-4)}{2\cdot 1}=\frac{4}{2}=2\rightarrow x=2$$

Por tanto, el eje de simetría de la función f(x)=x^2-4x+3 es x=2. CUIDADO: fíjate bien que el eje de simetría es una recta, y por tanto la tienes que escribir como tal **x=2;** y no como un número real cualquiera.

VÉRTICE:

En una función cuadrática hay una rama que crece y otra que decrece; el punto dónde se produce ese cambio lo llamamos VÉRTICE; y es el máximo o mínimo valor que toma la función según sea cóncava hacia arriba o hacia abajo. Además es el punto dónde se cortan la parábola y el eje de simetría; y por tanto, comparten el mismo valor en la coordenada x. Así para calcular la coordenada del eje x del vértice usamos la misma expresión; pero además como el vértice es un punto necesitamos obtener la otra coordenada, ¿cómo?, pues calculando el valor de la función para la x_v:

$$x_v=\frac{-b}{2a};\ \rightarrow y_v=f(x_v)=ax_v^2+bx_v+c$$

Si seguimos con la función f(x)=x^2-4x+3:

$$x_v=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-4)}{2\cdot 1}=\frac{4}{2}=2\rightarrow x_v=2;\ \rightarrow y_v=f(2)=1\cdot 2^2-4\cdot 2+3=4-8+3=-1\rightarrow v(2,-1)$$

Si vamos representando poco a poco lo que vamos calculando, de momento nuestra representación sería:

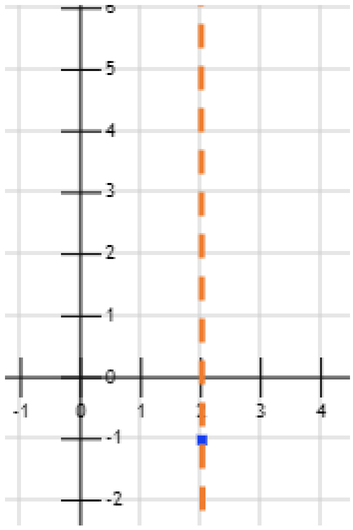


Imagen 44: Eje de simetría de una parábola.

Ejercicio 31:

Calcula el vértice y el eje de simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^2-2x-3$ b) $f(x)= x^2+6x+5$

CORTE CON EL EJE Y:

Éste será un punto donde la parábola corta el eje de ordenadas. Para determinarlo lo que haremos será sustituir la X de la expresión de la función por el valor cero; por tanto, lo que haremos será calcular el valor de la función cuando x=0. Evidentemente, si la forma de la función cuadrática es $f(x)= ax^2+bx+c$; si $x=0 \rightarrow f(0)=a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c =0+0+ c = c$. Así pues el punto de corte con el eje y siempre será de la forma:

CORTE CON EJE y $\longrightarrow$ (0,C)

Así, si continuamos con nuestro ejemplo $f(x)=x^2-4x+3$ escribiríamos:

si $x= 0 \rightarrow f(0)= 0^2 -4\cdot 0+3 = 3$; por lo que el punto de corte con el eje y será (0,3).

CORTE CON EL EJE X:

Son los puntos donde la parábola corta al eje de abscisas. Para poder obtener esos puntos tenemos que igualar la función a cero, es decir, si y=0 calcular los valores de x para los que se cumple esa condición. Cuando hacemos esto, obtenemos una ecuación de segundo grado, por lo que para calcular los valores que igualan esa ecuación de segundo grado a cero tenemos que aplicar la siguiente fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

Como recordarás de cursos anteriores, cuando resolvemos una ecuación de segundo grado se nos pueden presentar tres casos:

- Que tenga dos soluciones. Esto ocurre cuando su discriminante (llamamos así al valor de lo que hay "dentro" de la raíz) es positivo. Es decir, $b^2-4ac>0 \rightarrow$ 2 SOLUCIONES = DOS PUNTOS DE CORTE CON X→ $(X_1,0)$ y $(X_2, 0)$
- Que tenga una sola solución. Sucede si el discriminante posee valor cero. Es decir; $b^2-4ac = 0 \rightarrow$ 1 SOLUCIÓN = UN PUNTO DE CORTE CON X→ $(X_1,0)$
- Que NO tenga solución. Sólo ocurre cuando el valor del discriminante es negativo. $b^2-4ac < 0 \rightarrow$ NO TIENE SOLUCIONES, por tanto, no corta al eje x.

En el ejemplo $f(x)=x^2-4x+3$ haríamos lo siguiente:

CORTE CON x: $y=0 \rightarrow x^2-4x+3=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm2}{2}\rightarrow x_1=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3;\quad x_2=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1$$

Las soluciones de la ecuación de segundo grado que se forma son: $x_1=3$ y $x_2=1$; por tanto, los puntos de corte con el eje x serán: (3,0) y el (1,0)

CUIDADO: Fíjate bien que los puntos de corte con el eje x tienen la coordenada del eje y cero: **$(X_1,0)$ y $(X_2, 0)$ CORTE CON EL EJE X**

TABLA DE VALORES DE UNA PARÁBOLA:

Antes de representar una función cuadrática debemos ordenar los datos que hemos ido obteniendo y la mejor manera de hacerlo es con una tabla de valores. Para poder representarla lo más fielmente posible necesitaremos al menos cinco valores, dos correspondientes a cada rama y otro que sería el vértice. Pero qué pasa si no tenemos suficientes puntos de la parábola, o si nos piden más puntos de los que podemos calcular. Pues entonces procedemos como en las funciones lineales, vamos calculando diferentes valores de la función para diferentes valores de X. Lo único que debemos procurar es buscar valores de X que estén a ambos lados del eje de simetría, porque si no es así sólo podremos dibujar una rama correctamente.

Veamos, en la función con la que estamos trabajando $f(x)=x^2-4x+3$ hemos obtenido los siguientes datos:

- EJE DE SIMETRÍA → x= 2
- VÉRTICE → V(2,-1)
- CORTE CON EJE Y → (0,3)
- CORTE CON EJE X → (3,0) y (1,0)

Si ordenamos estos puntos en una tabla de valores vemos que sólo tenemos cuatro valores, si pudiéramos dibujar siete valores nos resultaría más sencillo trazar las ramas de la parábola. Veamos cómo se nos quedaría la tabla de valores:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x y=f(x)	pares ordenados
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)

VÉRTICE

Cómo elegir los valores de x para completar una tabla de siete pares ordenados. Pues una opción es fijarnos en la coordenada x del vértice (en nuestro caso, esta coordenada es x_v=2); si ordenamos en la tabla de valores, las x de menor a mayor, observamos que tenemos dos puntos por debajo pero sólo uno mayor que x=2. Así que elegiremos un valor de x mayor de 2; por ejemplo x=4:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
0	3	no es necesario. punto corte con y. ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario. vértice. ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario. punto corte con x. ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4\cdot 4 + 3= 16-16+3=3$	(4,3)

NUEVO PUNTO

NUEVO PUNTO: calculamos su ordenada sustituyendo el valor x=4 en la función.

Una vez calculada la ordenada la escribimos para tener el par ordenado.

Ya tenemos cinco puntos de la parábola, pero dijimos anteriormente que es mucho mejor tener al menos siete puntos, así que nos faltarían dos más. Lo suyo es intentar elegir uno de cada rama. Por eso, podemos optar por x=-1; que estaría por debajo del valor de la coordenada x_v=2 y por x=5 que estaría por encima. Realizando los cálculos de forma similar, tendríamos:

X	y	Cálculo del valor de y para un valor determinado de x $y=f(x)=x^2-4x+3$	pares ordenados
-1	8	$f(-1)= (-1)^2 -4\cdot(-1) +3= 1+4+3=8$	(-1,8)
0	3	no es necesario, punto corte con y, ya calculado	(0,3)
1	0	no es necesario, punto corte con x, ya calculado	(1,0)
2	-1	no es necesario, vértice, ya calculado	(2,-1)
3	0	no es necesario, punto corte con x, ya calculado	(3,0)
4	3	$f(4)=4^2 - 4\cdot4 + 3= 16-16+3=3$	(4,3)
5	8	$f(5)= 5^2 -4\cdot5 +3= 25 - 20 +3=8$	(5,8)

REPRESENTACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Ya sabemos que su gráfica tiene forma de parábola, así pues lo primero que haremos será llevar a unos ejes de coordenadas todos los puntos que tenemos y hemos calculado y que pertenecen a la misma; y luego los uniremos formando dos ramas a partir del vértice dándoles cierta curvatura:

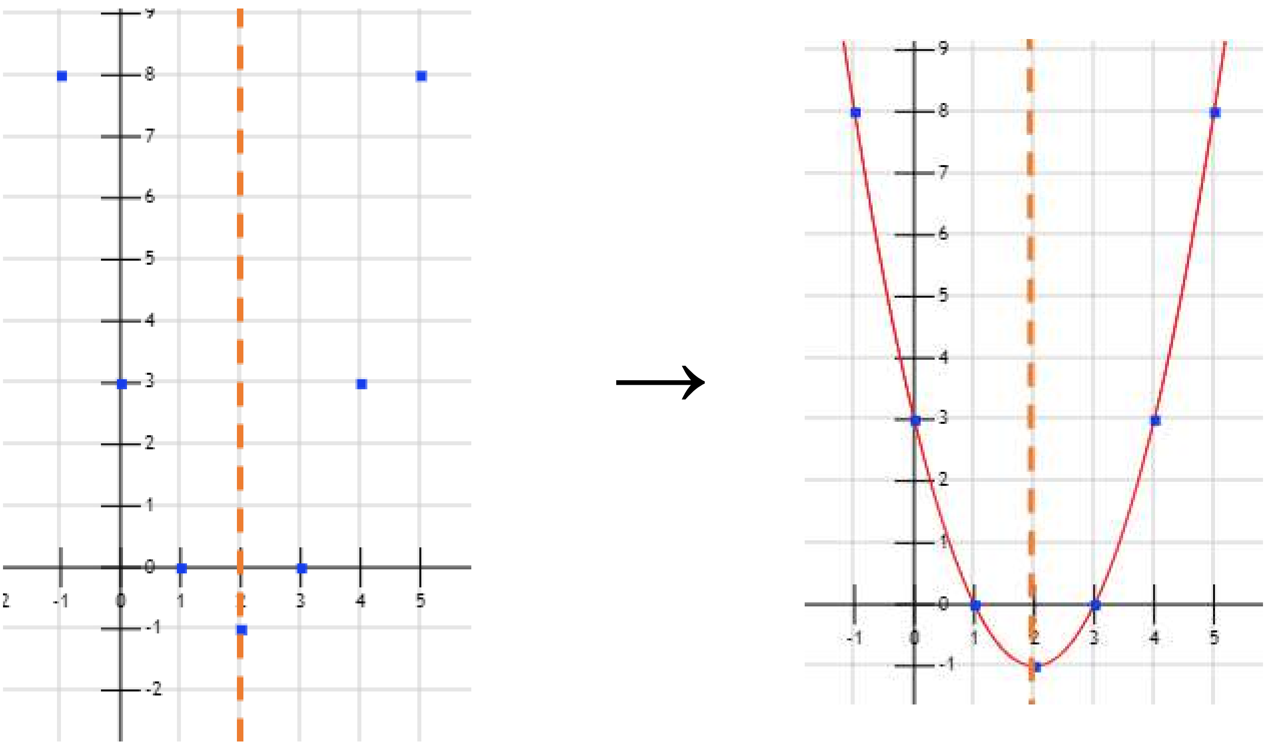


Imagen 45: Representación de una función cuadrática.

Ejercicio 32:

Observa la función cuadrática siguiente: $y = x^2 - 4x + 3$. Se pide:

a) Eje de simetría

b) Vértice.

c) Puntos de corte con el eje y.

d) Puntos de corte con el eje x.

e) Tabla con siete valores.

f) Representarla.

Soluciones de los ejercicios propuestos

Actividad nº 1

De las siguientes relaciones que se establecen entre dos variables, INDICA si SON FUNCIONES:

		S / N
a)	El coste de comprar fruta y el número de kilos comprados.	S
b)	El coste de una llamada telefónica y su duración.	S
c)	Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.	S
d)	Edad de una persona y su color de pelo.	N
e)	Color de un diario y número de páginas escritas.	N
f)	Cantidad de alumnos de una clase y número de aprobados.	N
g)	El sexo de una persona y la cantidad de cigarrillos diarios que fuma.	N

Actividad nº 2

a) Lineal

b) No Lineal

c) No Lineal

d) No Lineal

Actividad nº 3

a)

DEPENDIENTE Y	**INDEPENDIENTE X**
precio que pago por la fruta comprada	número de kilos comprados

b) El coste de una llamada telefónica y su duración.

DEPENDIENTE Y	**INDEPENDIENTE X**
precio de la llamada	duración de la

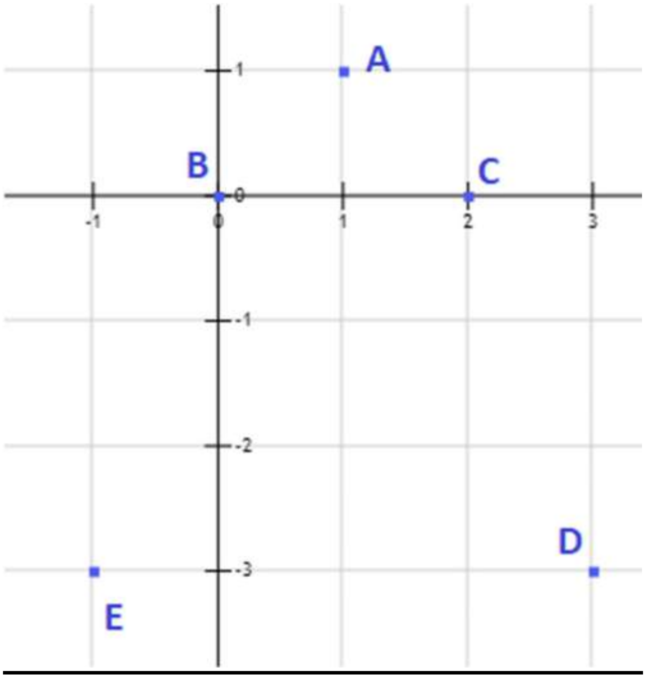
c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.

DEPENDIENTE Y	**INDEPENDIENTE X**
velocidad del vehículo	tiempo empleado en recorrer la

Actividad nº 4

$A(-1, 2)$; $B(2, -1)$; $C(0, 4)$;
$D(-5, 0)$; $E(-3, -2)$

Actividad nº 5



Actividad nº 6

Kg de limones	0	4	10	7	8	3
Precio en €	0	2	5	3,5	4	1,5

Actividad nº 7

Valor	0	-2	2	1	-3	4 ó -4	3
Valor al cuadrado	0	4	4	1	9	16	9

Actividad nº 8

a) f(x)= 4x-2   Como no nos exigen unos valores concretos para la x, elegimos nosotros los que queramos:

si x= 0 → f(0) = 4·0 - 2 =-2 → (0, -2)

si x= -1 → f(-1)= 4·(-1) -2= -4-2 = -6 → (-1 , -6)

si x=1 → f(1)= 4·1-2=4-2=2 → (1, 2)

si x= -2 → f(-2)= 4· (-2) - 2 = - 8 - 2= -10 → (-2 , -10)

si x=2 → f(2)=4·2-2= 8-2 = 6 → (2,6)

Una vez que hemos calculado los valores de la función para cinco valores de x diferentes y tenemos escritos nuestros pares ordenados, hacemos la tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	-10	-6	-2	2	6

b) $f(x)= x^2+ 2x - 5$. Trabajamos de manera análoga:

si x= 0 → $f(0) =0^2 + 2\cdot 0 -5= -5$ → (0, -5)

si x= -1 → $f(-1)= (-1)^2 + 2\cdot(-1) -5= 1-2-5=-6$ → (-1 , -6)

si x=1 → $f(1)= 1^2 + 2\cdot 1 -5= 1+2-5=-2$ → (1, -2)

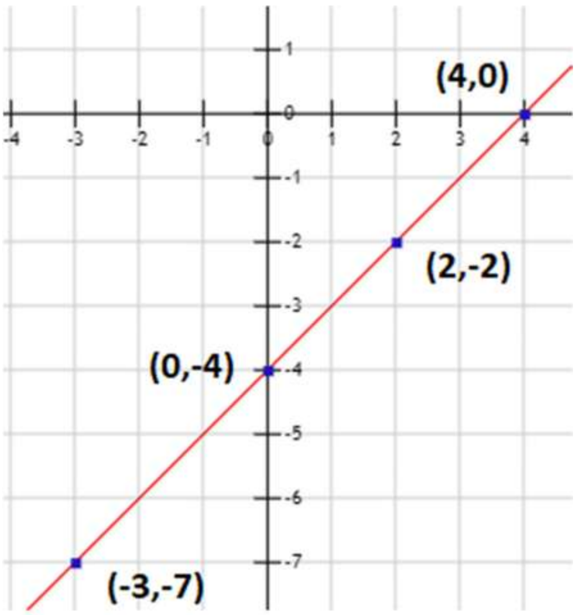
si x= -2 → $f(-2)= (-2)^2 + 2\cdot(-2) - 5= 4-4-5= -5$ → (-2 , -5)

si x=2 → $f(2)=2^2 + 2\cdot 2 -5= 4+4-5= 3$ → (2,3)

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-6	-5	-2	3

Actividad nº 9

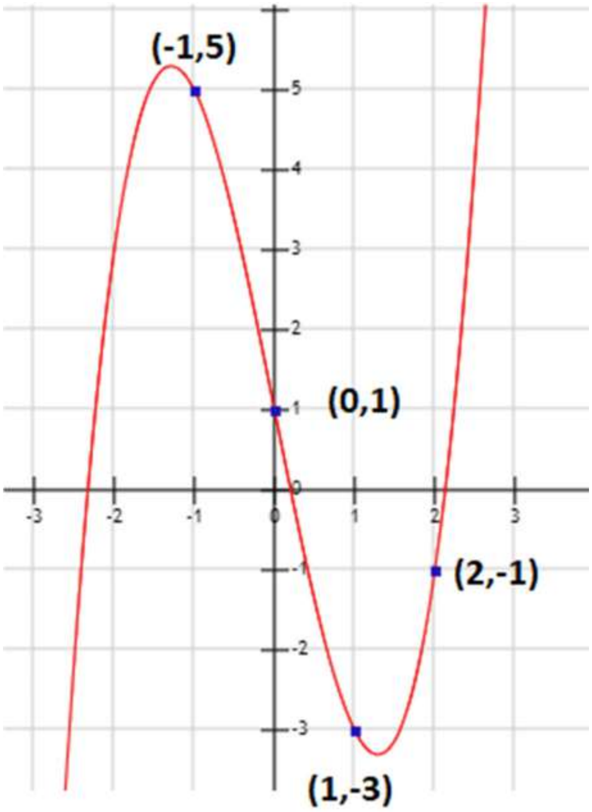
a) Fijándonos en la gráfica, vemos claros una serie de puntos:



Ordenando estos puntos en una tabla de valores obtenemos:

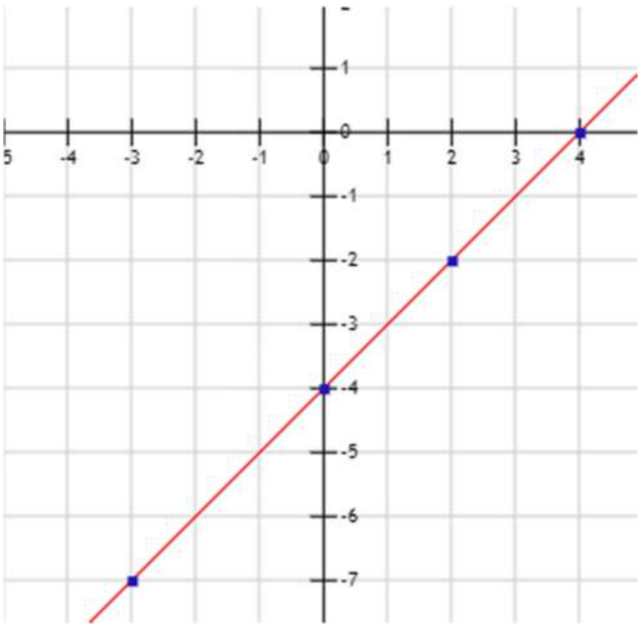
x	-3	0	2	4
y	-7	-4	-2	0

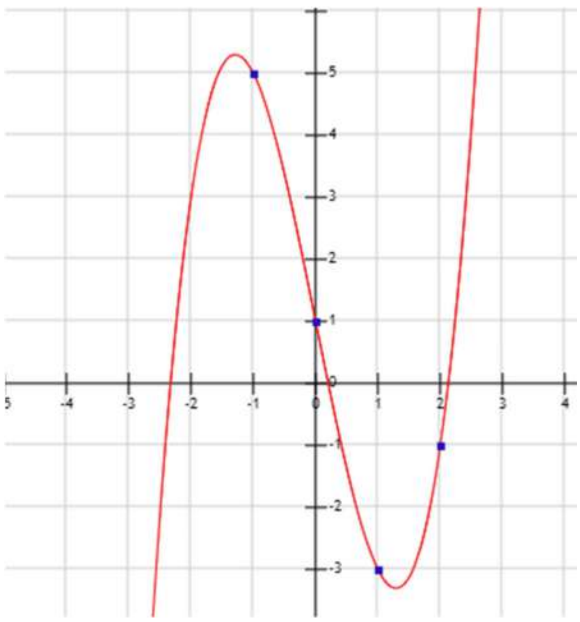
b) Realizando las mismas operaciones tenemos que:



x	-1	0	1	2
y	5	1	-3	-1

A partir de las siguientes gráficas, obtén una tabla de valores:





a) GRÁFICA 1

b) GRÁFICA 2

Actividad nº 10

Observamos que los puntos, al representarlos, están alineados. Por tanto, el dibujo que corresponde a la gráfica de la función es una RECTA.

Actividad nº 11

f(x)= 5x-9. Antes de representarla, tendremos que obtener su tabla de valores para poder disponer de un número de pares ordenados para poder representarlos en unos ejes:

si x= 0 → f(0) = 5·0 - 9 =-9 → (0, -9)

si x= -1 → f(-1)= 5·(-1) -9= -5-9 = -6 → (-1 , -14)

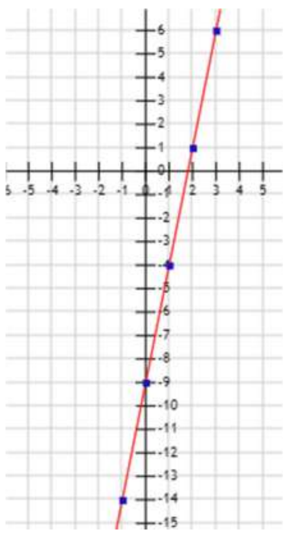
si x=1 → f(1)= 5·1-9=5-9=2 → (1, -4)

si x= 3 → f(3)= 5· 3 - 9 = 15-9=6 → (3 , 6)

si x=2 → f(2)=5·2-9= 10-9 = 1 → (2,1)

Una vez que hemos calculado los valores de la función para cinco valores de x diferentes y tenemos escritos nuestros pares ordenados, hacemos la tabla de valores:

x	-1	0	1	2	3
y	-14	-9	-4	1	6



Actividad nº 12

a) Los pares son (-2,2), (0,4’5) y (3,7).

b)

$$si\ x\epsilon(-10,-7)\cup(-3,3)\rightarrow funcion\ \ CRECE$$

$$si\ x\epsilon(-12,-10)\cup(-7,-3)\cup(3,12)\rightarrow funcion\ \ DECRECE$$

c) Mínimos para x = -10 y x = -3. Máximos para x = -7 y x= 3. Observa que los puntos en los que se alcanza un mínimo son (-10,3) y (-3,1’5) y los puntos en loa que se alcanza un máximo son (-7,5) y (3,7).

Actividad nº 13

a) Lunes V

Martes IV

Miércoles III

Jueves I

Viernes II

b) Tarda menos el viernes (grafica II). Tarda más el jueves (gráfica I).

c) Todos los días recorre la misma distancia (de su casa al instituto).

Actividad nº 14

a) 50 cm, aproximadamente.

b) A los 25 años, aproximadamente (180 cm de estatura).

c) En los 5 primeros años de vida, y entre los 10 y los 15 años.

d) De 0 a 80.

e) Porque el crecimiento es una función continua.

Actividad nº 15

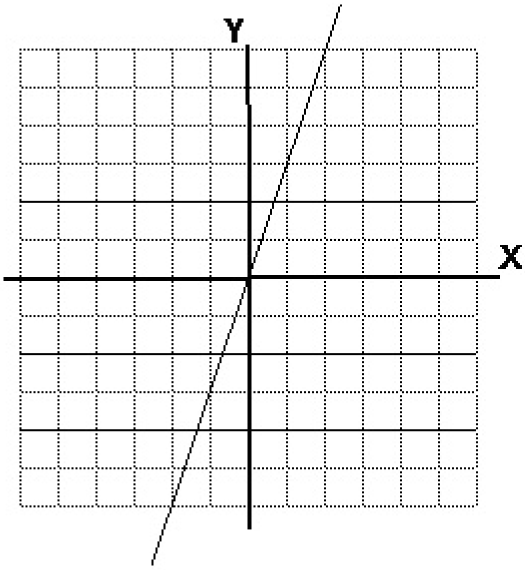
x	-2	0	2
f(x)	-6	0	6

Actividad nº 16

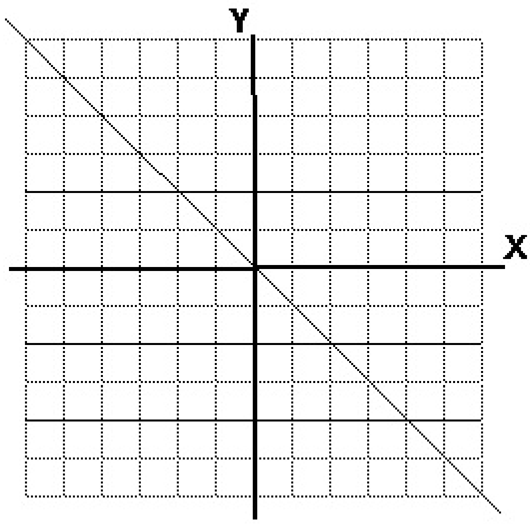
x	-2	0	2
f(x)	2	0	-2

Actividad nº 17

a)



b)



Actividad nº 18

a) m=3 > 0 → F. CRECIENTE

b) m= -1 < 0 → F. DECRECIENTE

Actividad nº 19

Las tres rectas serían funciones lineales porque todas ellas pasan por el origen de coordenadas, el punto (0,0).

La que posee mayor pendiente es la recta A, ya que es la que tiene mayor inclinación respecto al eje de abscisas.

Actividad nº 20

Como partimos de una gráfica, lo primero que debemos hacer es obtener de ella las coordenadas de dos puntos:

Estos serían el (0,0) y el (-1,3), por ejemplo, aunque podríamos obtener otros, pero siempre nos debe salir el mismo valor de la pendiente.

Una vez que tenemos dos puntos procedemos a usar la fórmula para el cálculo de la pendiente:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{-1-0}=\frac{3}{-1}=-3 \rightarrow \quad m=-3$$

Actividad nº 21

Como ya tenemos las coordenadas de dos puntos que pertenecen a la recta lo único que tenemos que hacer es utilizar la fórmula de la pendiente:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-(-4)}{6-2}=\frac{-1+4}{4}=\frac{3}{4}\rightarrow \quad m=\frac{3}{4}$$

Actividad nº 22

a)

x	-2	0	2
f(x)	-5	-3	-1

b)

x	-2	0	2
f(x)	5	1	-3

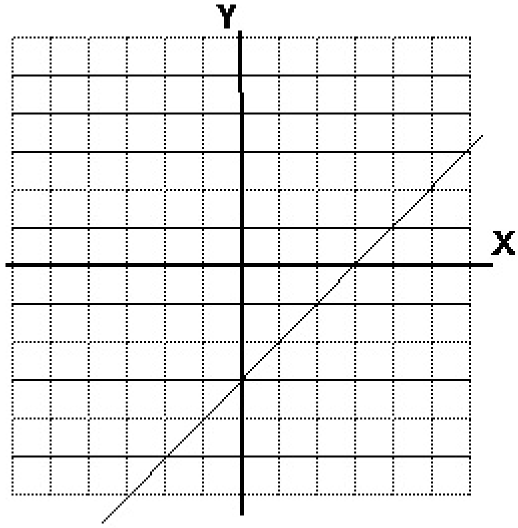
Actividad nº 23

a) m= 1 > 0 → creciente

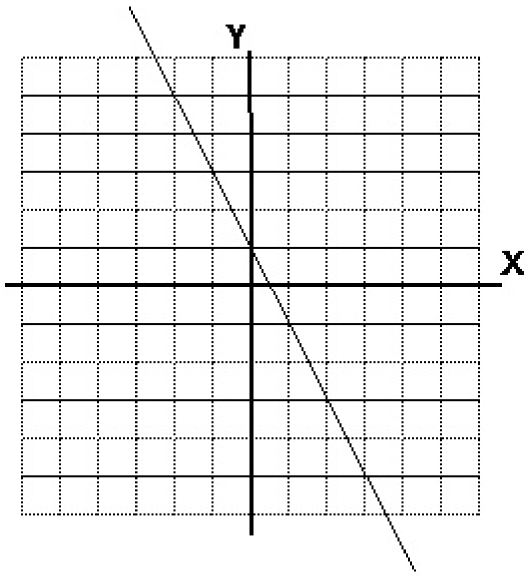
b) m= -2 < 0 → decreciente

Actividad nº 24

a)



b)



Actividad nº 25

a) A es afín por no pasar por el punto (0,0)

B es lineal por pasar por el punto (0,0)

C es constante por ser una recta paralela al eje x y por tanto su pendiente ser nula

b) La recta A y la B por tener la misma pendiente.

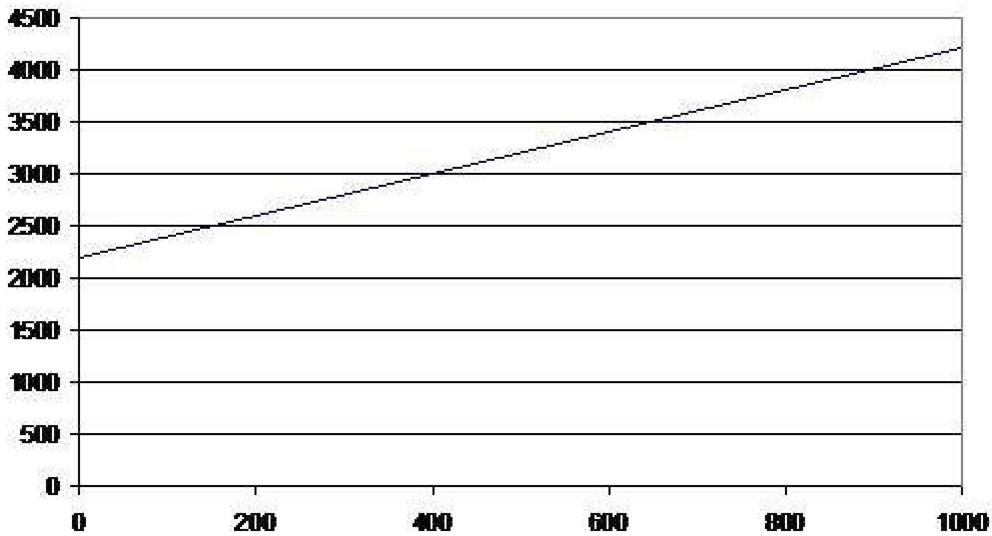
c) Su ordenada en el origen sería (0,-2) y su expresión algebraica es y=x-2 porque para ser paralela a la recta A debe tener la misma pendiente m=1 → y=x+n y como corta al eje y en el punto (0,-2) → n= -2

Actividad nº 26

a) f(x)= y = *2x + 2200*

b) f*(800) = 2·800 + 2200= 3800*

c)

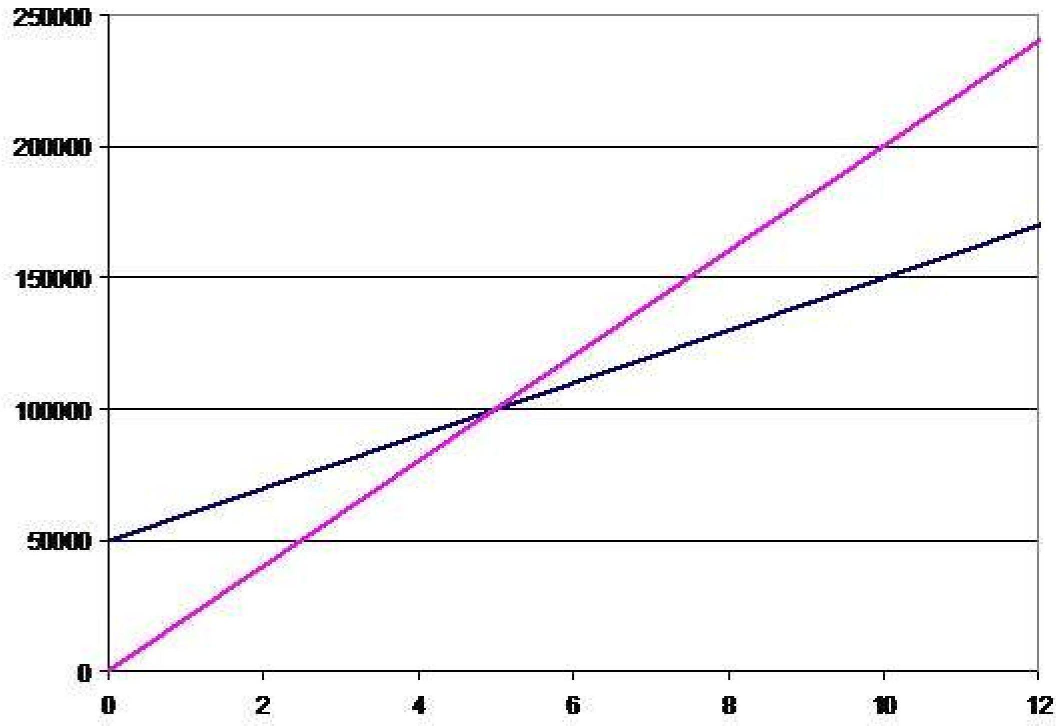


Actividad nº 27

a) $C(x) = 10000\,x + (30000{+}20000) = 10000x + 50000$

b) $I(x) = 20000\,x$

c)



d) $C(3) - I(3) = 20000$ €

Actividad nº 28

a) y= 500 + 0.50 x Es una función afín.

b) f(20)= 500+ 0,50 · 20 = 500 + 10 = 510€

Actividad nº 29

a) a=3 b=5 c= -10   b) a=-2 b=3 c=8   c) a=-1 b=-4 c=5

Actividad nº 30

a) Como a=3 > 0 → CONVEXA

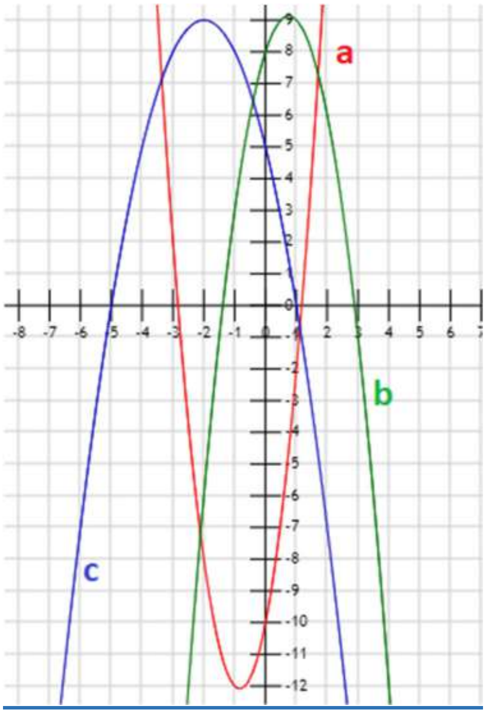
b) Como a=-2 < 0 → CÓNCAVA

c) Como a= -1 < 0 → CONVEXA

Para responder a la segunda parte del ejercicio, nos fijaremos en los valores absolutos de los diferentes coeficientes de a y los ordenaremos de mayor a menor:

ıaı → |3| > |-2| > |-1| → Esto significa que la función cuyo coeficiente a =3 tiene las ramas más estrechas que aquella cuyo coeficiente a=-2 y éstas a su vez, tienen las ramas más estrechas que aquella cuyo coeficiente es a=-1.

A modo de confirmación, si las representáramos veríamos lo siguiente: Vemos que la gráfica a (rojo) es la que tiene las ramas más estrechas y es convexa; mientras aquellas que tienen el coeficiente a negativo son cóncavas, y la que tiene el valor absoluto más pequeño (la azul) es la que tiene las ramas más abiertas de las tres funciones.



Actividad nº 31

a) EJE DE SIMETRÍA $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2\cdot1}=\frac{2}{2}=1\rightarrow x=1$

VÉRTICE:

$x_v=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2\cdot1}=\frac{2}{2}=1\rightarrow x_v=1;\quad \rightarrow y_v=f(1)=1\cdot1^2-2\cdot1-3=1-2-3=-4\rightarrow V(1,-4)$

b) EJE DE SIMETRÍA $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{2\cdot1}=\frac{-6}{2}=-3\rightarrow x=-3$

VÉRTICE:

$x_v=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{2\cdot1}=\frac{-6}{2}=-3\rightarrow x_v=-3;\quad \rightarrow y_v=f(-3)=1\cdot(-3)^2+6\cdot(-3)+5=9-18+5=-4\rightarrow V(-3,-4)$

Actividad nº 32

a)

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \;\rightarrow\; x = 2$$

b) $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \;\rightarrow\; x_v = 2$

entonces, $f(2)= 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \rightarrow y_v = -1$

Así, el **vértice es el punto (2,-1)**

c) corte al eje y → x= 0 ; $f(0)= 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3$ → **(0, 3)**

d) corte con eje x → y=0 ; $x^2 - 4x + 3 = 0$ → ecuación de segundo grado que resolvemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad y \quad x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Dándonos así dos puntos: **(3,0)** y el **(1,0)**

e) Llevamos todos los puntos que hemos calculado a una tabla de valores:

x	0	1	2	3
y	3	0	-1	0

Como sólo tenemos cuatro valores tendremos que calcular los otros tres que precisamos para tener siete. Cómo la $x_v=2$ elegimos dos x mayores que 2 y una menor que dos para así tener tres valores a cada lado del de x=2:

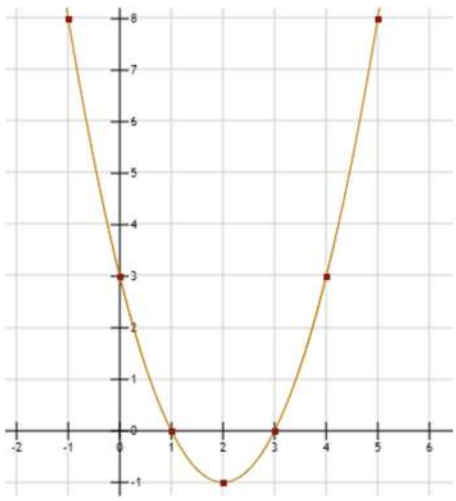
si x= -1 → $f(-1)= (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$ → (-1, 8)

si x= 4 → $f(4)= 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$ → (4,3)

si x= 5 → $f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$ → (5,8)

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	3	0	-1	0	3	8

Una vez que tenemos la tabla, llevaos los siete puntos a unos ejes coordenados y los unimos dando lugar a la gráfica de la función:



Bloque 10. Tema 2.

Transformaciones Químicas. I+D+i.

ÍNDICE

1.1. Cambios físicos y químicos

Cambio físico es cualquier cambio que se produce sin que varíen la naturaleza y propiedades de las sustancias, es decir, sin que se formen sustancias nuevas. Por ejemplo, los cambios de estado o las disoluciones.

Cambio químico es la transformación de una o más sustancias en otra u otras distintas con propiedades características diferentes. Por ejemplo, la oxidación de un metal.

Por ejemplo, si mezclamos azufre y limaduras de hierro se obtiene una mezcla. Si acercamos un imán a esta mezcla podemos observar como las limaduras de hierro son atraídas por el imán y se pueden separar del azufre. Como los componentes de esta mezcla no han perdido su naturaleza y propiedades, se trata de un cambio físico. Sin embargo, si calentamos la misma mezcla de azufre y hierro vemos que se forma un sólido de color pardo oscuro que no es atraído por un imán. En este caso, se ha formado una sustancia nueva con propiedades diferentes a las de sus componentes, y decimos que se ha producido un cambio químico.

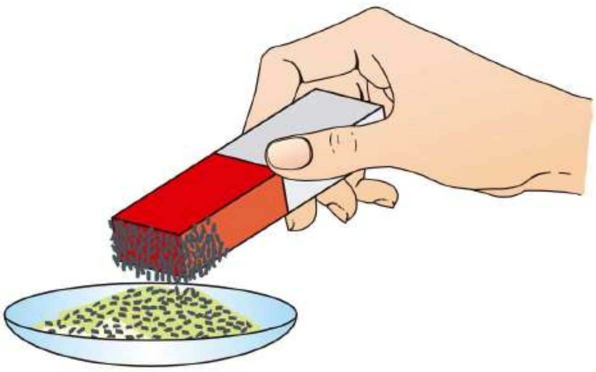


Imagen 1: Separación de una mezcla de azufre y limaduras de hierro.

Fuente: blinklearning Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Importante

1.- Clasifica los siguientes cambios en físicos o químicos:

a) Quemar alcohol con una cerilla.

b) Derretir mantequilla en una sartén.

c) Se "quema" una rebanada de pan olvidada en la tostadora.

d) Evaporación del agua.

1.2. Reacción química y ecuaciones químicas

Una **Reacción química** (cambio químico) es un proceso en el cual una o más sustancias, llamadas *reactivos*, se transforman en otra u otras sustancias distintas, denominadas *productos*.

La reacción química es un proceso en el que básicamente se rompen unos enlaces entre átomos de los reactivos y se forman otros enlaces distintos dando lugar a la formación de compuestos diferentes (productos). Es decir, los átomos que constituyen los reactivos son exactamente los mismos que constituyen los productos pero reagrupados de distinta manera.

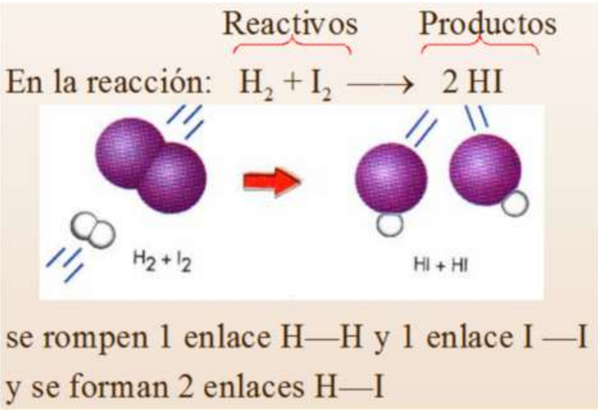


Imagen 2: Ejemplo de una reacción química.

Fuente: monografías

Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Del estudio de muchas reacciones químicas se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- La existencia de una reacción química se puede poner de manifiesto por un cambio de color, la formación de un sólido, la formación de un gas o un cambio de temperatura.
- Las reacciones químicas van acompañadas de cambios de Energía. A las reacciones que desprenden energía se las llama **exotérmicas**. A las que absorben energía, **endotérmicas**. Un ejemplo de reacción exotérmica es la reacción de combustión. Los combustibles (madera, carbón, gasolina, alcohol, etc.) arden en presencia del oxígeno del aire, produciendo dióxido de carbono y agua y liberando energía en forma de calor.

  La combustión de un fósforo es muy exotérmica al igual que la de la madera, por eso nos quemamos si acercamos nuestra mano.

Imagen 3: Combustión de una cerilla.

Fuente: files.ciencias-quimica-y-biologia.webnode

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

- La velocidad de una reacción química varía dependiendo de varios factores:
  - La naturaleza de los reactivos.
  - El grado de división de una sustancia.
  - La temperatura.
  - La concentración de los reactivos.
  - La presencia de unas sustancias llamadas catalizadores o inhibidores, que son capaces de aumentar o disminuir, respectivamente, la velocidad de las reacciones.

- La masa se conserva en las reacciones químicas.

Las reacciones químicas se pueden representar mediante las **ecuaciones químicas**. Una ecuación química consta de dos miembros separados mediante una flecha que nos indica el sentido en el que se produce la reacción. En el primer miembro se escriben las fórmulas de los reactivos y en el segundo la de los productos. Si hay más de un reactivo o de un producto se separan sus fórmulas mediante el signo +.

De modo general: $A + B \rightarrow C + D$

Reactivos → Productos

Este tipo de reacción (con una flecha de izquierda a derecha) se dice que es **irreversible**, porque los productos no se combinan entre sí para originar de nuevo a los reactivos.

Por ejemplo: $C + O_2 \rightarrow CO_2$

Esta ecuación nos indica que el carbono *reacciona con* el oxígeno *para formar* dióxido de carbono.

El "+" se puede leer como "reacciona con". La flecha significa "para formar"

Aquellas reacciones en las que los productos también reaccionan entre sí para formar los reactivos, se denominan reacciones **reversibles** y se indican con una doble flecha.

De modo general: $A + B \leftrightarrow C + D$

Por ejemplo: $PCl_5 \leftrightarrow PCl_3 + Cl_2$

En una ecuación química también hay que especificar el estado físico en el que se encuentran las sustancias, según las condiciones de presión y temperatura a las que se realice dicha reacción. Se utilizan los símbolos (g), (l) y (s), para indicar los estados gaseoso, líquido y sólido, respectivamente. Estos símbolos se ponen a continuación de las sustancias correspondientes.

Por ejemplo: la reacción entre carbono y oxígeno a 25ºC y 1 atm de presión se representaría así: $C (s) + O_2 (g) \rightarrow CO_2 (g)$

Ya que en esas condiciones de presión y temperatura el carbono se encuentra en estado sólido y el oxígeno y el dióxido de carbono en estado gaseoso.

Si una sustancia está disuelta en agua, se utiliza el símbolo (ac) o (aq).

Otros símbolos que se utilizan en las reacciones químicas son:

- Una flecha hacia arriba (↑) si se desprende un gas.
- Una flecha hacia abajo (↓) si una sustancia precipita en estado sólido.

1.3. Ley de conservación de la masa

El científico A. Lavoisier, en el siglo XVIII, mediante el uso cuidadoso de la balanza, enunció la ley de la conservación de la masa que dice que "La materia ni se crea ni se destruye, sino que se transforma". Aplicada a una reacción química se expresaría de la siguiente manera:

"En una reacción química, la masa de las sustancias antes de la reacción es igual a la masa de las sustancias después de la reacción".

Como una reacción química es, en esencia, un proceso en el que se rompen enlaces en los reactivos y se forman nuevos enlaces que dan origen a los productos, el número de átomos de cada elemento debe ser el mismo antes de la reacción que después de ésta. Es decir, los átomos que intervienen en una reacción son los mismos pero agrupados de distinto modo en los reactivos que en los productos, por ello, la masa permanece constante.

Imagen 4: A. Lavoisier y su esposa.
Fuente: [biografiasyvidas]
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

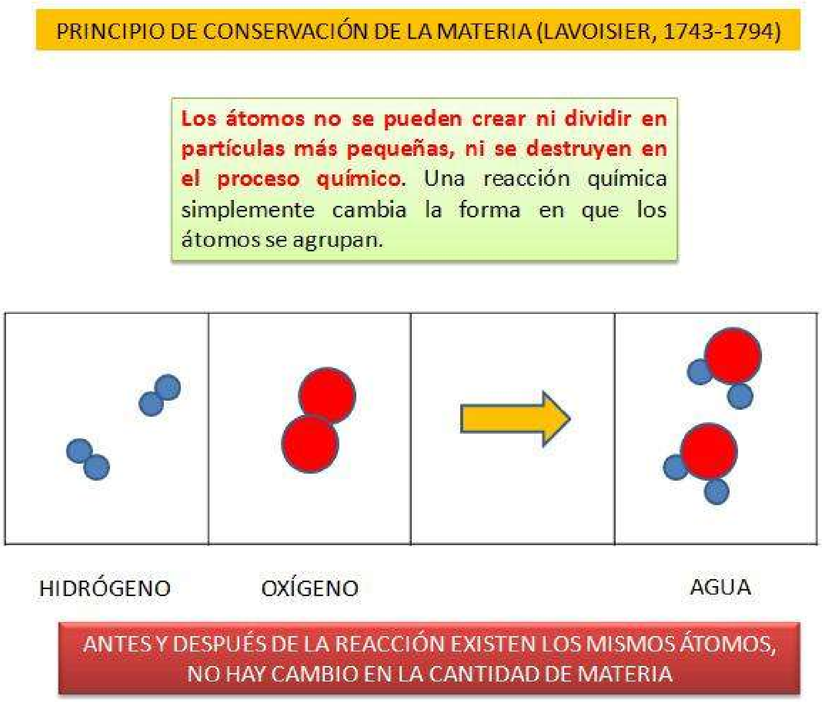


Imagen 5: Ley de Lavoisier.
Fuente: liceoagb
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

Como se puede observar en la siguiente figura, para la reacción:

$CaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow CaSO_4 + 2\ NaCl$, se cumple la ley de Lavoisier.

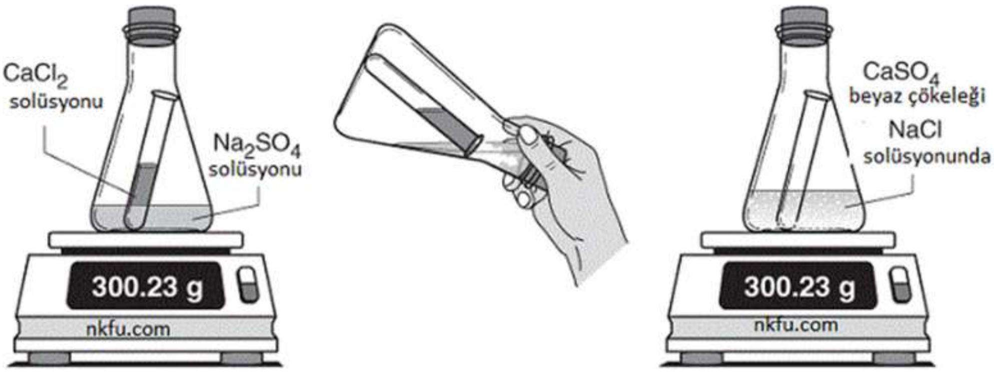


Imagen 6: La masa se conserva en una reacción química.
Fuente: nkfu Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

1.4. Ajuste de ecuaciones químicas

En las reacciones químicas y, por lo tanto, en sus ecuaciones químicas se tiene que cumplir la Ley de conservación de la masa. Es decir, como una reacción química es un reagrupamiento de átomos debe haber el mismo número de átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos. Si escribimos una ecuación química y no es así, tendremos que ajustar la ecuación.

Por ejemplo, la ecuación $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$ no está ajustada porque tenemos dos átomos de nitrógeno en el primer miembro y uno en el segundo y de hidrógeno, dos en el primero y tres en el segundo.

Para **ajustar una ecuación** hay que encontrar unos números, llamados **coeficientes estequiométricos**, que se colocan delante de cada fórmula para conseguir que el número de átomos de cada elemento sea igual en los reactivos y en los productos. Estos coeficientes pueden ser números enteros o fraccionarios, ya que estos últimos se pueden eliminar multiplicándolos por el común denominador. Se prefiere que sean los números enteros menores posibles.

El coeficiente estequiométrico indica el número de moléculas o átomos de la sustancia, a la que precede, que intervienen en la reacción. Si solo hay una molécula o átomo el coeficiente 1 se omite. Por lo tanto, la ecuación anterior indica que una molécula de nitrógeno (N_2) reacciona con tres moléculas de hidrógeno (H_2) para formar dos moléculas de amoniaco (NH_3).

Muy importante, no se puede ajustar el número de átomos de un elemento cambiando el subíndice de este elemento en la fórmula en la que aparece (modificando su fórmula).

Para ajustar una reacción se puede hacer de varias formas:

a) **Método por "tanteo".** Consiste en buscar coeficientes hasta conseguir el ajuste correcto. Para ajustar con este método se recomienda:

- Ajustar primero aquellos elementos que estén en un solo compuesto en ambos miembros.
- Cuando uno de los reactivos o productos sea un elemento libre se ajustará en último lugar.
- Normalmente, se dejan los átomos de hidrógeno y oxígeno para el final ya que están presentes en muchas sustancias.

Como ejemplo, ajustaremos paso a paso la reacción de combustión del butano. Una reacción de combustión es una reacción de una sustancia con el oxígeno (O_2). Si esa sustancia es un hidrocarburo; es decir, un compuesto formado por carbono e hidrógeno como el butano (C_4H_{10}), los productos de reacción serán dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O). La ecuación química que representa la reacción de combustión del butano es la siguiente:

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

Cuando tengamos que utilizar una ecuación química, comprobaremos si la reacción está ajustada o no, para ello contamos los átomos de cada elemento en los reactivos y en los productos.

En las fórmulas, los subíndices nos indican el número de átomos que hay de cada elemento en una molécula. Por ejemplo, como la fórmula del butano es C_4H_{10}, esto quiere decir que una molécula de butano está formada por 4 átomos de carbono y diez átomos de hidrógeno. Si solo hay un átomo de un elemento en una molécula no se pone ningún subíndice (el subíndice uno se omite). Por ejemplo, como la fórmula del dióxido de carbono es CO_2, las moléculas de este compuesto están formadas por un átomo de carbono y dos de oxígeno.

El número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es tres, dos debidos a los átomos de oxígeno de la molécula de CO_2 y otro debido al de la molécula de H_2O (2+1 = 3). Por lo tanto, el número de átomos de cada elemento será el siguiente. Como se puede observar ningún elemento está ajustado.

REACTIVOS			**PRODUCTOS**		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	1	2	3

Podemos ajustar el número de átomos de los distintos elementos en el orden que queramos, pero como comentamos antes, es mejor comenzar por aquellos que forman parte de un solo compuesto en los reactivos y en los productos. En nuestro caso, estos elementos son el C y el H. Dejaremos el ajuste de los átomos de oxígeno para el final, cuando ya tengamos ajustados los de carbono y de hidrógeno, ya que el oxígeno se encuentra presente en tres sustancias: oxígeno (O_2), dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O). Además, el oxígeno en el primer miembro se encuentra como elemento (O_2).

1) En primer lugar, ajustamos los átomos de carbono. En nuestro caso, hay cuatro átomos de carbono en los reactivos (C_4H_{10}) y un átomo de carbono en los productos (CO_2). Como vemos faltan átomos de carbono en el segundo miembro, para que también tengamos 4 átomos de carbono en los productos tendría que haber cuatro moléculas de CO_2 ya que cada molécula está constituida por un átomo de carbono y dos de oxígeno. Para conseguir esto, debemos poner el coeficiente 4 delante de la fórmula del CO_2. Para calcular el número total de átomos de cada elemento, se multiplica el coeficiente estequiométrico por el número de átomos de cada elemento que aparece como subíndice en la fórmula. Por eso, el número de átomos de oxígeno en el segundo miembro es nueve (4.2 +1 = 9). Ocho debidos a las cuatro moléculas de CO_2, puesto que cada molécula tiene 2 átomos de oxígeno más otro átomo debido a la molécula de agua, que solo contiene un átomo de oxígeno (H_2O).

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + H_2O$$

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	2	9

2) A continuación, ajustamos los átomos de hidrógeno. Como podemos ver en la tabla anterior, hay 10 átomos de hidrógeno en los reactivos (C_4H_{10}) y solo 2 átomos de hidrógeno en los productos (H_2O). Puesto que el número de átomos de hidrógeno es menor en los productos, para que también tengamos 10 átomos de hidrógeno en el segundo miembro, necesitamos 5 moléculas de agua ya que cada una tiene 2 átomos de hidrógeno, por lo que pondremos el coeficiente 5 delante del H_2O. De este modo, el número de átomos de hidrógeno en el segundo miembro es 5x2 = 10.

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	2	4	10	13

3) Por último, nos quedan por ajustar los átomos de oxígeno. Como se indica en la tabla anterior, hay 2 átomos de oxígeno en los reactivos (O_2) y 13 átomos en los productos (8 átomos debidos a las 4 moléculas de CO_2 y 5 átomos debidos a las 5 moléculas de H_2O). En este caso, hay menos átomos en los reactivos. Para tener 13 átomos de oxígeno también en los reactivos debemos tener la mitad de moléculas de oxígeno (13/2) ya que cada molécula de oxígeno está formada por dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, pondremos el coeficiente 13/2 delante del O_2. Así, el número de átomos de oxígeno será 13/2 . 2 = 13.

$$C_4H_{10} + 13/2\ O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$

Los coeficientes estequiométricos son estos, 1 (se omite), 13/2, 4 y 5. Por último, comprobamos que con estos coeficientes todos los elementos están ajustados:

REACTIVOS			PRODUCTOS		
C	H	O	C	H	O
4	10	13	4	10	13

4) Aunque ya tenemos la ecuación ajustada. Como uno de los coeficientes es un número fraccionario (13/2) y se prefiere que los coeficientes sean números enteros, multiplicaremos todos los coeficientes por el denominador del coeficiente fraccionario para convertirlo en un número entero. En este caso, como es 13/2 multiplicaremos todos los coeficientes por 2. De modo que la ecuación ajustada quedaría del siguiente modo:

$$2\ C_4H_{10} + 13\ O_2 \rightarrow 8\ CO_2 + 10\ H_20$$

Como se puede comprobar la ecuación también quedaría ajustada.

REACTIVOS			**PRODUCTOS**		
C	H	O	C	H	O
8	20	26	8	20	26

b) **Método algebráico**. Los pasos a seguir son los siguientes:

1º) Se asigna una letra a cada coeficiente estequiométrico. Conviene asignarlas por orden alfabético de izquierda a derecha.

2º) Se empieza por el primer elemento de la izquierda y se plantea la ecuación que representa el ajuste de átomos de dicho elemento: número de átomos del elemento en la izquierda = número de átomos del elemento en la derecha.

3º) Se continúa por la izquierda de la reacción química, planteando otra ecuación para el siguiente elemento diferente. De esta forma tendremos el ajuste de átomos de todos los elementos diferentes que existen en la reacción química. Siempre tendremos una ecuación menos que incógnitas. En algún caso podríamos obtener más ecuaciones pero si nos fijamos bien veremos que algunas son equivalentes.

4º) Se asigna el valor 1 a la letra (incógnita) que queramos.

5º) Se resuelven el resto de las ecuaciones.

6º) Si en los resultados se obtienen decimales o fracciones, se deben multiplicar todas las incógnitas (coeficientes estequiométricos) por un mismo número de tal forma que desaparezcan los decimales o las fracciones.

Veámoslo con un ejemplo:

$$\mathbf{a}\ Na_2SO_4 + \mathbf{b}\ BaCl_2 \rightarrow \mathbf{c}\ NaCl + \mathbf{d}\ BaSO_4$$

Na : $2a = c$

S : $a = d$

O : $4a = 4d$ (ecuación equivalente a la anterior)

Ba: $b = d$

Cl: $2b = c$

Por tanto, las ecuaciones son: $2a = c$; $a = d$; $b = d$; $2b = c$

Si por ejemplo, asignamos a 'd' el valor 1 entonces:

Si d=1, como $a = d \rightarrow a = 1$

como $b = d \rightarrow b = 1$

como $2 \cdot b = c \rightarrow 2 \cdot 1 = c \rightarrow c = 2$

Ahora, se sustituyen las letras por sus valores numéricos correspondientes.

La ecuación ajustada es la siguiente: $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4$

c) **Método del ión-electrón** (no se estudiará en este nivel).

Ejercicio 2

Ajusta las siguientes ecuaciones químicas:

a) $H_2O + Na \rightarrow Na(OH) + H_2$
b) $KClO_3 \rightarrow KCl + O_2$
c) $BaO_2 + HCl \rightarrow BaCl_2 + H_2O_2$
d) $SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$
e) $Ag_2SO_4 + NaCl \rightarrow Na_2SO_4 + AgCl$

1.5. Tipos de reacciones químicas

Considerando solo el resultado global y sin atender al proceso íntimo de la reacción, podemos agrupar las reacciones químicas en cuatro tipos: síntesis o combinación, descomposición, sustitución o desplazamiento y doble descomposición o intercambio.

a) Síntesis o combinación: Dos o más sustancias reaccionan para dar otra más compleja.

Tienen la forma general: $A + B \rightarrow AB$

(A y B pueden representar elementos o compuestos y combinarse en una relación diferente a 1:1)

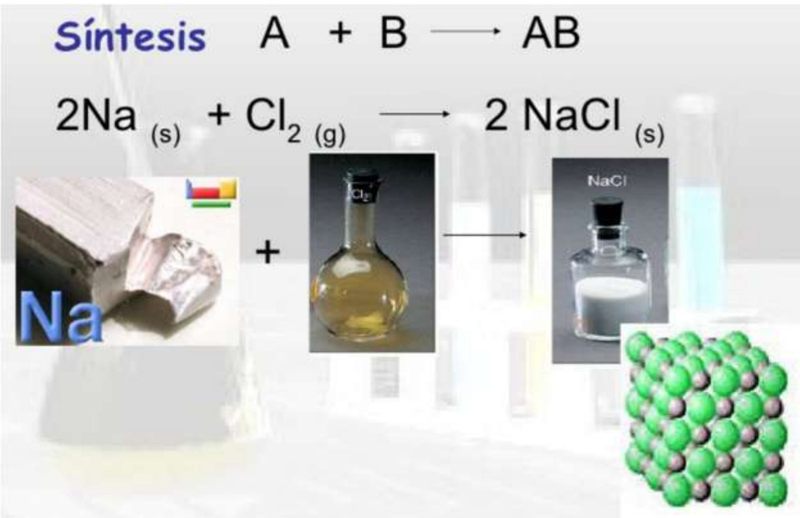


Imagen 7: Ejemplo de reacción de síntesis.
Fuente: slidesharecdn
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3$
- $Fe + S \rightarrow FeS$
- $2\,Ca + O_2 \rightarrow 2\,CaO$
- $S + O_2 \rightarrow SO_2$

b) Descomposición: Es el proceso inverso del anterior. Una sustancia se descompone formando dos o más simples.

Su forma general es: AB → A + B

Imagen 8: Ejemplo de reacción de descomposición.
Fuente: [slidesharecdn] Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $2\,HgO + Q \rightarrow 2\,Hg + O_2$ (Q indica que la reacción se produce calentando)
- $Ca(OH)_2 \rightarrow CaO + H_2O$
- $H_2SO_3 \rightarrow H_2O + SO_2$
- $MgCO_3 \rightarrow MgO + CO_2$
- $2\,H_2O \rightarrow 2\,H_2 + O_2$

c) Desplazamiento o sustitución: Uno de los elementos de un compuesto es sustituido por otro elemento.

La ecuación general es: AB + X → XB + A

Imagen 9: Ejemplo de reacción de sustitución simple.

Fuente: slidesharecdn

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu$
- $2\,K + 2\,H_2O \rightarrow 2\,KOH + H_2$
- $Zn + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + H_2$

d) Doble descomposición o intercambio: Estas reacciones equivalen a una doble sustitución o un intercambio.

Su forma general es: $AB + XY \rightarrow AY + XB$

Imagen 10: Ejemplo de reacción de sustitución doble.

Fuente: slidesharecdn

Autor: Desconocido

Licencia: Desconocida

Ejemplos:

- $NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl$
- $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$
- $2\,HCl + Na_2CO_3 \rightarrow 2\,NaCl + H_2O + CO_2$

1.6. Masa atómica, masa molecular y masa molar

La masa de un átomo es demasiado pequeña como para que resulte práctico expresarla en g o kg, incluso el átomo más pesado tiene una masa menor que 5.10^{-22} gramos (0,0000000000000000000005 g. Al ser los átomos tan pequeños no se pueden manipular de forma individual y determinar su masa en una balanza (masa atómica). Por eso, los químicos han establecido una escala de masas atómicas absolutas. Para ello, se creó una unidad de masa que coincidía con la doceava parte de la masa del átomo de C-12, y que se denominó u (o uma, iniciales de unidad de masa atómica). En esta escala, la masa de un átomo de hidrógeno (átomo más pequeño) es 1,008 u.

Para que esta unidad de masa sea útil es necesario relacionarla con otras unidades más utilizadas en el laboratorio (g, mg, kg, etc.). La relación en gramos (g) y uma (u) es la siguiente:

$$1 \text{ g} = 6{,}022.10^{23} \text{ u}$$

Esta unidad es una unidad de masa igual que el g, el kg, el mg, etc. pero extremadamente más pequeña.

Utilizando esta unidad, la masa de un átomo de oxígeno = 15,99 u =

= 15,99 u. 1 g / 6.022.1023 u = $2{,}655.10^{-23}$ g

La masa atómica absoluta de un elemento es la masa de un átomo de ese elemento expresada en u. Su valor se puede encontrar en el Sistema Periódico, en la casilla del elemento químico correspondiente. Por ejemplo, la masa atómica del hierro es 55,847 u.

Ejercicio 3

¿Cuál es la masa de un átomo de los siguientes elementos expresada en u y g?

a) Ca b) Zn c) Al d) C e) O

En un compuesto no puede hablarse de masa atómica, sino de masa molecular, que es la masa de una molécula y se calcula como la suma de las masas atómicas de los átomos que lo constituyen. Como ejemplo, hallaremos la masa molecular del agua:

Masa molecular H_2O = nº átomos H . masa atómica H + nº átomos O . masa atómica O = 2 . 1u + 1. 16 u = 18 u

ya que hay dos átomos de hidrógeno y la masa atómica del hidrógeno es 1 u y un átomo de oxígeno y su masa atómica es 16 u.

Ejercicio 4

Calcula la masa molecular de las siguientes sustancias:

a) hidróxido de sodio ($NaOH$)
b) ácido nítrico (HNO_3)
c) permanganato de calcio ($Ca(MnO_4)_2$)
d) cloruro de magnesio ($MgCl_2$)
e) cromato de aluminio ($Al_2(CrO_4)_3$)

Ejercicio 5

¿Cuál es la masa en g de una molécula de cada una de las sustancias anteriores?

Las sustancias no reaccionan gramo a gramo, en cambio las moléculas o átomos se combinan según una relación de números enteros sencillos. Por lo tanto, para estudiar las reacciones químicas se podría pensar en utilizar como unidad el átomo cuando se trata de un elemento o la molécula si se trata de un compuesto. Pero, los átomos o moléculas no se pueden manipular individualmente debido a sus dimensiones tan reducidas, pues por pequeña que sea la cantidad que tomemos de cualquier sustancia, ésta contendrá un número enorme de partículas. Por lo tanto, para trabajar en el laboratorio resulta conveniente definir una unidad de cantidad de sustancia que contenga un número determinado de átomos o moléculas.

Esta unidad se denomina **MOL** y se define como la cantidad de sustancia que contiene tantas partículas (átomos, moléculas, iones, electrones, etc...) como átomos hay en 12 g de C-12.

Este número de partículas se llama número de Avogadro (N_A) y su valor es $6{,}022.10^{23}$ (602200000000000000000000) por lo que el mol se puede definir como la cantidad de sustancia que contiene **$6{,}022.10^{23}$ partículas**.

Es conveniente precisar si el mol se refiere a átomos, moléculas u otras entidades elementales. Por ejemplo, es ambiguo hablar de un mol de oxígeno, porque puede referirse o bien a un mol de átomos de oxígeno o bien a un mol de moléculas de oxígeno.

Si calculamos la masa de un mol de cualquier sustancia se llega a una importante conclusión:

"La masa de un mol de átomos (moléculas), es decir, de una cantidad de sustancia que contenga el número N_A de átomos (moléculas) de un elemento (compuesto) es igual a su masa atómica (molecular) expresada en gramos".

Como ejemplo, hallaremos la masa de un mol de moléculas de agua. Para ello, multiplicaremos el número de moléculas que constituyen 1 mol (N_A) por la masa de una molécula de agua expresada en g.

La masa molecular del H_2O, como calculamos anteriormente es igual a 18 u. Es decir, una molécula de agua tiene una masa de 18 u, ahora expresaremos en g esa cantidad.

masa de 1 molécula H_2O = 18 u = 18u. 1g / $6{,}022.10^{23}$ u = $2{,}99.10^{-23}$ g = 0,0000000000000000000000299 g.

Por lo tanto,

Masa de 1 mol de moléculas ($6{,}022.10^{23}$ moléculas) de H_2O = N_A moléculas H_2O . masa 1 molécula H_2O =

$$= 6{,}022.10^{23} \cdot 2{,}99.10^{-23}\ \text{g} = 18\ \text{g}$$

Vemos que efectivamente la masa de una molécula y la masa de 1 mol de moléculas coinciden en el valor numérico pero se expresan en distintas unidades, la masa de una molécula en u y la masa de 1 mol de moléculas en g. Una molécula de agua tiene una masa de 18 u y un mol de moléculas de agua de 18 g.

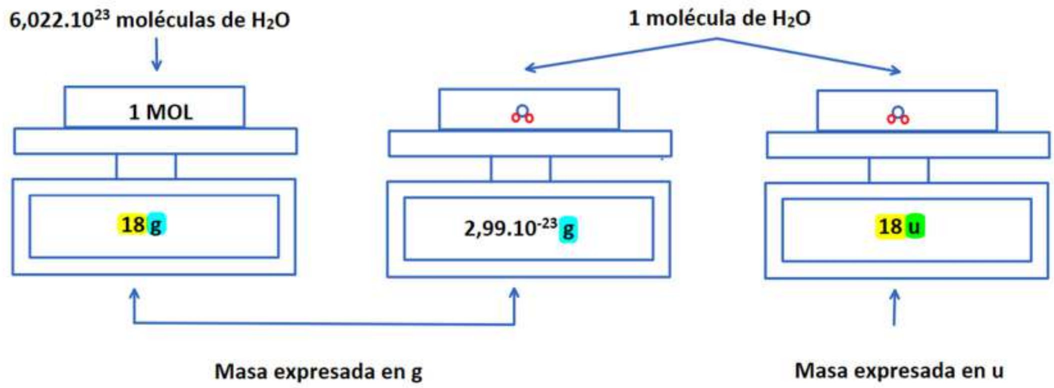


Imagen 11: Masas molecular y molar del agua.
Fuente: Elaboración propia.

A la masa de un mol de átomos o moléculas se le denomina Masa Molar y se expresa en g/mol. Para hallar la masa molar, se calcula la masa molecular a partir de las masas atómicas de los elementos que compongan esa sustancia y se expresa en g/mol.

Por ejemplo, Calcula la masa molar del ácido sulfúrico (H_2SO_4). Masas atómicas: H = 1 u, S = 32 u, O = 16 u

Masa molecular H_2SO_4 = 2 . 1 + 1. 32 + 4 . 16 = 98 u

Masa molar H_2SO_4 = 98 g/mol

Es decir, 1 mol de ácido sulfúrico tiene una masa igual a 98 g. Es decir, en 98 g de ácido sulfúrico tenemos $6{,}022.10^{23}$ moléculas de ácido sulfúrico.

IMPORTANTE: 1 mol de cualquier sustancia contiene el mismo número de partículas (N_A partículas =$6{,}022.10^{23}$ partículas) pero no tiene la misma masa. Esta depende del valor de su masa molar.

Por ejemplo:

$6{,}022.10^{23}$ moléculas de **H_2O** tienen una masa de 18 g y

$6{,}022.10^{23}$ moléculas de **H_2SO_4** una masa de 98 g.

Esto es lógico, ya que la molécula de ácido sulfúrico tiene una masa mayor que la de agua.

Ejercicio 6

Calcula la masa molar de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)

b) cloruro de sodio (NaCl)

c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)

d) trióxido de azufre (SO_3)

e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

Para determinar el número de moles de átomos o de moléculas que hay en una determinada cantidad (masa) de un elemento o compuesto, se utiliza la siguiente expresión:

$$n = \frac{m\ (g)}{M\ molar\ (g/mol)}$$

donde n = número de moles de átomos o moléculas de una sustancia.
m = masa de esa sustancia expresada en g.

Por ejemplo, calcula el número de moles que hay en 196 g de ácido sulfúrico (H_2SO_4)

$$n = \frac{m\ (g)}{M\ molar\ (g/mol)} = \frac{196\ g}{98\ g/mol} = 2\ mol$$

Masa molecular H_2SO_4 = 2 . 1 + 1. 32 + 4 . 16 = 98 u
Masa molar H_2SO_4 = 98 g/mol

Ejercicio 7

Calcula el número de moles (n) que hay en 300 g de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)
b) cloruro de sodio (NaCl)
c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)
d) trióxido de azufre (SO_3)
e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

Para determinar la masa (m) de un número determinado de moles de una sustancia, tenemos que multiplicar dicho número por la masa molar de esa sustancia, ya que la masa molar nos indica la masa que tiene un mol de una sustancia. Así, aplicaremos la siguiente fórmula:

m (g) = n (mol) . Masa molar (g/mol)

Por ejemplo, calcula la masa que tienen 4 mol de ácido sulfúrico (H_2SO_4).

Masa molecular H_2SO_4 = 2.1 + 32 + 4.16 = 98 u.

Masa molar = 98 g/mol.

m (g) = n (mol) . Masa molar (g/mol) = 4 mol. 98 g/ mol = 392 g

Ejercicio 8

Calcula la masa de 2,5 mol de las siguientes sustancias:

a) ácido carbónico (H_2CO_3)
b) cloruro de sodio (NaCl)
c) hidróxido de aluminio ($Al(OH)_3$)
d) trióxido de azufre (SO_3)
e) carbonato de hierro (III) ($Fe_2(CO_3)_3$)

1.7. Cálculos estequiométricos

Es este apartado veremos la estequiometria, que es el estudio cuantitativo de las reacciones químicas. Llamamos cálculos estequiométricos a los que se realizan para calcular las cantidades de cualquier sustancia que interviene en una reacción a partir de una cantidad conocida de otra. Por ejemplo, se utilizan para averiguar: qué cantidad de producto se obtiene a partir de una determinada cantidad de reactivo, qué cantidad de reactivo reacciona con una dada cantidad de otro reactivo, de qué cantidad de reactivo tenemos que partir para obtener una cantidad concreta de producto, etc.

Para realizar cálculos estequiométricos es necesario escribir la ecuación ajustada. Al escribir una ecuación química ajustada, los coeficientes estequiométricos que aparecen en ella nos indican la proporción en la que los átomos o moléculas de las sustancias que intervienen en la reacción se encuentran. Así, por ejemplo, a partir de la ecuación ajustada de la síntesis de amoniaco (NH_3)

$$N_2 + 3\ H_2 \rightarrow 2\ NH_3$$

podemos deducir que 1 molécula de nitrógeno reacciona con 3 moléculas de hidrógeno para formar 2 moléculas de amoniaco.

Por lo tanto, 1 por el número de Avogadro (N_A) de moléculas de N_2 reaccionarán con 3 por el N_A de moléculas de H_2 para formar 2 por el N_A de moléculas de amoniaco.

Como $1 \cdot N_A$ de moléculas es 1 mol de moléculas, $3 \cdot N_A$ de moléculas son 3 mol de moléculas y $2 \cdot N_A$ de moléculas son 2 mol de moléculas, también podemos decir que 1 mol de moléculas de N_2 reaccionan con 3 mol de moléculas de H_2 para formar 2 mol de moléculas de amoniaco.

Es decir los coeficientes estequiométricos también nos indican la proporción en moles en la que se encuentran las distintas sustancias que intervienen en una reacción química.

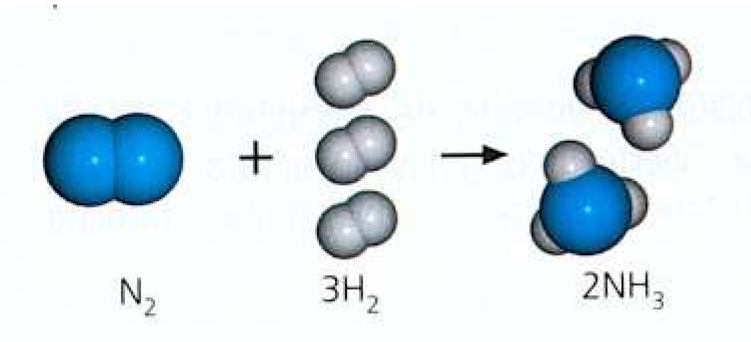


Imagen 12: Reacción de síntesis del amoniaco.
Fuente: chemicalkids.galeon Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Cuando las sustancias son gases y se encuentran en las mismas condiciones de P y T, los coeficientes estequiométricos también nos indican la proporción en volumen. Por ejemplo, como en la reacción anterior todas las sustancias son gases, podemos decir que 1l de nitrógeno reacciona con 3l de hidrógeno para formar 2l de amoniaco.

a) Cálculos mol-mol

Este sería el ejercicio más sencillo de estequiometria.

<u>Ejemplo</u>

Calcula el número de moles de amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

mol H_2 → n amoniaco = ?

Lo primero que hay que hacer es escribir la ecuación química ajustada, ya que ésta nos indica la proporción en moles en que se encuentran todas las sustancias que intervienen en la reacción.

$$N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3$$

Como queremos calcular el número de moles amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno, a partir de la ecuación química obtendremos la proporción en que se encuentran esas sustancias. Como podemos observar, a partir de 3 mol de hidrógeno se obtienen 2 mol de amoniaco (los coeficientes estequiométricos nos indican la proporción en que se encuentran las distintas sustancias).

Por lo tanto, planteamos la siguiente proporción:

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

Despejamos el n amoniaco

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno\ x\ \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

Es decir, para resolver un ejercicio en el que nos piden n (número de moles) de una sustancia (incógnita) a partir de un número de moles conocido de otra sustancia (dato) tenemos que utilizar la relación molar obtenida a partir de la ecuación química y plantear una proporción.

$$n_{dato}\ (mol) \xleftrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{incógnita}\ (mol)$$

<u>Ejercicio 9</u>

Calcula los moles de agua (H_2O) que se obtienen a partir de 3,5 mol de oxígeno (O_2).

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

<u>Ejercicio 10</u>

¿Cuántos moles de hidrógeno reaccionan con 6 moles de oxígeno?

<u>Ejercicio 11</u>

Calcula los moles de oxígeno necesarios para obtener 5 mol de agua.

b) Cálculos mol-masa

Ejemplo

Calcula la masa de amoniaco que se obtienen a partir de 12 mol de hidrógeno.

Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

12 mol H_2 → m amoniaco = ?

En este problema también nos piden la cantidad de amoniaco que se obtiene a partir de la misma cantidad de hidrógeno (12 mol) pero en lugar de la cantidad de amoniaco que se obtiene en moles nos pide su masa (g). Por lo tanto, tendremos que averiguar primero el número de moles como lo hicimos en el ejercicio anterior y después hallar la masa de ese número de moles.

1º)

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno\ x \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

2º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

Masa molecular amoniaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar = 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoniaco

$$n_{dato}\ (mol) \xrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{incógnita}\ (mol) \xrightarrow{\text{M molar}} m_{incógnita}\ (g)$$

Ejercicio 12

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 3,5 mol de oxígeno (O_2).

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

Ejercicio 13

Calcula la masa de hidrógeno que reacciona con 6 mol de oxígeno.

Ejercicio 14

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 9 mol de hidrógeno (H_2).

c) Cálculos masa-masa

Ejemplo

Calcula la masa de amoniaco que se obtiene a partir de 24 g de hidrógeno.

Datos: A (N) = 14; A (H) = 1

24 g H_2 → m amoniaco = ?

1º) En primer lugar calculamos el n hidrógeno

$$n\ hidrógeno = \frac{masa\ (g)}{M\ molar\ (\frac{g}{mol})} = \frac{24\ g}{2\ \frac{g}{mol}} = 12\ mol\ hidrógeno$$

Masa molecular H_2 = 2 . 1 = 2 u, luego la M molar es 2 g/mol

2º)

$$\frac{n\ amoniaco}{12\ mol\ hidrógeno} = \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno}$$

$$n\ amoniaco = 12\ mol\ hidrógeno\ x\ \frac{2\ mol\ amoniaco}{3\ mol\ hidrógeno} = 8\ mol\ amoniaco$$

3º) masa = n . M molar

Para hallar la masa tenemos que calcular la M molar

Masa molecular amoniaco = 14 + 3.1 = 17 u, luego la M molar es 17 g/mol

masa = n . M molar = 8 mol . 17 g/mol = 136 g amoniaco

Como podemos deducir a partir de estos tres ejercicios, en todo cálculo estequiométrico se deben dar los siguientes pasos:

1.- Si la cantidad de la sustancia (dato) a partir de la cuál queremos saber la cantidad de otra (incógnita) no está en moles, tendremos que calcular su número de moles (n dato).

2.- Mediante la ecuación química que nos proporciona la relación entre el n de todas las sustancias que intervienen en la reacción, se calculará mediante una proporción el n (número de moles) de la sustancia que nos pida el problema (incógnita).

3.- A partir del n de la sustancia incógnita se calculará la magnitud que nos pida el ejercicio: masa, nº de átomos o moléculas, volumen a unas determinadas presión y temperatura, etc.

Por ejemplo, en el ejercicio anterior tendríamos que seguir el siguiente esquema:

$$m_{\text{dato}}\ (g) \xrightarrow{\text{M molar}} n_{\text{dato}}\ (mol) \xrightarrow{\text{Ecuación química}} n_{\text{incógnita}}\ (mol) \xrightarrow{\text{M molar}} m_{\text{incógnita}}\ (g)$$

<u>Ejercicio 15</u>

Calcula la masa de agua que se obtiene a partir de 40 g de hidrógeno.

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ (ecuación química sin ajustar)

Ejercicio 16

Calcula la masa de oxígeno que reacciona con 10 g de hidrógeno.

Ejercicio 17

Calcula la masa de oxígeno necesaria para obtener 36 g de agua.

2) La química en la sociedad

En los medios de comunicación, habitualmente aparecen noticias relacionadas con el sector industrial. Se habla de la industria del automóvil, de la industria del ocio (videojuegos, cine o música), etc., pero pocas veces hacemos referencia a una de las ramas industriales más importantes: la industria química.

Ya has visto la química como una ciencia experimental, que estudia la estructura interna de la materia y sus transformaciones. Ahora vas a ver cómo ayuda a mejorar la calidad de vida, creando sustancias que se utilizan en gran número de actividades cotidianas.

Imagen 13: Industrie-Landschaft Dow Chemical Deutschland.
Fuente: Wikimedia.
Autor: Carsten Eggers.
Licencia: Creative Commons (CC)

La industria química se dedica a transformar materias primas para obtener una amplia gama de productos de uso habitual. Estos materiales se encuentran desde en laboratorios de I+D+i (Investigación, Desarrollo e innovación) hasta en nuestro hogar, que en último término es uno de los lugares más importantes de la participación de la química en la vida del ser humano, pues en él hay una gran cantidad de sustancias derivadas de la química industrial.

2.1. La industria química

Las actividades de carácter económico se agrupan en tres grandes sectores:

1. **Sector primario**: dedicado a la obtención de productos y materias primas directamente de la naturaleza (agricultura, pesca y minería).
2. **Sector secundario**: en él se transforman las materias primas en productos elaborados; engloba el sector industrial, energético y de la construcción.
3. **Sector terciario**: no produce bienes, sino servicios. Se denomina también sector servicios.

La industria química esta englobada en el sector secundario.

La industria química que vamos a estudiar en este tema es:

1. **La industria química básica**: metalurgia, obtención de ácido sulfúrico y amoniaco.
2. **La industria química farmacéutica**.
3. **La industria petroquímica**.

Importante

La industria química es la industria que se ocupa de dos acciones fundamentales:

1. La extracción y procesamiento de las materias primas, tanto naturales como sintéticas.
2. La transformación de las materias primas en otras sustancias con características diferentes a las que tenían originalmente.

El objetivo final de esta industria es satisfacer las necesidades de las personas mejorando su calidad de vida, elaborando un producto de buena calidad con el costo más bajo posible y tratando de ocasionar el menor daño posible al medio ambiente.

2.1.1. La industria química básica

La industria química básica comprende:

1. La metalurgia.
2. Obtención de ácido sulfúrico.
3. Obtención de amoniaco.

2.1.1.1. La metalurgia

No podríamos imaginar el mundo moderno sin metales, ya que entran en la composición de miles de aparatos e instrumentos que empleamos normalmente y la electricidad llega a nuestros hogares a través de ellos.

Aunque en sentido estricto la metalurgia es el conjunto de técnicas para la extracción, tratamiento y obtención de metales, podemos ampliar la definición a las técnicas empleadas para la consecución de materias minerales extraídas por minería.

La **metalurgia** consta de dos procesos:

La **concentración** consiste en separar el mineral rico en el metal, que se conoce como mena, del resto de minerales y rocas que lo acompañan en la mina, la ganga. Aunque existen diversos **métodos de concentración**, como el empleo de *imanes* para minerales férricos, o la *amalgamación con mercurio* para la obtención de metales preciosos, ***la flotación*** sigue siendo un **proceso muy importante y empleado**.

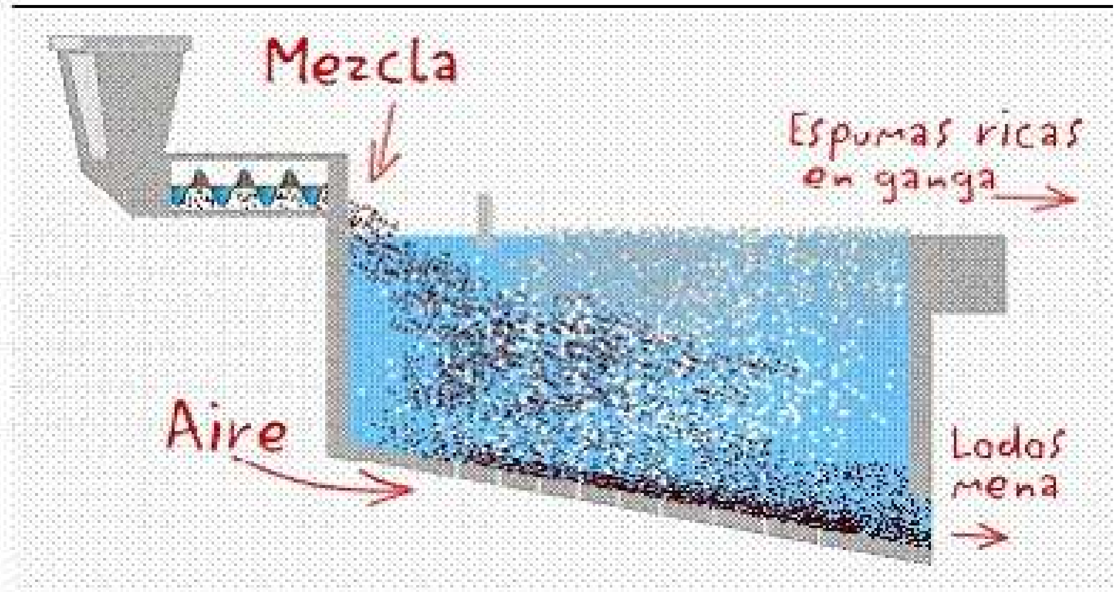


Imagen 14: Flotación. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Normalmente los sólidos no flotan en el agua, así que se añaden a ésta sustancias que favorecen la flotabilidad, especialmente detergentes que forman espumas y que arrastran hacia la superficie los sólidos y los separan. Este método es muy empleado en minería para separar la mena, el mineral del que se va a obtener el metal de interés, de la ganga, el mineral que acompaña a la mena y que carece de utilidad. Como la ganga normalmente es menos densa que la mena, al añadir detergentes al agua se consigue que flote, dejando la mena en el fondo. Después, claro, habrá que proceder al secado de la mena. A veces no es necesario conseguir la flotación completa, basta con que sea factible arrastrar la ganga. Eso es lo que ocurre en la minería de oro que se ve en las películas de vaqueros. Como el oro es mucho más pesado que la arena, el agua no puede arrastrar sus pepitas, mientras que sí lo hace con la arena y así se separan.

El **refinado** es el conjunto de procesos por el que la mena, ya separada de la ganga, es tratada para obtener el metal puro o casi puro. Existen muchos procesos para realizar esta tarea, pero el más común, para la obtención de hierro, sigue siendo el tratamiento de la mena en las fundiciones o altos hornos.

Ejercicio 18

¿A qué llamamos ganga?

a) Minerales y rocas que acompañan al metal en la mina.

b) Mineral puro para refinar
c) Minerales más densos que el que se quiere purificar
d) Procesos para separar metales

Ejercicio 19

¿A qué llamamos mena?

a) mineral que acompaña al metal precioso
b) Los detergentes que favorecen la flotabilidad
c) El mineral rico en el metal
d) Proceso de separación del mineral

Mira el siguiente esquema y estúdialo:

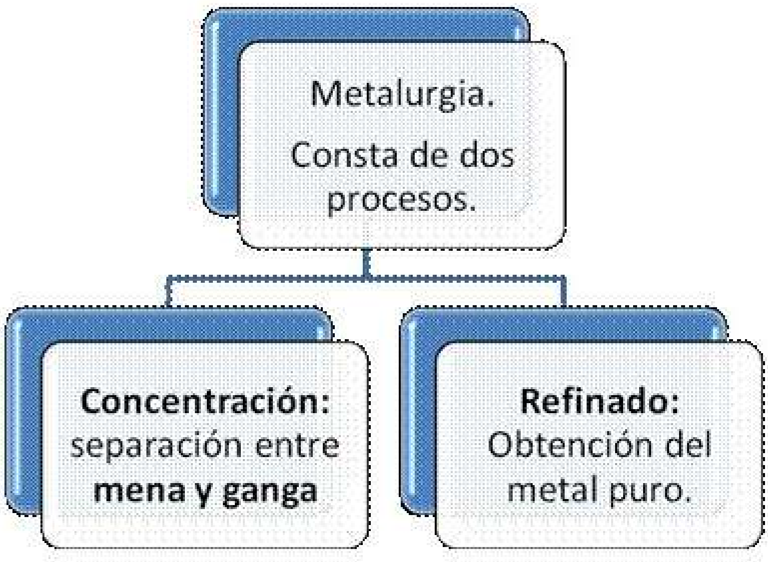


Imagen 15: Esquema de la metalurgia. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.1.2. Ácido sulfúrico

El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido fuerte, muy corrosivo, líquido, soluble en agua, que hierve a 340 ºC y congela a 10.8 ºC, llamado antiguamente aceite de vitriolo, tiene múltiples aplicaciones en el laboratorio y en la industria, hasta tal punto que el consumo de ácido sulfúrico puede considerarse un índice de la riqueza industrial de una nación. En la industria se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, de fibras sintéticas, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo etc.

Existen dos métodos para la obtención de ácido sulfúrico, ambos parten de azufre (S_8) o pirita (Fe_2S):

A) Método de las cámaras de plomo.

El azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. La combustión produce dióxido de azufre que en el aire reacciona con oxígeno, óxidos de nitrógeno y vapor de agua, produciendo gotitas de ácido sulfúrico que caen al fondo de las torres. Los óxidos de nitrógeno se recuperan de los gases y se reintroducen en las cámaras de plomo. El ácido sulfúrico así obtenido es una disolución al 65 % en agua. Este método cada vez es menos empleado.

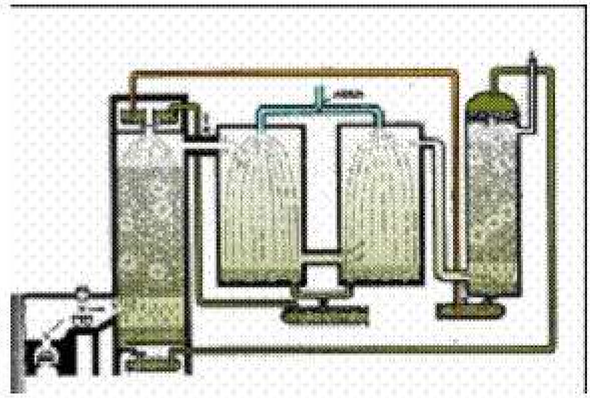


Imagen 16: Método de cámaras de plomo. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

B) Método de contacto.

La combustión de la pirita o el azufre en un horno produce dióxido de azufre. Este dióxido de azufre se hace pasar a unas cámaras donde se oxida con aire y un catalizador a 400 ºC para obtener trióxido de azufre, que se disuelve en agua con ácido sulfúrico. Dependiendo de la cantidad de agua y ácido sulfúrico que se añade al trióxido de azufre se obtiene ácido sulfúrico de distinta concentración. Normalmente se emplean dos catalizadores, uno, más barato, de óxido de vanadio y después otro más caro y efectivo, normalmente platino. Este es el método más empleado en la actualidad.

$S_8 + 8O_2$ ------$8SO_2$

$2SO_2 + O_2$ -------$2SO_3$

$SO_3 + H_2O$-------- H_2SO_4

En el siguiente esquema se recogen algunos datos acerca del proceso de obtención del ácido sulfúrico. Estudia el texto y el esquema e intenta resolver el siguiente ejercicio.

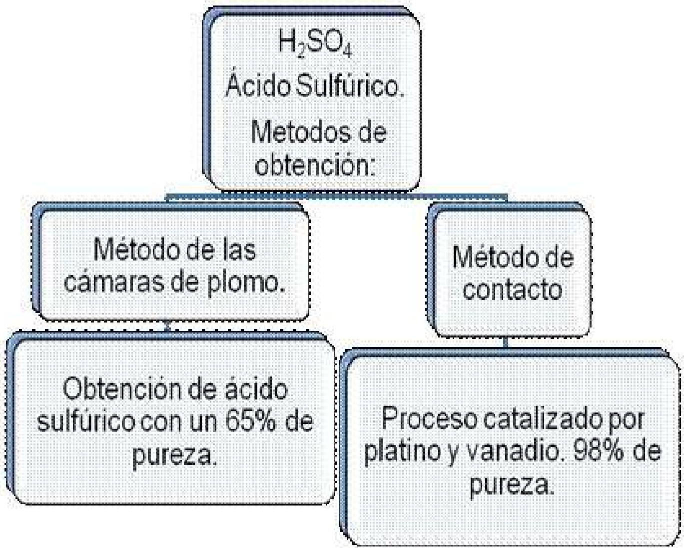


Imagen 17: Esquema de la obtención del ácido sulfúrico.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Ejercicio 20

¿Son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones?

	V / F
El ácido sulfúrico, de fórmula H_2SO_4 es un ácido débil y nada corrosivo.	
Se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo.	
El método de las cámaras de plomo, es el más usado y se obtiene también plomo.	
En el método de las cámaras de plomo, el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo.	
El ácido sulfúrico obtenido por el método de las cámaras de plomo es una disolución al 65 % en agua.	
En el método de contacto no se usan catalizadores.	
El método de contacto es el método más empleado en la actualidad.	

2.1.1.3. Amoniaco

El amoniaco, de fórmula NH_3 es un gas de olor picante, que hierve a -33 ºC y congela a -78 ºC. Normalmente se encuentra en disolución acuosa al 30 o 40 %. Aunque es conocido en los hogares por emplearse su disolución, que es fuertemente alcalina, en la limpieza doméstica, sus aplicaciones industriales lo hacen un componente básico en la industria. Se emplea fundamentalmente como fertilizante, bien puro o bien en forma de urea, o para la obtención de ácido nítrico (HNO_3). Para la obtención del ácido nítrico se necesita, además de amoniaco, ácido sulfúrico. El ácido nítrico es empleado también en la fabricación de explosivos.

Industrialmente el amoniaco se obtiene mediante el método de Bosch - Haber, en el que se mezclan nitrógeno e hidrógeno, a más de 200 atm de presión y 200 ºC de temperatura, en presencia de un catalizador que contiene hierro.

El proceso Haber produce más de 100 millones de toneladas de fertilizante de nitrógeno al año. El 0,75% del consumo total de energía mundial en un año se destina a este proceso. Los fertilizantes que se obtienen son responsables del sustento de más de un tercio de la población mundial, así como de varios problemas ecológicos.

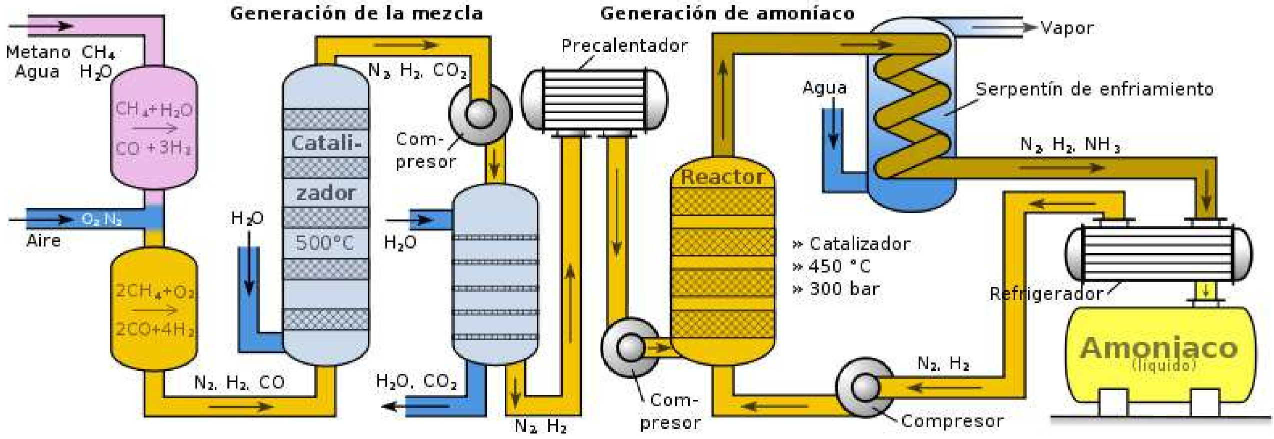


Imagen 18: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Diagrama del proceso de Haber-Bosch. De forma más resumida:

Imagen 19: Esquema proceso de Haber-Bosch. Fuente: Materialesvirtuales ESPA LOE

2.1.2. Química farmacéutica

2.1.2.1. Medicamentos

Los **medicamentos** son sustancias que se emplean para prevenir, combatir o disminuir los efectos de las enfermedades. Pueden ser éticos o de prescripción, que sólo se pueden obtener mediante una receta médica, o de propiedad, patentados y empleados contra pequeñas dolencias, que no necesitan de receta médica. Aunque la mayoría de los medicamentos son de origen vegetal o animal, algunos son de origen mineral e, incluso algunos de los que en principio tuvieron su origen en plantas o animales, hoy día se sintetizan por métodos químicos.

Entre los medicamentos producidos químicamente más importantes cabe destacar la aspirina, ácido acetilsalicílico, que se obtenía a partir del ácido salicílico, presente en la corteza del sauce y de efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes muy marcados. Las propiedades preventivas de la aspirina aún se están descubriendo, siendo recomendada para la prevención de infartos, algunos tipos de cáncer y la ceguera por diabetes y cataratas. Mención especial merecen las sulfamidas, los primeros antibióticos conocidos que, aunque desplazados por los derivados de la penicilina por tener más efectos secundarios que ésta, todavía se emplean en cepas bacterianas resistentes a la penicilina.

Imagen 20: Medicamentos. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Práctica en casa: Aspirina y aspirina efervescente.

La aspirina se comercializa en varias formas. Una de ellas es la efervescente, que es aspirina con bicarbonato de sodio. Para entender la utilidad de esa presentación haz la siguiente experiencia:

1. En un vaso de agua de 250 ml aproximadamente, pon una aspirina y añade unos 100 ml de agua. Remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

2. Añade al vaso anterior una cantidad de bicarbonato de sodio equivalente a dos cucharadas de café y remueve con una varilla. ¿Consigues que se disuelva?

Solución: *La aspirina convencional no se disuelve en agua, el bicarbonato sódico es un compuesto básico, que reacciona con el ácido acetilsalicílico de la aspirina dando como resultado de la reacción una sal sódica, que es un compuesto iónico y así soluble en agua. Por tanto, la mezcla aspirina, bicarbonato si se disuelve en agua. Los efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes del ácido acetilsalicílico se conservan en la forma de sal sódica.*

2.1.2.2. Ingeniería genética

La **ingeniería genética** permite la alteración del material genético de un organismo, bien añadiendo bien quitando porciones al ADN del núcleo celular.

La manipulación genética ha permitido, en el campo de la agricultura, la obtención de nuevos cultivos más resistentes a las plagas y enfermedades o con menores necesidades en cuanto a suelos o agua de riego, aumentando espectacularmente la producción de las cosechas y disminuyendo las necesidades de empleo de plaguicidas, con el consiguiente beneficio económico.

Pero es en el campo de la medicina y la producción de medicamentos donde ha encontrado su mayor aplicación. La mayoría de los medicamentos son sustancias con moléculas complejas de difícil síntesis química. Para obtenerlos, se debían purificar de las fuentes animales o vegetales que las producían. Así, la insulina, indispensable para los diabéticos, debía obtenerse a partir del páncreas de animales superiores, lo que restringía en gran medida su disponibilidad y lo encarecía enormemente. Gracias a la ingeniería genética se ha conseguido que ciertas bacterias produzcan insulina en gran cantidad y bajo precio, mejorando el suministro de insulina a los diabéticos y abaratando su coste.

Además de emplearse cada vez más para la producción de medicamentos, se esperan grandes avances en el tratamiento de ciertas enfermedades y en la elaboración de vacunas.

Imagen 21: Plantas modificadas genéticamente.

Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.3. La industria Petroquímica

2.1.3.1. Fibras

El petróleo no sólo es una fuente de energía, sino que sus derivados tienen cada vez más usos en la vida moderna. Además de combustibles, del petróleo se obtienen fibras, plásticos, detergentes, medicamentos, colorantes y una amplia gama de productos de múltiples usos. Las fibras están formadas por moléculas de estructura alargada que forman largas cadenas muy estrechas que se enlazan unas con otras hasta formar hilos de un grosor inferior a 0.05 cm. Pueden ser de origen animal, como la lana o la seda, de origen vegetal, como el lino o el algodón, de origen mineral, como la fibra de vidrio o los hilos metálicos (que suelen llevar un núcleo de algodón) o de origen sintético, la mayoría de las cuales se obtienen a partir del petróleo.

La primera fibra sintética obtenida del petróleo fue el nailon, desarrollado en 1938 como sustituto de la seda (y durante la segunda guerra mundial se empleó en la elaboración de paracaídas) y que aún se emplea en la elaboración de prendas de vestir. Pero pronto aparecieron otras fibras sintéticas como el poliéster, la lycra o las fibras acrílicas.

Aunque la mayor parte de la producción de fibras derivadas del petróleo se emplea para elaborar tejidos y prendas de vestir, una parte significativa se ha desarrollado con fines específicos, como aislantes térmicos para los astronautas, tejidos antibalas para soldados y policías o trajes ignífugos para bomberos, y después han pasado a su uso en prendas de vestir cotidianas.

2.1.3.2. Plásticos

Los plásticos tienen una estructura molecular similar a las fibras, sólo que en su producción se permite que las largas cadenas que constituyen las moléculas se entremezclen, formando láminas, en lugar de hilos. Pueden ser de origen natural, como el hule o el caucho, pero los más importantes son los sintéticos, derivados del petróleo.

Los plásticos pueden moldearse con facilidad, son muy resistentes al ataque de productos químicos, impermeables, aislantes térmicos y eléctricos, y tenaces. Propiedades que los hacen muy útiles en la elaboración de recipientes, aislantes de cables eléctricos o para asas de utensilios de cocina.

Existen cientos de plásticos de características específicas y desarrollados para empleos particulares, pero muchos son muy corrientes. Entre estos, cabe destacar:

• **PVC**. El policloruro de vinilo, derivado del cloruro de vinilo (CH_2=CHCl) es rígido, impermeable y resistente a los agentes químicos, lo que lo hace ideal para la fabricación de tuberías, láminas y recubrimiento de suelos. Añadiéndole un plastificador, normalmente poliéster, se vuelve flexible, empleándose entonces como aislante en tendidos eléctricos y para fabricar envases de alimentos.

Imagen 22: PVC.
Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

• **Teflón**. El politetrafluoretileno, derivado del tetrafluoretileno (CF_2=CF_2) es muy resistente al calor, a la humedad y a los agentes químicos. Desarrollado inicialmente para la industria aeronáutica, sus propiedades lo han generalizado como recubrimiento en utensilios de cocina antiadherentes, de fácil limpieza.

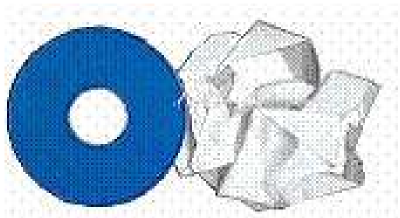


Imagen 23: Teflón,
Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

2.1.3.3. Detergentes

Los detergentes o surfactantes son moléculas relativamente largas uno de cuyos extremos es soluble en agua y el otro soluble en grasas. En agua forman pequeñas micelas, esferas con la parte hidrófila hacia el exterior y con la parte hidrófoba en el interior de la esfera. Es en este interior donde se sitúan las grasas y se eliminan de las superficies y tejidos, consiguiendo la limpieza.

Los jabones son agentes surfactantes de origen natural, obtenidos a partir de aceites y grasas animales y vegetales. Cuando en la segunda guerra mundial se produjo una escasez de grasas para fabricar jabón, se desarrollaron los primeros detergentes, derivados del benceno. Estos primeros detergentes no se descomponían con facilidad, permaneciendo durante años en las aguas empleadas en el lavado. En la actualidad los detergentes empleados son biodegradables, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas. Puesto que el calcio en el agua disminuye las propiedades de los detergentes, estos suelen ir acompañados de agentes que eliminan el calcio, así como de espumantes, que son detergentes que, sin gran capacidad de limpieza, sí producen mucha espuma. Los detergentes empleados en la limpieza de vajillas suelen llevar protectores de la piel.

Imagen 24: Detergentes. Fuente:Materiales virtuales ESPA LOE

Además de como agentes de limpieza, los detergentes se emplean en minería para facilitar la flotación de ganga o mena y separar el mineral útil de las rocas que lo acompañan.

2.1.3.4. Combustibles y asfaltos

Además de para la obtención de fibras, plásticos, detergentes, colorantes... del petróleo se extraen la mayor parte de los combustibles empleados en el transporte moderno y en la obtención de energía eléctrica. Formado a partir de plantas y microorganismos marinos primitivos, el petróleo se encuentra, junto con el gas natural, en yacimientos subterráneos. Es una mezcla compleja de hidrocarburos (compuestos de carbono e hidrógeno) que, antes de emplearse industrialmente, es refinado, proceso que consiste en una **destilación fraccionada** para separar los distintos componentes que lo forman.

Una vez separados los distintos componentes del petróleo, se destinan a las distintas industrias petroquímicas y, una parte muy importante, se convierte en combustibles como la gasolina y el gasóleo que se emplean no sólo como combustibles en los vehículos de combustión interna, automóviles, barcos o aviones, sino en las centrales térmicas, para la obtención de la electricidad. Así, de un barril de petróleo, que contiene 159 l, se obtienen unos 115 l de combustibles.

El asfalto es el componente residual del refinado del petróleo, empleándose como impermeabilizante y para la construcción de carreteras.

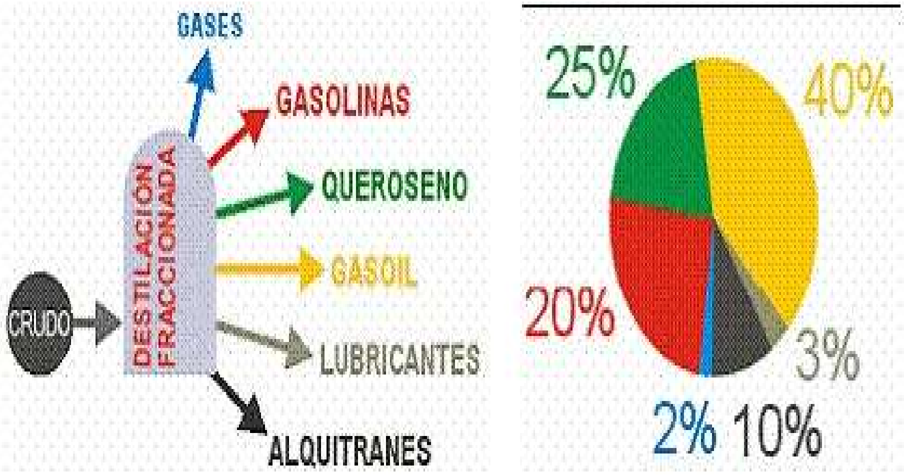


Imagen 25: Destilación fraccionada del petróleo. Fuente: Materiales virtuales ESPA LOE

Ejercicio 21

Señala con una "X" en la columna de la izquierda cuál de los siguientes productos procede del petróleo:

	Plástico
	Algunos detergentes
	Algunos medicamentos
	PVC
	Teflón
	Combustibles
	Todos

3. Investigación, desarrollo e innovación (I+D+i)

Investigación, desarrollo e innovación (habitualmente indicado por la expresión I+D+i o I+D+I) es un concepto de reciente aparición, en el contexto de los estudios de ciencia, tecnología y sociedad; como superación del anterior concepto de investigación y desarrollo (I+D). Es el corazón de las tecnologías, de la información y comunicación.

Imagen 26: I+D+I. Fuente: femepa. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

En el siguiente vídeo podemos ver cómo funciona una empresa que se dedica a asesorar en materia de I+D+i desarrollando un plan de actuación que consiste, desde identificar el proyecto hasta cómo maximizar los beneficios fiscales.

Vídeo 1: SISTEMA DE GESTIÓN DE LA INNOVACIÓN, LA UNIDAD DE I+D+i
Fuente: Youtube.
https://www.youtube.com/watch?v=Mym1jBm4st4

3.1. Definición

El desarrollo es un concepto que viene del sector económico, y la innovación e investigación vienen de la tecnología y la ciencia.

Mientras que el de desarrollo es un término proveniente del mundo de la economía, los de innovación e investigación provienen respectivamente del mundo de la tecnología y la ciencia.

Se ha definido la investigación como el hecho de invertir capital con objeto de obtener conocimiento, siendo la innovación invertir conocimiento para obtener ese capital, lo que marca muy claramente la ecuación de retorno de ciertas inversiones en investigación que una vez se convierten en innovación reportan grandes beneficios a la parte inversora, siendo los principales canales tanto de inversión como de repercusión en el crecimiento.

El nivel de potencia en I+D+i en un país se suele medir por el ratio entre el inversión realizada en I+D+i, el PIB, Separando claramente la inversión pública y privada en este área.

Casi el total de los países intentan, en la medida de lo posible, incrementar su actividad en I+D+i a través de subvenciones, préstamos bonificados, deducciones, etc, ya que estas inversiones se ven directamente reflejadas en el nivel competitivo del tejido empresarial y productivo de dicho país. Todas estas mejoras se ven repercutidas socialmente en forma de mejora en la calidad de vida, salud, etc. La secretaría de Estado de investigación, desarrollo e innovación del Ministerio de economía, industria y competitividad ha establecido un PLAN ESTATAL de Investigación Científica y Técnica y de Innovación a partir del 2013. En el diseño y elaboración del mismo, han participado las distintas unidades de la Administración General del Estado, los agentes sociales, los centros públicos de investigación y las Universidades, los centros tecnológicos y unidades de interfaz, las asociaciones empresariales, las plataformas tecnológicas existentes y expertos procedentes de la comunidad científica, técnica y empresarial, nacionales e internacionales, y ha contado además con la participación de las Comunidades Autónomas en la definición de los mecanismos de articulación y coordinación establecidos.

3.2. I+D+i Industria farmacéutica

La elevada cualificación constituye un elemento clave del empleo en I+D de la industria farmacéutica: los titulados superiores (licenciados y doctores) han pasado de ser menos de dos tercios de la plantilla empleada en I+D en 2003 a suponer más de cuatro quintas partes en 2015.

La industria farmacéutica invirtió 1004 millones de euros en I+D en 2015. La principal partida del gasto (más de 494 millones) fue la dedicada a ensayos clínicos y se invirtieron más de 132 millones de euros en investigación básica.

De los 974 millones de euros invertidos en I+D, el 41% se dedicó a contratos de investigación con hospitales, universidades y centros públicos.

En el siguiente esquema tenemos una comparativa de los datos de las distintas comunidades.

Imagen 27: I+D Gastos extramuros industria farmaceutica 2012.
Fuente: farmaindustria. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

3.3. I+D+i Industria alimentaria

La preocupación por la salud que caracteriza la sociedad actual ha llevado a la industria alimentaria –el mayor sector industrial de España, con más del 16% del total de la producción– a lanzarse de lleno en la investigación de ese alimento que proporcione al ciudadano la posibilidad de eludir las enfermedades que tanto teme.

Tradicionalmente, la industria alimentaria española se ha mantenido al margen de la investigación. Sin embargo, desde hace una década, los esfuerzos en I+D+i no dejan de crecer. Un buen ejemplo de ello es el proyecto Senifood, centrado en la investigación industrial de dietas y alimentos con características específicas para las personas mayores. Cuenta con el apoyo del Centro para el Desarrollo Tecnológico Industrial del Ministerio de Ciencia e Innovación (CDTI), y en él colaboran empresas productoras de ingredientes y empresas alimentarias. En total, los socios invertirán 24 millones en tres años.

Otro proyecto es Primer Diana. Seis empresas agroalimentarias y cinco centros de investigación de la Comunidad de Castilla y León se han unido para crear este proyecto, que tiene como objetivo global obtener antioxidantes naturales a partir de diferentes productos agroalimentarios (antioxidantes procedentes de la uva, de los cereales, del café o de las algas) y, a partir de ahí, estudiar el diseño de ingredientes a base de esos antioxidantes para su posterior aplicación en diferentes matrices alimentarias (productos cárnicos, lácteos, piensos para animales, pastas alimentarias, café, harinas, bebida y refrescos).

El crecimiento de la inversión en I+D+i es exponencial, gracias, fundamentalmente, a esa nueva familia de alimentos funcionales, elaborados no sólo por sus características nutricionales sino también para cumplir una función específica de mejora de la salud. Para ello se les agrega desde minerales, vitaminas, ácidos grasos o fibra alimenticia hasta antioxidantes.

Existe, no obstante, una preocupación creciente desde finales del siglo pasado por parte de la comunidad científica tanto por las propiedades atribuidas a este tipo de alimentos como por las posibles consecuencias de incorporar determinados nutrientes en un alimento a largo plazo. Otra de las cuestiones a debate es, precisamente, si el refuerzo de los alimentos puede elevar la ingesta de los nutrientes en una cantidad mayor a la esperada. Las autoridades alimentarias y sanitarias de todo el mundo reclaman a los consumidores que el consumo de estos alimentos sea parte de una dieta equilibrada, y en ningún caso como un sustituto de ésta.

Imagen 28: Investigación y desarrollo en la industria alimentaria.
Fuente: [foodvac](). Autor: foodVAC Manager. Licencia: Desconocida

3.4. I+D+i Industria química

La INDUSTRIA QUÍMICA BÁSICA se encarga de elaborar productos químicos básicos que emplea como materia prima la industria química en general, de manera que estos compuestos básicos son transformados en otros productos químicos. Este subsector abarca un amplio abanico de productos de muy diferente naturaleza química y aplicaciones diversas.

Es importante subrayar que la heterogeneidad de la química española, generadora de miles de productos diferenciados que se hallan tanto al inicio de la cadena de valor de la práctica totalidad de los sectores (petroquímica, materias primas plásticas, gases industriales, agroquímica…) como directamente en mercados de consumo (farmaquímica, detergencia, cosmética, pinturas…), nos permite mantener una visión privilegiada, permitiendo orientar con mayor nitidez las líneas de investigación básica, la innovación aplicada y el desarrollo tecnológico.

En diversos estudios con vista al futuro se pone de relieve que el sector químico será la industria manufacturera que mayor crecimiento experimente desde nuestros días hasta el año 2030. La causa de esta notable proyección se encuentra, esencialmente, en la capacidad innovadora que la química presenta y su intervención en toda la actividad productiva para ofrecer respuestas adecuadas tanto a las necesidades esenciales, como la salud, la alimentación o la disponibilidad de energía y agua, como a los sectores más avanzados, como la ingeniería, el transporte, la edificación o las telecomunicaciones. Es decir, la química tendrá que proveer de medicamentos que sigan incrementando la esperanza y calidad de vida, de productos agroquímicos que multipliquen el rendimiento de los cultivos, de tecnologías para aumentar la producción y el consumo eficientes de agua y energía, de materiales y productos que mejoren el rendimiento y la sostenibilidad de todos los medios de transporte, de materiales innovadores y tecnologías que permitan desarrollar ciudades inteligentes, de nuevos soportes para almacenamiento y transmisión de datos.

Por lo que respecta al ámbito específico exclusivo de la innovación, las decisiones de inversión pertenecen a las empresas. En España, en concreto, el químico ha sido uno de los sectores más activos en este sentido, y de hecho es hoy el que más recursos destina la I+D+i, acumulando en sus empresas el 20% de las inversiones y el 24% de los investigadores del conjunto de la industria nacional.

Con el objetivo de propiciar la actividad innovadora de las empresas y con ello incrementar la participación de las empresas implantadas en España en el crecimiento previsto de la demanda global de productos químicos, se creó la Plataforma Tecnológica de Química Sostenible-SusChem España. Integrada por todos los agentes del sistema ciencia-tecnología-innovación relacionados con la química, SusChem España ha propiciado la cooperación entre empresas y centros públicos y privados de investigación, esencialmente en áreas tan relevantes para nuestro futuro como son la nanotecnología y los nuevos materiales, la biotecnología industrial, el diseño de nuevos procesos y la economía circular (alta eficiencia en el consumo de recursos), todo ello bajo el prisma de la sostenibilidad.

Las diferentes tendencias y necesidades de la I+D+i en el campo de la química en España, a medio y largo plazo, será ofrecer soluciones para incrementar la eficiencia y el almacenamiento energéticos, el rendimiento de las celdas fotovoltaicas, la producción de hidrógeno, el desarrollo de tecnologías de transporte económicamente viables, el uso de materias primas renovables, o el diseño de reacciones y procesos ecoeficientes, entre muchas otras.

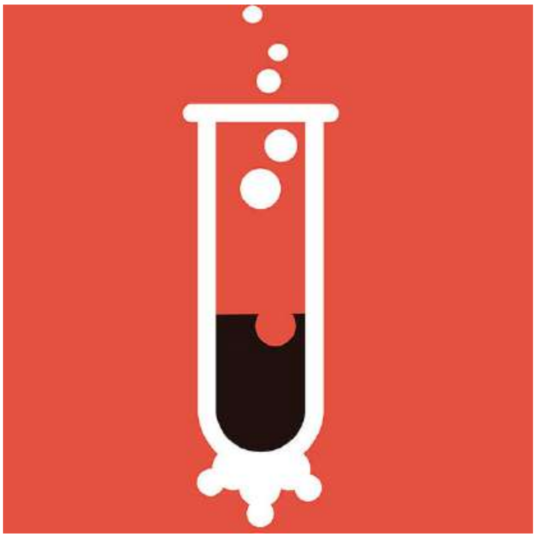


Imagen 29: Aprovechar el potencial de la Industria química.

Fuente: [mas.lne](mas.lne). Autor: Jorge Martínez. Licencia: Desconocida

3.5. I+D+i Industria energética

El Plan Estratégico de Tecnologías Energéticas (SET Plan) es la referencia de las políticas en tecnologías energéticas en la Unión Europea.
SET Plan es la planificación estratégica común para desarrollar una cartera de tecnologías menos costosas, más eficientes y más limpias, de baja emisión de carbono, a través de la investigación coordinada a nivel europeo. Europa está comprometida en la creación de la Unión de la Energía, que tiene como objetivos contribuir al crecimiento económico, mejorar la seguridad energética de Europa y luchar contra el cambio climático. La Unión de la Energía debe construirse en base a la transformación del sistema energético europeo atendiendo a criterios de eficiencia económica y reducción de costes. Para ello, es necesaria una transición hacia sistemas de abastecimiento energético más inteligentes, más flexibles, más sostenibles, más descentralizados, más integrados, más seguros y competitivos. Es necesario que tanto productores como distribuidores innoven en la forma en que se produce, transporta, se suministra y se prestan servicios a los consumidores. Esta transformación colocará a los consumidores como centro del sistema y es clave para el desarrollo de la competitividad de la industria europea.
De acuerdo con lo anterior, se han identificado las siguientes líneas de acción para llevar a cabo la transformación: energías renovables, un sistema energético más inteligente centrado en el consumidor, eficiencia energética y sistemas de transporte más sostenibles.

Imagen 30: SET-Plan. Fuente:Secretaria del estado de investigación desarrollo e innovación .
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Bloque 11. Tema 3.

Trigonometría

ÍNDICE

1) ¿Qué es la trigonometría?

Etimológicamente **trigonometría** significa medición de triángulos. Su objetivo es establecer las relaciones matemáticas entre las medidas de los lados de un triángulo con las amplitudes de sus ángulos, de manera que resulte posible calcular las unas mediante las otras.

Los primeros escritos relacionados con ella que aparecen en la historia se remontan a la época babilónica de la que se conservan unas tablillas con mediciones de lados y ángulos de triángulos rectángulos. La trigonometría se aplica desde sus orígenes en agrimensura, navegación y astronomía ya que permite calcular distancias que serían imposibles de obtener por medición directa.

En este tema estudiarás las primeras definiciones trigonométricas y conocerás algunas de sus aplicaciones.

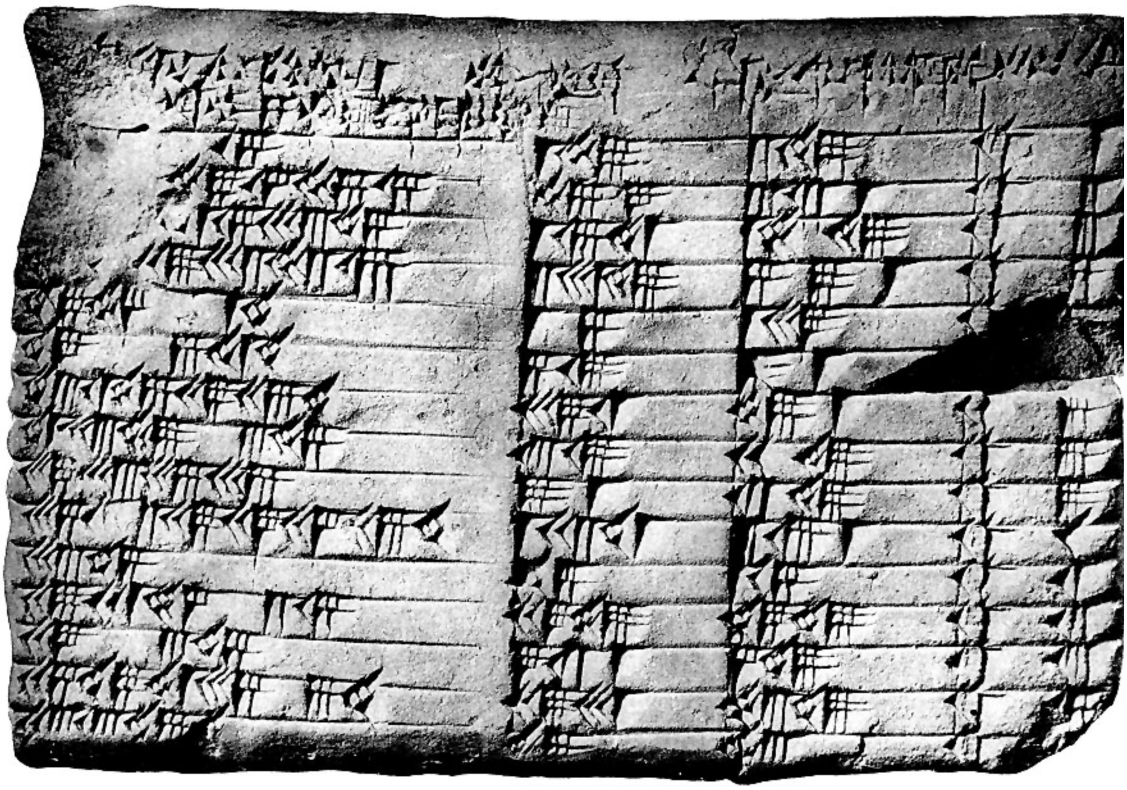


Imagen 1: Tabla babilónica.
https://es.wikipedia.org/wiki/Trigonometr%C3%ADa#/media/File:Plimpton_322.jpg
Autor: Desconocido Licencia: Creative Commons

Para conocer más sobre la HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA. Puedes realizar la siguiente lectura haciendo clic en el enlace. Después, intenta responder a las preguntas.

Si has leído el texto puedes responder a las siguientes cuestiones:

1.- ¿Qué es el sistema de numeración sexagesimal?

2.- ¿Qué utilidades se dio a la trigonometría en Babilonia y en el Antiguo Egipto?

3.- En la actualidad, ¿qué países forman la antigua Mesopotamia?

4.- En el texto se nos habla de que los egipcios necesitaban medir los campos tras la inundación anual. ¿En qué consiste ese fenómeno? ¿De qué río se trata?

5.- En la India, la función seno se concebía no como una proporción sino como la longitud del cateto opuesto a un ángulo agudo de un triángulo rectángulo. ¿Qué dificultades presenta esta definición para el cálculo de una tabla con los valores del seno?

2) Conceptos previos

A) TRIÁNGULOS:

En un triángulo, los vértices se nombran con letras mayúsculas (A, B y C). Los lados se nombran con la letra minúscula del vértice opuesto al lado (a, b,c). Los ángulos se nombran con el acento circunflejo encima de la letra mayúscula que denota el vértice del ángulo (Â). Observa el siguiente dibujo donde te quedará más claro la nomenclatura de los triángulos:

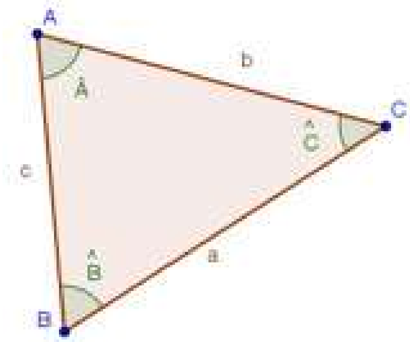


Imagen 2: Cómo se nombra un triángulo.
Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida.

En un triángulo rectángulo, al ángulo recto se le asigna la letra A y así, a la hipotenusa la letra a minúscula, siendo b y c los dos catetos. Se utilizan las letras griegas α y β para nombrar a los ángulos agudos que no corresponden al de 90º respectivamente. En un triángulo rectángulo se verifica el **teorema de Pitágoras** (El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$). También se cumple que los dos ángulos agudos son complementarios, es decir, se cumple que **(α + β = 90º).**

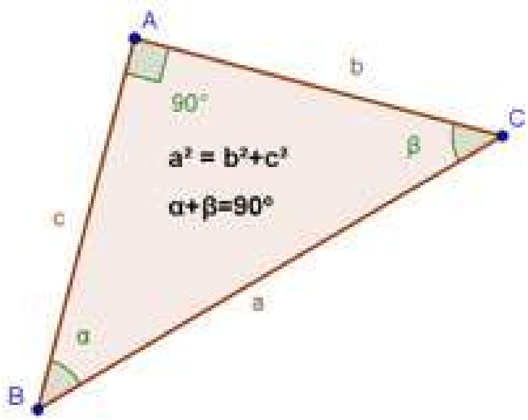


Imagen 3: Cómo se nombra un triángulo.
Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida.

B) ÁNGULOS Y SU MEDIDA:

Consideraremos que un ángulo es un recorrido en la circunferencia con centro el origen y de radio la unidad.

El punto de partida de estos recorridos se situará en el punto de coordenadas (1,0) y la medida de un ángulo será la medida de ese recorrido.

Los ángulos pueden tener sentido positivo o negativo según sea el de su recorrido; si es contrario al de las agujas del reloj será POSITIVO y si es igual, NEGATIVO.

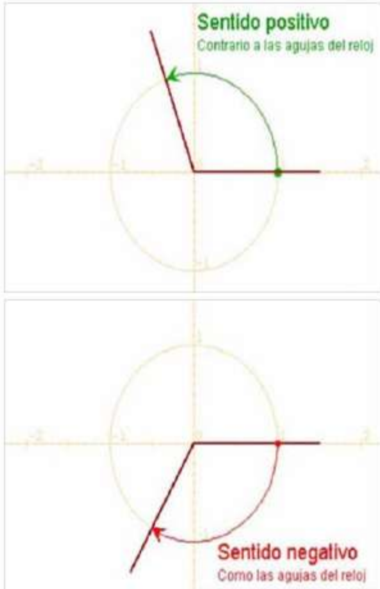


Imagen 4: Sentidos de los ángulos.
http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/trigonometria/index4_7.htm
Autor: Desconocido Licencia: Desconocida.

C) GRADOS SEXAGESIMALES:

Ya conoces el sistema sexagesimal de medida de ángulos. Al dividir la circunferencia en 360 partes iguales, obtenemos un grado, a su vez cada grado se compone de 60 minutos y cada minuto de 60 segundos. Así un ángulo se mide en: gradosº minutos' segundos'' → UNA VUELTA COMPLETA= 360º; 1º = 60' y 1' = 60''

D) SISTEMA INTERNACIONAL:

Medir un ángulo es medir su recorrido en la circunferencia. Como la longitud de toda la circunferencia es 2·π·radio, resulta conveniente tomar como unidad de medida el radio.

En el sistema internacional, la unidad de medida de ángulos es el **radián**. El radián es un ángulo tal que, cualquier arco que se le asocie mide exactamente lo mismo que el radio utilizado para trazarlo. Se denota por rad.

A un ángulo completo le corresponde un arco de longitud 2πR, a un radián un arco de longitud R, entonces:

Nº de radianes de un ángulo completo= 360º = **2π** rad

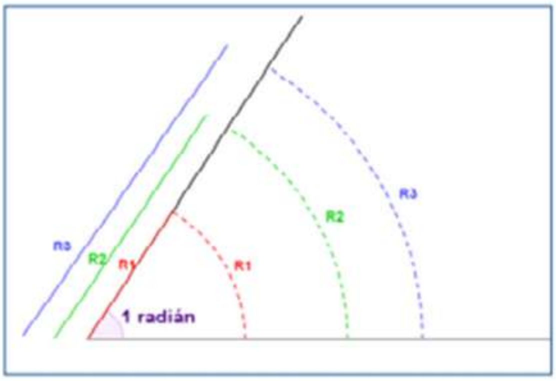


Imagen 5: Radián
http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/Bachillerato/BC1%2004%20Trigonometria.pdf
Autor: Desconocido Licencia: Desconocida.

E) PASO DE RADIANES A GRADOS Y DE GRADOS A RADIANES:

El semiperímetro de la semicircunferencia es π·radio → π radianes = 180 grados.

Por tanto, únicamente debemos tener presente que:

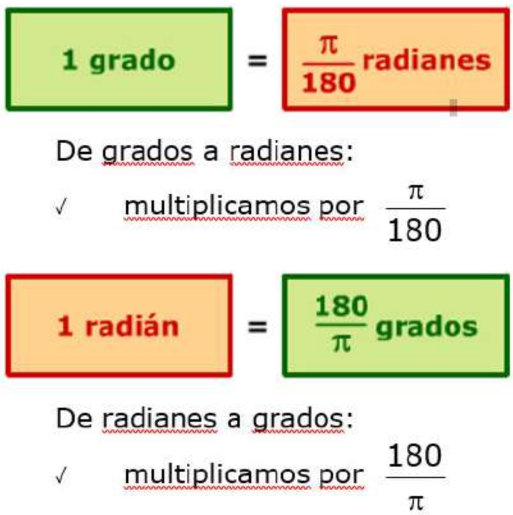


Imagen 6: Paso de radianes a grados y viceversa.
http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/trigonometria/index4_7.htmAutor:
Desconocido Licencia: Desconocida.

Ejercicio 1

1. Un radián es….

	a) Es un ángulo tal que cualquier arco que se le asocie mide lo mismo que el radio usado para trazarlo
	b) Es la unidad de medida del sistema internacional y es un ángulo tal que cualquier arco que se le asocie mide el doble del radio usado para trazarlo
	c) Es la unidad de medida de ángulos en el mundo anglosajón

Ejercicio 2

2. Pasa a radianes o grados según corresponda:

a) 225º b) $\frac{5\pi}{4}$ c) 330º d) $\frac{8\pi}{9}$

Importante

En las calculadoras usuales suelen aparecer cuatro tipos de medida de ángulos:

- "DEG" o expresión en grados sexagesimales;
- la tecla < º ' " > da los grados enteros del ángulo y la parte decimal se cuenta en minutos (1/60 de grado) y segundos (1/60 de minuto).
- "RAD" es decir, radianes.
- "GRAD" cada grado centesimal es la centésima parte del ángulo recto, toda la circunferencia está formada por 400 grados centesimales. 1GRAD=90/100 DEG

DEBES TENER MUCHO CUIDADO PORQUE SEGÚN EN QUÉ MODO TENGAS TU CALCULADORA LOS CÁLCULOS TE LOS HARÁ CORRECTAMENTE O NO EN LAS UNIDADES QUE NECESITES.

Ejercicio 3

Transforma estas medidas a segundos:

a) 21º 10' 32''

b) 15º 40''

c) 12º 50' 40''

d) 33º 33' 33''

Ejercicio 4

Transforma estas medidas a forma compleja:

a) **450''**
b) **58' 140''**
c) **4500''**
d) **1º 2000''**

3) Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Empecemos por considerar un ángulo agudo cualquiera, utilizaremos una letra griega α (alfa) para denotarlo. Es siempre posible construir un triángulo rectángulo de modo que α sea uno de sus ángulos.

Sea $\widehat{ABC}$ uno de estos triángulos y situemos en el vértice B, el ángulo α. Se definen las razones trigonométricas directas del ángulo α: seno, coseno y tangente como:

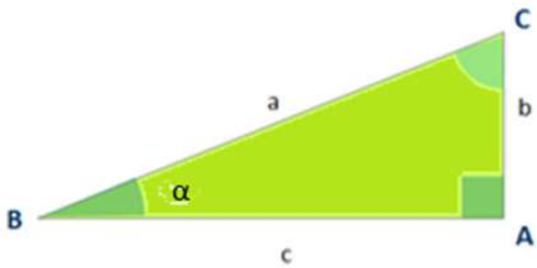


Imagen 6: Triángulo rectángulo
http://apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/4B/08_Trigonometria.pdf
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

$$\text{seno de } \alpha = \text{sen}\,\alpha = \text{sen}\,\hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{coseno de } \alpha = \cos\alpha = \cos\hat{B} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tangente de } \alpha = \tan\alpha = \tan\hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

También se utilizan las expresiones tg α y tag α como símbolos de la tangente de α.

Ejercicio 5

Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ cuyos catetos miden b = 30 cm y c = 40 cm.

Ejercicio 6

La tangente de un ángulo se define como…

	a) El cateto opuesto entre cateto adyacente
	b) Cateto opuesto entre hipotenusa
	c) Cateto adyacente entre cateto opuesto
	d) Hipotenusa entre cateto adyacente

Ejercicio 7

Halla las razones trigonométricas de los ángulos de los siguientes triángulos rectángulos:

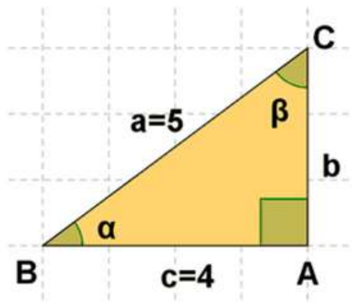


Imagen 6b: Triángulo rectángulo.
http://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trigonometria/problemas/p_razones.html
Autor: Desconocido Licencia: desconocida

4) Relaciones trigonométricas fundamentales

Si conocemos una de las razones trigonométricas del ángulo α, es posible calcular las razones trigonométricas restantes, gracias a las dos relaciones trigonométricas fundamentales siguientes:

$(\text{sen}\ \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ $\qquad tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos \alpha}$

que también verás escrita como $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\alpha = 1$ dado que las potencias de las razones trigonométricas suelen escribirse con su exponente sobre la última letra de su notación y a continuación el nombre del ángulo.

Ejercicio 8

Calcula el resto de las razones trigonométricas de un ángulo dado α, sabiendo que el cos α = 0,939 y que el ángulo pertenece al primer cuadrante.

Ejercicio 9

Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el segundo cuadrante sabiendo que el cos α = - 1/4

Ejercicio 10

Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el tercer cuadrante sabiendo que la tg α = 4/3

5) Razones trigonométricas de 0º, 30º, 45º, 60º, 90º, 180º y 270º

	Seno	Coseno	Tangente
0º	0	1	0
30º	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45º	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60º	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
90º	1	0	∞
180º	0	-1	0
270º	-1	0	∞

El saber las razones trigonométricas de los conocidos como ángulos notables, nos será útil cuando necesitemos calcular las razones de otro ángulo que pueda reducirse a alguno de éstos. Este tipo de ejercicio los veremos en el apartado 7 del tema.

6) Resolución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo es calcular las amplitudes de los tres ángulos y las longitudes de los tres lados. En el caso de que el triángulo sea rectángulo podemos considerar tres casos dependiendo de las hipótesis o datos iniciales. En cada uno de ellos existen varias formas de obtener la solución. Vamos a describir una en cada caso:

• **PRIMER CASO: Se conoce la hipotenusa (h) y uno de los ángulos (α).**

Como estamos con un triángulo RECTÁNGULO, en realidad conocemos dos de los ángulos. Por tanto, el tercer ángulo lo obtenemos restando; ya que sabemos que en cualquier triángulo las sumas de sus tres ángulos debe ser 180º.

$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ \rightarrow \boldsymbol{\beta = 180 - 90 - \alpha}$$

A partir de ahora, nos faltaría conocer el valor de los dos catetos. Aplicando las definiciones de las razones trigonométricas:

$$\text{seno de } \alpha = \text{sen } \alpha = \text{sen } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{coseno de } \alpha = \cos \alpha = \cos \hat{B} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tangente de } \alpha = \tan \alpha = \tan \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

Imagen 7: Razones trigonométricas
http://apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/4B/08_Trigonometria.pdf
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

• SEGUNDO CASO: Se conoce uno de los ángulos y un cateto.

En este caso nos ocurre lo mismo que en el anterior; es decir, realmente conocemos dos ángulos y el que nos falta lo podemos calcular restando a 180º. De la misma forma procederemos para calcular la hipotenusa y el otro cateto.

• TERCER CASO: Se conoce dos lados del triángulo.

En este caso utilizaremos en primer lugar el teorema de Pitágoras para calcular el tercer lado, tanto si el que falta es un cateto como si es la hipotenusa. → $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$

Para obtener el primero de los ángulos agudos, calcularemos en primer lugar una de sus razones trigonométricas a partir de las definiciones que ya conocemos. Pero una vez obtenido el valor de una de las tres razones trigonométricas: seno, coseno o tangente, para conocer el valor del ángulo debemos utilizar la calculadora. Si lo que hemos calculado suponemos que es el SENO, a la hora de escribir este paso en el papel lo despejamos escribiendo: **arcsen 0,...**, que se lee "arco seno de cero coma.…" y que significa "ángulo cuyo seno es cero coma ..." y que se obtiene con la calculadora activando el comando $\sin^{-1}$ lo que conseguiremos con la secuencia: SHIFT + SIN^{-1} + 0,...

Imagen 8: Comandos calculadora para obtener arcoseno
Fuente: Propia

De forma análoga lo haríamos si lo que hubiésemos obtenido fuera el coseno o la tangente. De todas formas recuerda que no todas las calculadoras funcionan igual, puede ocurrir que la que tu uses no funcione de la misma manera, tendrás que mirar sus instrucciones para asegurarte.

<u>Ejercicio 11</u>

Resuelve el siguiente triángulo rectángulo:

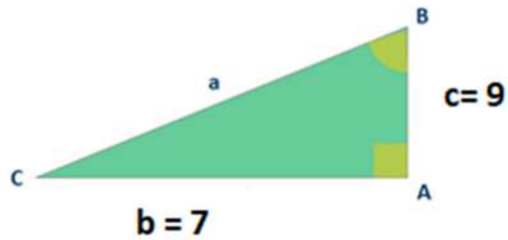


Imagen 9: Triángulo rectángulo para resolver.
Autor: Propia

Ejercicio 12

En un triángulo rectángulo se conocen la hipotenusa a = 5m y un cateto b = 4 m. Resuelve el triángulo.

Ejercicio 13

En un triángulo rectángulo se conoce el cateto c= 42 m y su ángulo opuesto C = 31º. Resuelve el triángulo.

---

7) Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Se llama **circunferencia goniométrica** a una circunferencia de radio 1 y con centro en el origen de un sistema de ejes coordenados.

A cada uno de los cuartos en que los ejes dividen la circunferencia se les llama **cuadrante**.

Si el ángulo es agudo, el punto está en el 1er cuadrante, si el ángulo es obtuso estará en el 2º cuadrante, si el ángulo está entre 180 º y 270 º en el 3er cuadrante y si el ángulo está entre 270º y 360º, el punto estará en el 4º cuadrante:

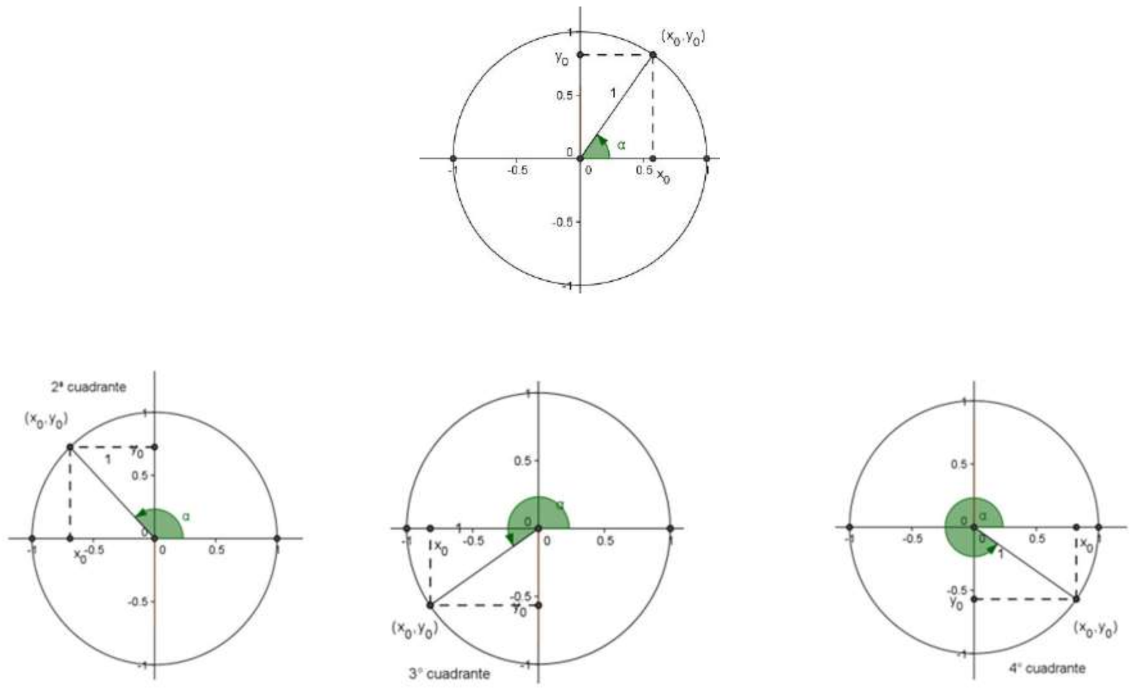


Imagen 8: Cuadrantes en la circunferencia goniométrica.
Fuente: Desconocida. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Los ángulos α de los cuadrantes segundo, tercero o cuarto pueden relacionarse con ángulos agudos α que podemos situar en el primer cuadrante y que tienen razones trigonométricas con los mismos valores absolutos que los ángulos iniciales.

Si consideramos el triángulo rectángulo siguiente y aplicamos la definición de seno, coseno y tangente:

$$\left.\begin{array}{l} Sen\,\alpha = y_0/1 \rightarrow sen\ \alpha = y_0 \\ \\ Cos\ \alpha = x_0/1 \rightarrow cos\ \alpha = x_0 \\ \\ Tg\ \alpha = y_0\ /\ x_0 \end{array}\right\}$$

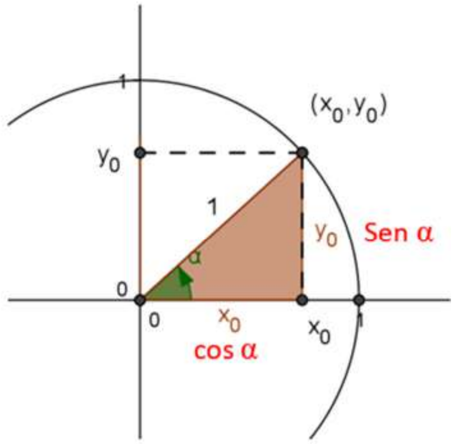
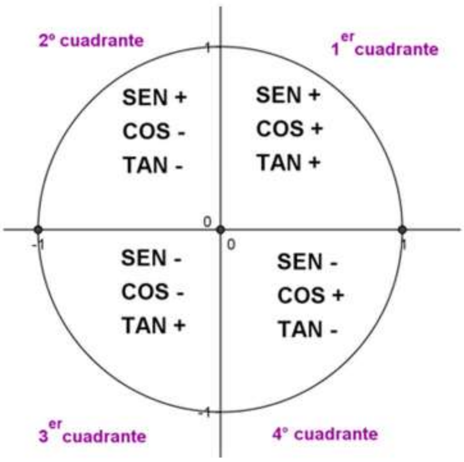


Imagen 9: Ángulo del primer cuadrante y sus razones trigonométricas.
Fuente: Propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Teniendo en cuenta que el seno es la segunda coordenada y el coseno es la primera coordenada, y la tangente se obtiene dividendo seno entre coseno, tenemos el siguiente esquema que resume el signo que tendrán las razones trigonométricas según el cuadrante donde se sitúe el ángulo:



Teniendo en cuenta que el seno es la segunda coordenada y el coseno es la primera coordenada, y la tangente se obtiene dividendo seno entre coseno, tenemos el siguiente esquema que resume el signo que tendrán las razones trigonométricas según el cuadrante donde se sitúe el ángulo.

Imagen 10: signo de las razones trigonométricas según el cuadrante del ángulo.
Fuente: Propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejercicio 14

Los ángulos del cuarto cuadrante….

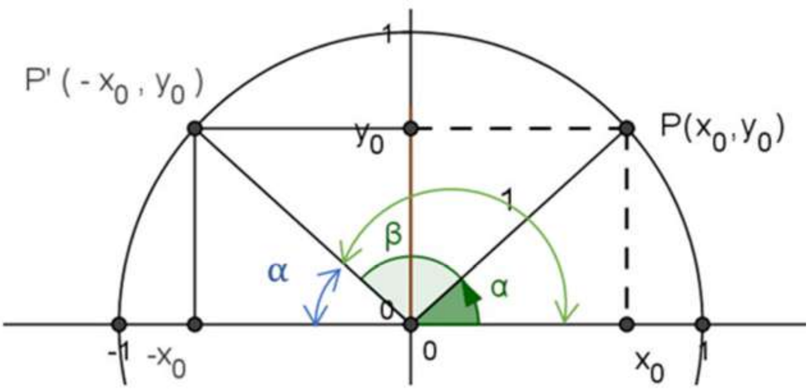
	a) Tienen el seno y el coseno negativos y la tangente positiva
	b) Tienen la tangente y el seno negativos mientras que su coseno es
	c) Tienen todas sus razones trigonométricas negativas
	d) Tienen todas sus razones trigonométricas positivas

7.1) Reducción de ángulos del segundo cuadrante al primero

Ya hemos comentado que los ángulos pertenecientes a cuadrantes diferentes del primero, se pueden relacionar con ángulos agudos del primer cuadrante y que comparten los MISMOS VALORES ABSOLUTOS en sus razones trigonométricas, y cuyos signos dependen del cuadrante según la imagen 10.

Pues, vamos a estudiar cómo se relacionan los ángulos del segundo cuadrante con los del primer cuadrante. A estos ángulos se les conoce con el nombre de ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS. Dos ángulos α y β son suplementarios cuando al sumarlos obtenemos 180º, es decir:

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS →α +β = 180º



Sen α **= sen** β **; cos** α **= - cos** β**; tg** α **= - tg** β

Imagen 11: Relación entre ángulos del primer y segundo cuadrante.
Fuente: Propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

En la figura observamos que cuando dos ángulos son suplementarios los puntos que los determinan P y P' comparten el valor absoluto de sus coordenadas y difieren sólo en el signo de la primera coordenada, x_0.

Por tanto, aplicando la definición de seno y coseno en el ángulo β :

$$\text{Sen}\ \alpha = \text{sen}\ \beta\ ;\ \cos \alpha = -\cos \beta;\ \text{tg}\ \alpha = -\text{tg}\ \beta$$

Ejercicio 15

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 170º:

Ejercicio 16

Señala la respuesta incorrecta….

	a) Sen 165º = sen 15º
	b) Cos 15º = - cos 165º
	c) tg 15º = tg 165º

Ejercicio 17

Calcula las razones trigonométricas de 135º, a partir de los ángulos agudos notables.

7.2) Reducción de ángulos del tercer cuadrante al primero

Los ángulos que se encuentran en el tercer cuadrante son ángulos mayores de 180º pero menores de 270º. En los casos dónde necesitemos reducir al primer cuadrante ángulos que pertenecen al tercero, trabajaremos con ángulos que DIFIEREN 180º.

Propiedad: Sean dos ángulos α y β tales que

β – α = 180º entonces se verifica que:

Sen α = - sen β ;

cos α = - cos β;

tg α = tg β

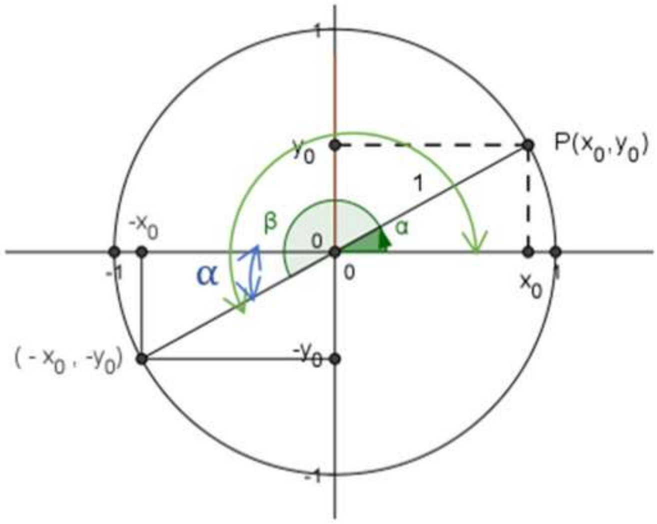


Imagen 12: Relación entre ángulos del primer y tercer cuadrante. Fuente: Propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejercicio 18

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 235º.

Ejercicio 19

Calcula las razones trigonométricas de 240º, a partir de los ángulos agudos notables.

7.3) Reducción de ángulos del cuarto cuadrante al primero

Si el ángulo que queremos reducir al primer cuadrante pertenece al cuarto, entonces veremos que pueden darse dos situaciones hablando del mismo ángulo:

1. ÁNGULOS OPUESTOS → α y $-\alpha$
2. ÁNGULOS QUE SUMAN 360º → α y β de forma que $\alpha + \beta = 360º$

En la imagen 13 veremos que el ángulo β coincide con $-\alpha$, y por tanto, podemos decir que $\beta = -\alpha$.

Sean dos ángulos α y β tales que

$\beta + \alpha = 360º$ o $\beta = -\alpha$ entonces se verifica que:

Sen α = - sen β ;

cos α = cos β;

tg α = -tg β

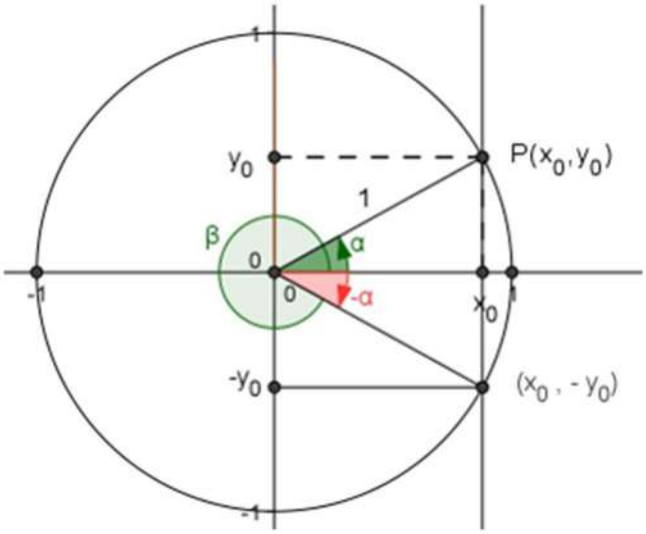


Imagen 13: Relación entre ángulos del primer y cuarto cuadrante.
Fuente: Propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejercicio 20

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 315º y de -45º.

Ejercicio 21

Calcula las razones trigonométricas de 330º, a partir de los ángulos agudos notables.

9) Aplicaciones de la Trigonometría

La trigonometría es útil para resolver problemas geométricos y calcular longitudes en la realidad.

Con un teodolito, se pueden medir ángulos, tanto en el plano vertical como en el horizontal, que nos permiten, aplicando las razones trigonométricas, hallar distancias o calcular alturas de puntos inaccesibles.

En estos casos aunque el triángulo de partida no sea rectángulo, trazando su altura podemos obtener dos triángulos rectángulos a resolver con los datos que tenemos.

Imagen 14: Teodolito moderno.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Theodolite_in_use.JPG
Autor: Desconocido Licencia: Creative Commons

Veamos algunos ejemplos.

Imaginemos la siguiente situación:

Para medir la anchura de un río se han medido los ángulos de la figura desde dos puntos de una orilla (punto A y el punto B) distantes entre sí 160 m. ¿Qué anchura tiene el río?

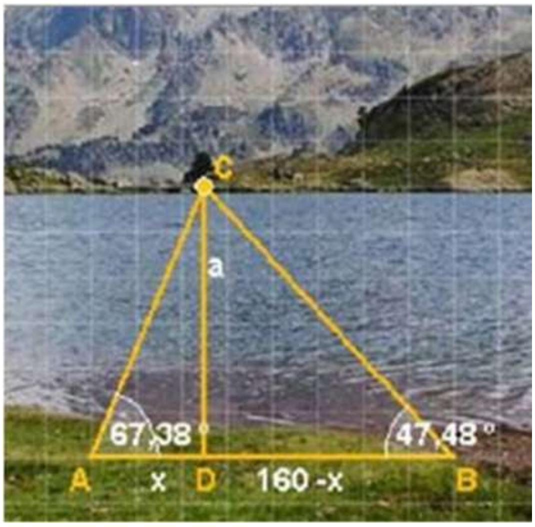


Imagen 15: Río. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida.
http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/trigonometria/index4_7.htm

✓ La anchura del río es la altura (a) del triángulo ACB que no es rectángulo, pero sí lo son los triángulos ADC y BDC.

$$En\ el\ triangulo\ ADC{:}tg\ \ 67{,}38^o = \frac{a}{x} \rightarrow a\ =\ x{\cdot}tg\ \ 67{,}38^o$$

$$En\ el\ triangulo\ BDC{:}tg\ \ 47{,}48^o = \frac{a}{160-x} \rightarrow a\ =\ (160-x){\cdot}tg\ \ 47{,}48^o$$

✓ Tenemos un sistema de dos ecuaciones que resolvemos por igualación:

$$\left.\begin{array}{r} a = tg\ 67{,}38^o\ \cdot\ x \\ a =\ (160-x)\ \cdot\ tg\ 47{,}48^o \end{array}\right\} \rightarrow tg\ 67{,}38^o\ \cdot\ x\ =\ (160-x)\ \cdot\ tg\ 47{,}48^o \rightarrow$$

$$\rightarrow 2{,}40{\cdot}x = (160-x){\cdot}1{,}09 \rightarrow x = 50 \rightarrow a = 2{,}40{\cdot}x = 2{,}40{\cdot}50 = 120\ m$$

<u>Ejercicio 22</u>

La sombra de un árbol cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50º con la horizontal mide 8 m, ¿cuál es la altura del árbol?

<u>Ejercicio 23</u>

El kiosco de diarios y varios del señor Gutiérrez, proyecta una sombra de 1,8 m de largo. Si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto del kiosco es de 60º, ¿cuál es la altura del kiosco?

<u>Ejercicio 24</u>

Calcular la altura de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de distancia de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

1. Un radián es….

	a) Es un ángulo tal que cualquier arco que se le asocie mide lo mismo que el radio usado para trazarlo
X	b) Es la unidad de medida del sistema internacional y es un ángulo tal que cualquier arco que se le asocie mide el doble del radio usado para trazarlo
X	c) Es la unidad de medida de ángulos en el mundo anglosajón

Ejercicio 2

2. Pasa a radianes o grados según corresponda:

a) 225º b) $\frac{5\pi}{4}$ c) 330º d) $\frac{8\pi}{9}$

a) $225 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{45\pi}{36} = \frac{15\pi}{12} = \frac{5\pi}{4}$

b) $\frac{5\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{180 \cdot 5}{4} = 225^\circ$

c) $330 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{33\pi}{18} = \frac{11\pi}{6}$

d) $\frac{8\pi}{9} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{180 \cdot 8}{9} = 160^\circ$

Importante

En las calculadoras usuales suelen aparecer cuatro tipos de medida de ángulos:

- "DEG" o expresión en grados sexagesimales;
- la tecla < º ' " > da los grados enteros del ángulo y la parte decimal se cuenta en minutos (1/60 de grado) y segundos (1/60 de minuto).
- "RAD" es decir, radianes.
- "GRAD" cada grado centesimal es la centésima parte del ángulo recto, toda la circunferencia está formada por 400 grados centesimales. 1GRAD=90/100 DEG

DEBES TENER MUCHO CUIDADO PORQUE SEGÚN EN QUÉ MODO TENGAS TU CALCULADORA LOS CÁLCULOS TE LOS HARÁ CORRECTAMENTE O NO EN LAS UNIDADES QUE NECESITES.

Ejercicio 3

Transforma estas medidas a segundos:

a) 21º 10' 32''

b) 15º 40''

c) 12º 50' 40''

d) 33º 33' 33''

Para pasar cada medida a segundos, simplemente multiplicamos la cantidad de minutos por 60, y la cantidad de grados por 3600 (que es lo mismo que multiplicar dos veces por 60) y sumamos todo:

a) 21º 10' 32'' = 76232''

b) 15º 40'' = 54040''

c) 12º 50' 40'' = 46240''

d) 33º 33' 33'' = 120813''

Ejercicio 4

Transforma estas medidas a forma compleja:

a) 450''

b) 58' 140''

c) 4500''

d) 1º 2000''

Para transformar las medidas a forma compleja (con grados, minutos y segundos), dividimos los segundos entre 60. El resto de la división serán segundos; el cociente, son minutos. Repetimos la operación con los minutos (los que nos salieran en la división anterior más los que nos dé el ejercicio) pero en este caso el resto de la división serán los minutos totales, y el cociente los grados:

a) 450'' = 7' 30''

b) 58' 140'' = 1º 20''

c) 4500'' = 1º 15'

d) 1º 2000'' = 1º 33' 20''

Ejercicio 5

Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ cuyos catetos miden b = 30 cm y c = 40 cm.

Calculamos en primer lugar el valor de la hipotenusa $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500 \Rightarrow$ $a = \sqrt{2500} = 50\text{ cm}$.

$$sen\,\hat{B} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6\,;\ \cos\hat{B} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0,8\,;\ tg\,\hat{B} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0,75\,.$$

$$sen\,\hat{C} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0,8\,;\ \cos\hat{C} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6\,;\ tg\,\hat{C} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}\,.$$

Ejercicio 6

La tangente de un ángulo se define como…

X	a) El cateto opuesto entre cateto adyacente
	b) Cateto opuesto entre hipotenusa
	c) Cateto adyacente entre cateto opuesto
	d) Hipotenusa entre cateto adyacente

Ejercicio 7

Halla las razones trigonométricas de los ángulos de los siguientes triángulos rectángulos:

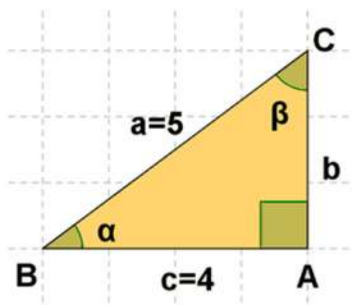


Imagen 6b: Triángulo rectángulo.
http://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trigonometria/problemas/p_razones.html
Autor: Desconocido Licencia: desconocida

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Leftrightarrow b = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{b}{a} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{b}{a} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{sen } \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

Ejercicio 8

Calcula el resto de las razones trigonométricas de un ángulo dado α, sabiendo que el cos α = 0,939 y que el ángulo pertenece al primer cuadrante.

Utilizando las relaciones fundamentales sabemos que: $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\alpha = 1$; por tanto sustituyendo y despejando sen α ya obtenemos su valor:

$\text{sen}^2\ \alpha + 0{,}939^2 = 1 \rightarrow \text{sen}^2\ \alpha = 1 - 0{,}881 \rightarrow \text{sen}^2\ \alpha = 0{,}118 \rightarrow \text{sen}\ \alpha = \sqrt{(0{,}118)} = 0{,}343$

Y utilizando la otra relación podemos obtener la tangente del ángulo:

$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = \frac{0{,}343}{0{,}939} = 0{,}365$$

Ejercicio 9

Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el segundo cuadrante sabiendo que el cos α = - 1/4

$$\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\ \alpha = 1$$

$$\text{sen}^2\ \alpha = 1 - \cos^2\ \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\text{sen}\ \alpha = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{16}} = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Como el ángulo α está en el segundo cuadrante es positivo

$$\text{sen}\ \alpha = +\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{sen}\ \alpha}{\cos\ \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{4} : \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{4\sqrt{15}}{4} = -\sqrt{15}$$

Ejercicio 10

Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el tercer cuadrante sabiendo que la tg α = 4/3

$$\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\ \alpha = 1$$

$$\frac{\text{sen}^2\ \alpha}{\cos^2\ \alpha} + \frac{\cos^2\ \alpha}{\cos^2\ \alpha} = \frac{1}{\cos^2\ \alpha} \rightarrow \text{tg}^2\ \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\ \alpha}$$

$$\cos^2\ \alpha = \frac{1}{\text{tg}^2\ \alpha + 1} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1} = \frac{1}{\frac{16}{9} + 1} = \frac{1}{\frac{25}{9}} = \frac{9}{25}$$

$$\cos\ \alpha = \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$$

Como la tangente del ángulo es positiva, el ángulo sólo puede pertenecer al primer o al tercer cuadrante. Si pertenece al primer cuadrante, tanto el seno como el coseno serán positivos; mientras que si pertenece al tercer cuadrante ambos serán negativos.

$$\cos\ \alpha = +\frac{3}{5}$$

$$\text{sen}^2\ \alpha = 1 - \cos^2\ \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

Ejercicio 11

Resuelve el siguiente triángulo rectángulo:

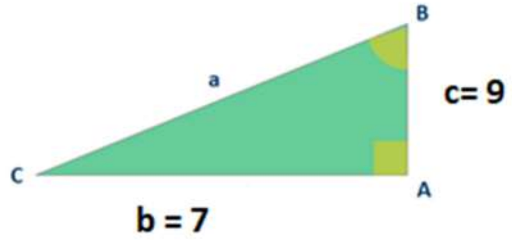


Imagen 9: Triángulo rectángulo para resolver.
Autor: Propia

Resolver un triángulo consiste en dar los datos de sus tres lados y sus tres ángulos.

Como nos dan dos lados, procederemos a resolverlo como el tercer caso. Primero, utilizando Pitágoras podemos obtener el tercer lado:

$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 7^2 + 9^2 \rightarrow a^2 = 49 + 81 = 130 \rightarrow a = \sqrt{130} = 11,4}$

Ahora ya tenemos el valor de los tres lados. Nos queda por saber el valor de los tres ángulos. Pero como el triángulo es rectángulo, ya sabemos uno de ellos: **Â = 90 º** , por tanto, sólo nos queda por saber cuánto valen los otros dos.

$$sen\ \widehat{B} = \frac{b}{a} = \frac{7}{11{,}4} = 0{,}614 \rightarrow \widehat{B} = arc\ sen\ 0{,}614 = 37{,}879^o = 37^o\ 52'\ 45''$$

si procedemos de forma análoga podemos obtener el otro ángulo que nos falta:

$$sen\ \widehat{C} = \frac{c}{a} = \frac{9}{11{,}4} = 0{,}789 \rightarrow \widehat{C} = arc\ sen\ 0{,}789 = 52{,}092^o = 52^o\ 5'\ 32''$$

Ejercicio 12

En un triángulo rectángulo se conocen la hipotenusa a = 5m y un cateto b = 4 m. Resuelve el triángulo.

Resolver un triángulo consiste en dar los datos de sus tres lados y sus tres ángulos.

Como nos dan dos lados, procederemos a resolverlo como el primer caso. Primero, utilizando Pitágoras podemos obtener el tercer lado:

$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5^2 = 4^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \rightarrow c = \sqrt{9} = 3\ m}$

Ahora ya tenemos el valor de los tres lados. Nos queda por saber el valor de los tres ángulos. Pero como el triángulo es rectángulo, ya sabemos uno de ellos: **Â = 90 º** , por tanto, sólo nos queda por saber cuánto valen los otros dos.

$$sen\ \widehat{B} = \frac{b}{a} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \rightarrow \widehat{B} = arc\ sen\ 0{,}8 = 53{,}13010^o = 53^o\ 7'\ 48''$$

si procedemos de forma análoga podemos obtener el otro ángulo que nos falta:

$$sen\ \widehat{C} = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} = 0{,}6 \rightarrow \widehat{C} = arc\ sen\ 0{,}6 = 36.8698^o = 36^o\ 52'\ 12''$$

Ejercicio 13

En un triángulo rectángulo se conoce el cateto c= 42 m y su ángulo opuesto C = 31º. Resuelve el triángulo.

Resolver un triángulo consiste en dar los datos de sus tres lados y sus tres ángulos.

Como nos dan un lado y un ángulo, procederemos a resolverlo como el segundo caso. Primero, como el triángulo es rectángulo, ya sabemos dos de los ángulos, uno el que nos dan como dato y el otro: **Â = 90 º** , por tanto, sólo nos queda por saber cuánto vale el tercero. Sabemos que la suma de todos los ángulos de un triángulo debe ser 180º. Así:

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{o}\rightarrow\widehat{B}=180-90-31=59^{o}$$

Ahora ya tenemos el valor de los tres ángulos. Nos queda por saber el valor de los tres lados y sólo tenemos uno. Así que todavía NO podemos usar Pitágoras. Aplicando las definiciones de trigonometría tenemos:

$$sen\ \widehat{C}\rightarrow sen\ \ 31^{o}\ =\frac{42}{a}\rightarrow 0{,}515=\frac{42}{a}\rightarrow a=\frac{42}{0{,}515}=\ 81{,}5534\ m$$

Ahora sí que podemos usar Pitágoras para obtener el tercer lado:

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 81{,}5534^2 = 42^2 + b^2 \rightarrow b^2 = 6650{,}96 - 1764= 4886{,}96 \rightarrow b = \sqrt{4886{,}96} = 69{,}91$ m

Ejercicio 14

Los ángulos del cuarto cuadrante….

	a) Tienen el seno y el coseno negativos y la tangente positiva
X	b) Tienen la tangente y el seno negativos mientras que su coseno es …
	c) Tienen todas sus razones trigonométricas negativas
	d) Tienen todas sus razones trigonométricas positivas

Ejercicio 15

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 170º:

170º pertenece al segundo cuadrante, ya que es mayor de 90º y menor de 180º.

También, 170^0 es el suplementario de 10º que está en el primer cuadrante porque → 180º - 170º=10º.

Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las razones trigonométricas de 10º, de la siguiente manera:

sen 170º = sen 10º ; cos 170º = - cos 10º; tag 170º = - tag 10º .

Ejercicio 16

Señala la respuesta incorrecta….

	a) Sen 165º = sen 15º
	b) Cos 15º = - cos 165º
X	c) tg 15º = tg 165º

Como 165 + 15 = 180 son ángulos suplementarios y por tanto sus senos coinciden tanto en valor como en el signo.

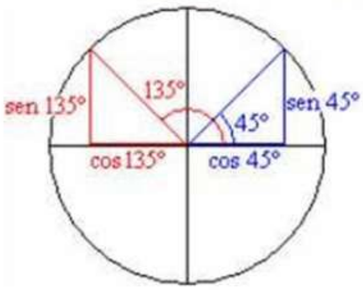
Como 165 + 15 = 180 son ángulos suplementarios y por tanto sus cosenos coinciden en valor pero con el signo cambiado.

Esta es la respuesta incorrecta, ya que al ser ángulos suplementarios sus tangentes son iguales en valor pero de signo contrario.

Ejercicio 17

Calcula las razones trigonométricas de 135º, a partir de los ángulos agudos notables.

135° es suplementario con 45° (135° + 45° =180°). Las razones trigonométricas de 135° están relacionadas con las de 45°, la forma más sencilla de encontrar esta relación es de forma gráfica.



$$\operatorname{sen} 135° = \operatorname{sen} 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135° = -\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 135° = \frac{\operatorname{sen} 135°}{\cos 135°} = \frac{\operatorname{sen} 45°}{-\cos 45°} = -\operatorname{tg} 45° = -1$$

Ejercicio 18

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 235º.

Este ángulo pertenece al tercer cuadrante ya que se encuentra entre 180º y 270º.Así, 235º – 180º = 55º , que está en el primer cuadrante.

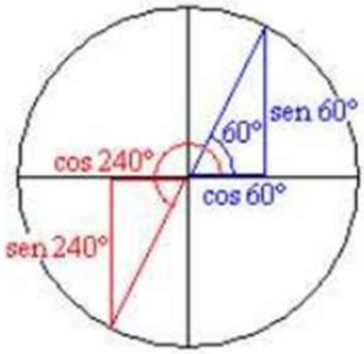
Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las de 55º ya que son ángulos que difieren 180º :

sen 235º = - sen 55º ; cos 235º = - cos 55º; tag 235º = tag 55º .

Ejercicio 19

Calcula las razones trigonométricas de 240º, a partir de los ángulos agudos notables.

240° se asocia a 60° porque se diferencia del él en 180° (240° = 60° +180°).



$$\text{sen } 240° = -\text{sen } 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 240° = \frac{\text{sen } 240°}{\cos 240°} = \frac{-\text{sen } 60°}{-\cos 60°} = \text{tg } 60 = \sqrt{3}$$

Ejercicio 20

Reduce a un ángulo del primer cuadrante las razones trigonométricas de 315º y de -45º.

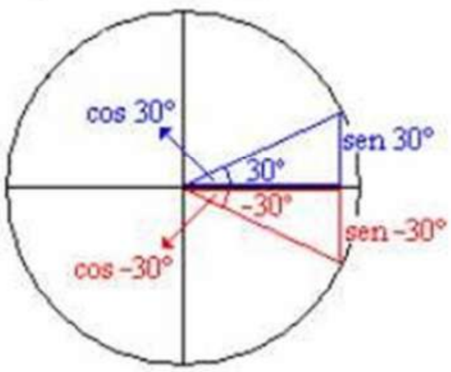
360º – 315º = 45º , que está en el primer cuadrante. Por tanto, se pueden expresar sus razones trigonométricas en función de las de 45º ya que son ángulos que suman 360º: sen 315º = - sen 45º ; cos 315º = cos 45º; tag 315º = - tag 45º .

Por otro lado -45º es el ángulo opuesto de 45º y por tanto aplican las mismas fórmulas: sen -45º = - sen 45º ; cos -45º = cos 45º; tag -45º = - tag 45º .

Ejercicio 21

Calcula las razones trigonométricas de 330º, a partir de los ángulos agudos notables.

330° equivalente a –30°, asociado a 30°



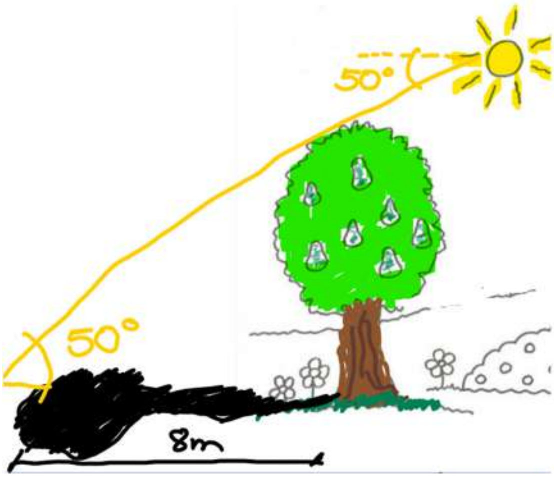
$$\text{sen} - 30° = -\text{sen } 30° = -\frac{1}{2}$$

$$\cos - 30° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg}\left(-30°\right) = \frac{\text{sen}\left(-30°\right)}{\cos\left(-30°\right)} = -\text{tg}30° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ejercicio 22

La sombra de un árbol cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50º con la horizontal mide 8 m, ¿cuál es la altura del árbol?



Si pasamos la situación a un triángulo tendremos:

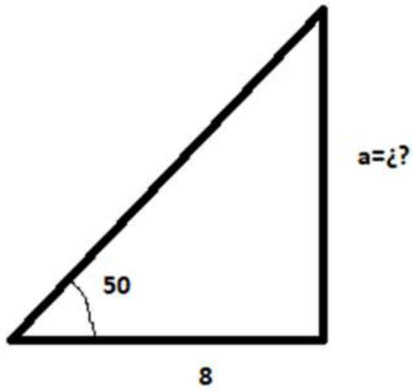


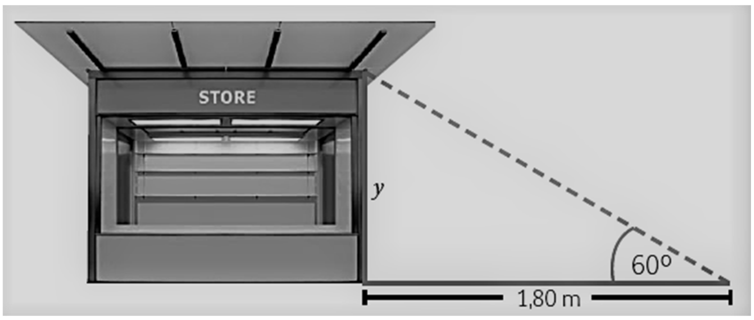
Imagen 15 y 16: Elaboración propia

Se reduce a calcular el valor de a. Para ello sabemos, aplicando las definiciones de las razones trigonométricas, que:

$$tg\ 50 = \frac{a}{8} \rightarrow a = tg\ 50 \cdot 8 \rightarrow a = 1{,}192 \cdot 8 = 9{,}53\ m$$

Ejercicio 23

El kiosco de diarios y varios del señor Gutiérrez, proyecta una sombra de 1,8 m de largo. Si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto del kiosco es de 60º, ¿cuál es la altura del kiosco?



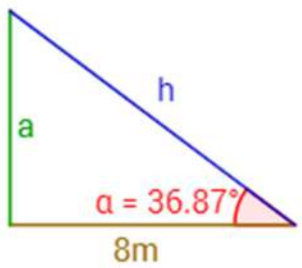
Como lo que nos piden es la altura del kiosco, ésta corresponde con el lado que hemos llamado y,

Al darnos el otro cateto del triángulo que formaría la sombra con el kiosco, nos interesa usar la tangente:

$$tg\ 60^o = \frac{y}{1{,}8}: \rightarrow y = tg\ 60^o \cdot 1{,}8 = 1{,}732 \cdot 1{,}8 \rightarrow y = 3{,}12\ m$$

Ejercicio 24

Calcular la altura de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de distancia de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º.



Como nos piden la altura del árbol, ésta corresponde con el lado a de nuestro dibujo.

Por tanto, aplicando las definiciones de las razones trigonométricas, vemos que la que más nos interesa es la de la tangente:

$$tg\ 36{,}87^{o} = \frac{a}{b} = \frac{a}{8} \rightarrow a = tg\ 36{,}87^{o} \cdot 8 = 0{,}75 \cdot 8 \rightarrow a = 6\ m$$

Bloque 11. Tema 4.

Materia

ÍNDICE

Introducción

En este tema estudiaremos el concepto y propiedades más importantes de la materia. Así como, los distintos materiales que se utilizan en la elaboración de los productos que nos rodean. También veremos que algunos de los hechos que observamos cotidianamente, tales como el aumento de presión de los neumáticos de una bicicleta cuando nos desplazamos con ella, la elaboración rápida de alimentos con ollas a presión, la formación de burbujas cuando calentamos agua para hacernos una infusión, etc. se pueden explicar mediante los conceptos y leyes de los gases que explican su comportamiento.

1) Concepto y propiedades de la materia

El Universo y los cambios que se producen en él pueden describirse en función de dos conceptos fundamentales: materia y energía.

Materia es todo aquello que ocupa un espacio y posee una masa. Por ejemplo, el agua, el aire, las rocas y el petróleo son materia pero el calor y la luz no lo son; calor y luz son formas de energía.

Una **sustancia** es un tipo de materia que tiene composición constante y propiedades características. Son ejemplos de sustancia el agua, amoniaco, azúcar de mesa (sacarosa), plata y nitrógeno. Las sustancias difieren entre sí por su composición y se pueden identificar según su aspecto, color, sabor y otras propiedades características.

Un **objeto** o **cuerpo material** es toda porción limitada de materia. Por ejemplo, un cubito de hielo es materia ya que tiene masa y ocupa un volumen. Es un objeto porque tiene unas dimensiones limitadas y la sustancia que la forma es agua.

Toda sustancia tiene unas propiedades **comunes** o **generales** que no sirven para identificarla y un conjunto único de propiedades llamadas **características** que permite distinguirla de todas las demás, ya que su valor es distinto para cada sustancia.

PROPIEDADES GENERALES son aquellas que son comunes para todas las sustancias, no caracterizan a una sustancia en particular. Ejemplos de propiedades generales son: masa, volumen, temperatura, forma, peso, etc.

Así, por ejemplo, podemos establecer la masa y el volumen de una sustancia de 60 g y 200 ml, respectivamente, pero estos no son datos característicos de esa sustancia ya que podemos tener objetos de distintas sustancias que tengan esa masa y volumen.

Masa es la cantidad de materia que tiene un objeto. La unidad de masa en el S.I. (Sistema Internacional) es el kilogramo (kg), y el aparato que se usa para medir masas es la balanza.

Imagen 1: Balanza electrónica.
Fuente: Applediario. Autor: Desconocido Fuente: Desconocida
http://applediario.com/porque-no-es-buena-idea-usar-3d-touch-para-pesar-cosas/

Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo. La unidad de volumen en el S.I. es el metro cúbico (m^3). Como el metro cúbico es una medida demasiado grande para el uso cotidiano también se emplean el litro (l), mililitro (ml) y el centímetro cúbico (cm^{-3}).

Para medir el volumen de los líquidos se pueden emplear distintos recipientes, como la probeta graduada, la bureta, la pipeta y el matraz aforado. La probeta graduada es un recipiente de vidrio o plástico con una graduación. Al verter en ella el líquido, el nivel que alcanza indica el volumen del líquido que contiene. Una bureta es un tubo largo de vidrio, graduado, y que termina en un grifo. Llenado de líquido, se abre el grifo y se vierte en otro recipiente. Se cierra el grifo y en la bureta se puede ver el volumen de líquido vertido. La pipeta y el matraz aforado sirven para medir un volumen fijo de líquido.

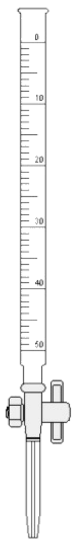


Imagen 2. Bureta Fuente: Wikipedia
https://ca.wikipedia.org/wiki/Fitxer:Burette.png
Licencia: Creative Commons

Imagen 3. Pipeta Fuente: Wikipedia
https://es.wikipedia.org/wiki/Pipeta Licencia: Creative Commons

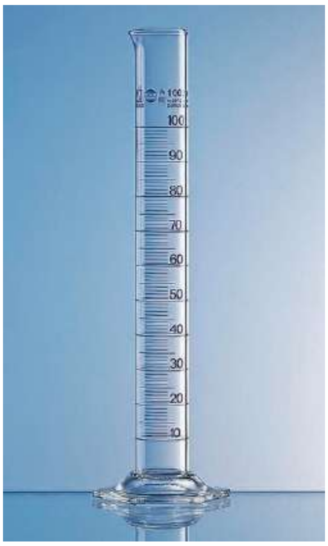


Imagen 4. Probeta graduada
Fuente: Aula Blog Bárbara
http://bsandiego.blogspot.com/2014/11/informe-de-laboratorio_24.html
Licencia: Creative Commons

Imagen 5. Matraz Aforado Fuente: Wikipedia
https://es.wikipedia.org/wiki/Matraz_aforado#/media/File:Brand_volumetric_flask_100ml.jpg
Licencia: Creative Commons

Para medir el volumen de los sólidos si éstos son regulares (figuras geométricas) (por ejemplo, una canica) se aplican las fórmulas correspondientes que permiten calcular su volumen midiendo sus dimensiones.

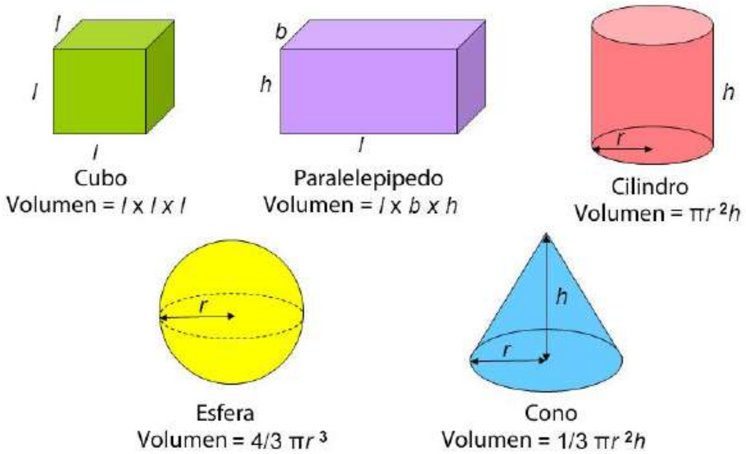


Imagen 6: Fórmulas para calcular volúmenes de sólidos regulares.
Fuente: tplaboratorioquimico. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://www.tplaboratorioquimico.com/quimica-general/las-propiedades-de-la-materia/que-es-el-volumen.html

Si el sólido es irregular (por ejemplo, una piedra) se llena una probeta hasta un nivel determinado, después se pone en su interior el sólido, con lo que subirá el volumen que marca. La diferencia entre los volúmenes marcados después y antes de introducir el sólido será el volumen de éste.

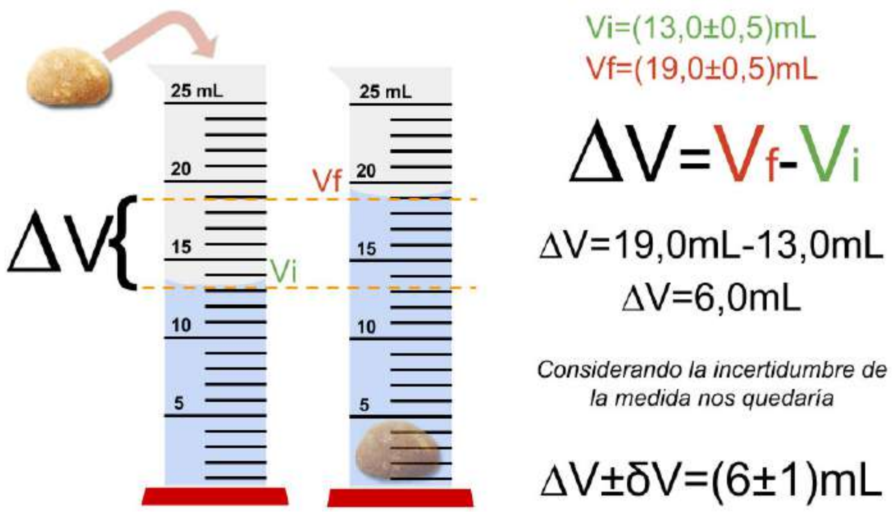


Imagen 7: Método para determinar el volumen de un sólido irregular.
Fuente: Blog de Ciencias Físicas Primero Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
http://cs-fs-primero.blogspot.com/2015/09/determinacion-del-volumen-de-un-solido.html

La **Temperatura** es una magnitud que está relacionada con la energía cinética asociada a los movimientos de traslación, rotación o vibración de las partículas que constituyen un sistema. A medida que sea mayor la energía cinética de sus partículas, se observa que su temperatura es mayor.

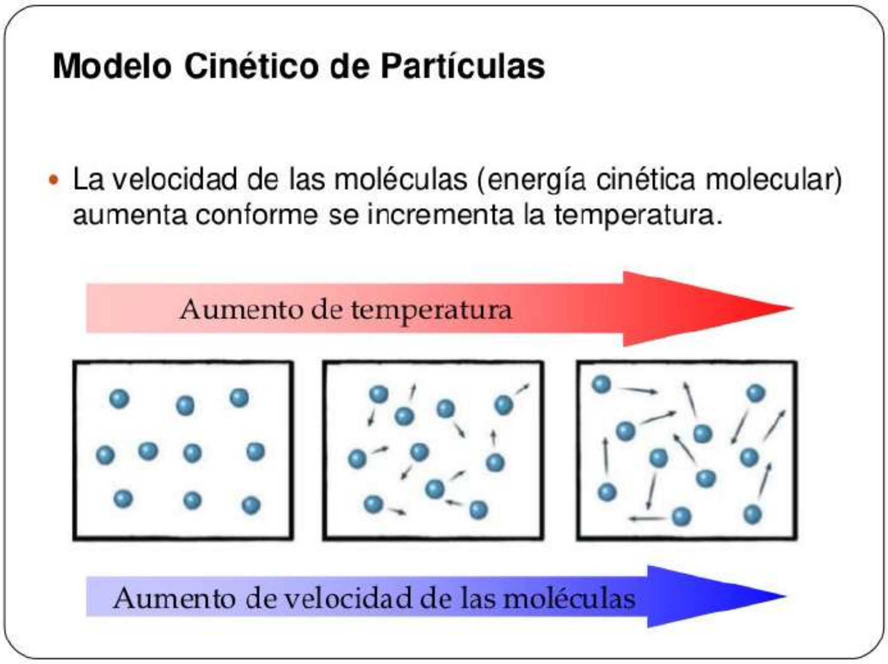


Imagen 8: Temperatura y energía cinética
Fuente: image.slidesharecdn Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://pt.slideshare.net/jolumango/modelo-cinetico-11777175/7

El S.I. utiliza la **escala Kelvin (K)** para expresar la temperatura. Sin embargo, no es la única, destaca el uso de la escala centígrada o **Celsius (ºC)** y de la escala **Fahrenheit (ºF)** en los países anglosajones.

	CELSIUS (ºC)	KELVIN (K)	FAHRENHEIT (ºF)
Fórmulas	ºC = K – 273,15	K = ºC + 273,15	ºF = 9/5 ºC + 32
Punto Ebullición del agua	100 ºC	373,15 K	212 ºF
Punto Fusión del agua	0 ºC	273,15 K	32 ºF
CERO ABSOLUTO	- 273,15 ºC	0 K	- 459,67 ºF

Se puede observar que hay 100 grados entre el punto de congelación y el de ebullición del agua en la escala Celsius (antes llamada escala centígrada) y 180 grados entre los mismos puntos en la escala Fahrenheit.

PROPIEDADES CARACTERÍSTICAS de la materia son aquellas que permiten identificarla, ya que tienen un valor distinto para cada sustancia pura y no dependen de la cantidad que se tome.

Algunas de estas propiedades características son **propiedades físicas**, y son aquellas que se pueden medir y observar sin que se modifique la composición de la sustancia.

Ejemplos de ellas son el estado físico a temperatura ambiente, la densidad, el punto de fusión o de congelación, el punto de ebullición, el color, la solubilidad en agua, la conductividad eléctrica, etc. Por ejemplo, algunas propiedades físicas características del agua son la de ser un líquido a temperatura ambiente, la de congelar a 0ºC y hervir a 100ºC a la presión de 1 atm (atmósfera), la de ser incolora y su muy pequeña conductividad eléctrica.

Densidad: es la masa de un cuerpo por unidad de volumen. Se determina mediante la siguiente relación:

d = m/v donde d= densidad
m = masa
v = volumen

Se expresa en el S.I. en kg/m^3, también se suele expresar en g/cm^3.

En general, si tomamos diversos materiales de igual volumen, observaremos que no contienen la misma masa y, a la inversa, encontramos cuerpos y materiales que poseen la misma masa pero no ocupan el mismo volumen.

Temperatura o punto de fusión de un sólido es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado sólido a líquido manteniéndose su valor invariable mientras dura el proceso*.* A esta temperatura el estado sólido y el estado líquido de una sustancia coexisten en equilibrio. El punto de fusión de una sustancia depende de la presión (cambia su valor al variar la presión exterior). Tiene el mismo valor que el punto de congelación de un líquido, que es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado líquido a estado sólido.

Temperatura o punto de ebullición de un líquido es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado líquido a gas, manteniéndose su valor invariable mientras dura el proceso. A esta temperatura la presión de vapor de un líquido es igual a la presión externa. Esta temperatura cambia al variar la presión exterior.

Sustancia	p.f.(ºC)	p.e.(ºC)	Densidad (g/cm^3) a 25 ºC
Hierro	1539	2740	7,8
Alcohol	-115	79	0,79
Agua	0	100	1
Mercurio	-39	357	13,6
Oxígeno	-219	-183	0.0014
Butano	-136	-0,5	0,0026
Cloro	-102	-33,7	0,00299
Aluminio	659,8	2270	2,70
Sal común	801	1413	2,16

Solubilidad es la cantidad máxima de soluto que se puede disolver en una cantidad de disolvente determinada a una temperatura específica. Se expresa generalmente en g de soluto/100 cm^3 de disolvente.

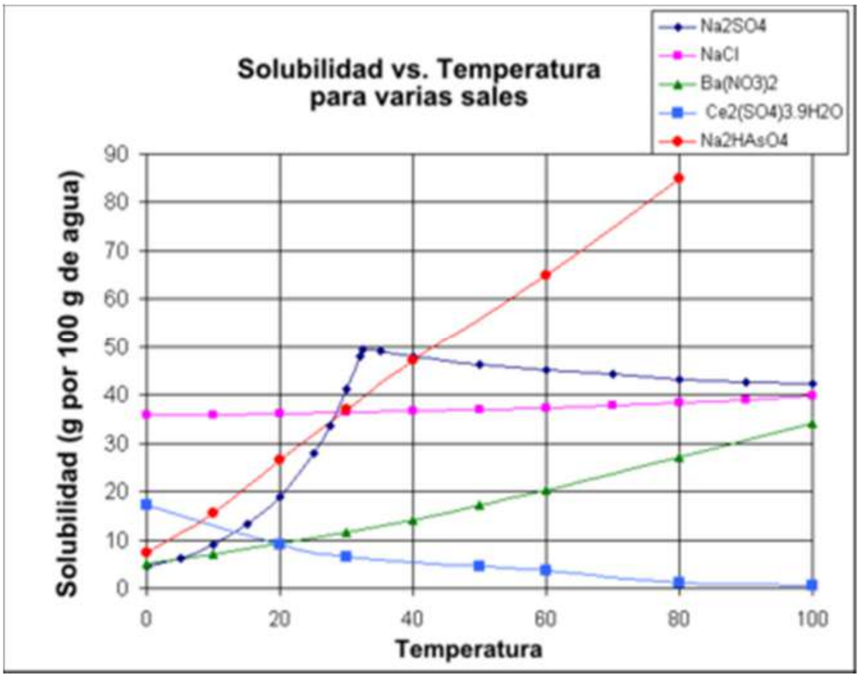


Imagen 9: Solubilidad de distintas sustancias.
Fuente: Wikipedia Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://es.wikipedia.org/wiki/Solubilidad

Las propiedades características también pueden ser **propiedades químicas**, éstas son aquellas que únicamente se ponen de manifiesto cuando unas sustancias se transforman en otras. El hierro siempre se oxidará cuando se expone al aire y la humedad, el magnesio arde en oxígeno o en dióxido de carbono.

Las propiedades de la materia también se pueden clasificar en extensivas e intensivas teniendo en cuenta si dependen o no de la cantidad de materia.

Las **propiedades extensivas**, son aquellas que dependen de la cantidad de materia de la muestra.

El volumen es un ejemplo, podemos ver eso comparando un saco de 2 kg de azúcar con otro saco de 5 kg. Aquel que posee mayor materia ocupará un mayor volumen.

Las **propiedades intensivas** son aquellas que no dependen de la cantidad de materia de la muestra.

Por ejemplo, si tenemos una disolución y medimos su temperatura, independientemente de su cantidad, la temperatura será la misma. Por lo tanto, tenemos que la temperatura es una propiedad intensiva de la materia.

Otros ejemplos son los puntos de fusión y ebullición, independientemente de la cantidad de materia, seguirán siendo el mismo. Como ocurre, por ejemplo, con el agua; no importa si tenemos 100 g o 1 kg de agua, a nivel del mar, su punto de fusión será siempre 0 °C y su punto de ebullición será siempre 100 °C. Esto distingue el agua de otros materiales, lo que nos muestra que algunas propiedades intensivas pueden utilizarse para identificar las sustancias. Las propiedades características de la materia son propiedades intensivas.

La densidad también es una propiedad intensiva. Por ejemplo, un cubo de hielo tiene densidad de 0,92 g/cm3. La densidad de un iceberg es la misma. Es por eso que tanto un cubito de hielo como un iceberg flotan en el agua, que posee densidad mayor (1,0 g/cm3).

Ejercicio 1

¿Cuáles de las siguientes palabras se corresponden con el concepto de objeto y cuáles con el de sustancia?

	Objeto	**Sustancia**
Madera		
Taza		
Cobre		
Mesa		
Falda		
Algodón		
Plástico		
Agua		
Sal		
Oro		
Bolso		
Ventana		

Ejercicio 2

De las siguientes propiedades cuáles son generales y cuáles son características: densidad, volumen, temperatura, punto de fusión, masa, solubilidad.

	Generales	**Características**
Densidad		
Volumen		
Temperatura		
Punto de fusión		
Masa		
Solubilidad		

Ejercicio 3

Vertemos agua en una probeta hasta la marca de 400 ml. Sumergimos en ella un objeto de forma irregular y observamos que el nivel del agua sube hasta la marca de 475 ml. Si la masa del objeto es 202,5 g, ¿Cuál es su densidad? Identifica de qué sustancia está hecha este objeto.

Datos: densidad Fe (hierro) = 7,8 g/ml y densidad Al (aluminio) = 2,7 g/ml.

2) Materias primas

Se conoce como **materias primas** a los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo. Se clasifican según su origen: vegetal, animal, y mineral. Ejemplos de materias primas son la madera, el hierro, el granito, etc.

Las materias primas que ya han sido manufacturadas pero todavía no constituyen definitivamente un bien de consumo se denominan productos semielaborados o semiacabados.

2.1) Clasificación de materias primas

Las materias primas se pueden clasificar del siguiente modo:

A) De **origen vegetal**: madera, lino, algodón, corcho.

La **madera** es un material encontrado como principal contenido del tronco de un árbol. Los árboles se caracterizan por tener troncos que crecen cada año y que están compuestos por fibras de celulosa unidas con lignina. Como la madera la producen y utilizan las plantas con fines estructurales es un material muy resistente y gracias a esta característica y a su abundancia natural es utilizada ampliamente por los humanos, ya desde tiempos muy remotos.

Una vez cortada y seca, la madera se utiliza para muy diferentes aplicaciones. Una de ellas es la fabricación de pulpa o pasta, materia prima para hacer papel. Artistas y carpinteros tallan y unen trozos de madera con herramientas especiales, para fines prácticos o artísticos. La madera es también un material de construcción muy importante desde los comienzos de las construcciones humanas y continúa siéndolo hoy.

Imagen 10: Distintos tipos de madera.
Fuente: Blog de Curiosidades de la madera Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
http://curiosidadesdelamaderatenientes.blogspot.com/

B) De **origen animal**: pieles, lana.

La **lana** es una fibra natural que se obtiene de las ovejas y de otros animales como, cabras o conejos, mediante un proceso denominado **esquila**. Se utiliza en la industria textil para confeccionar productos tales como sacos, chaquetas o guantes.

Los productos de lana son utilizados en su mayoría en zonas frías, como por ejemplo en nuestra región, porque con su uso se mantiene el calor corporal; esto es debido a la naturaleza de la fibra del material.

La lana era ampliamente usada hasta que se descubrió el algodón, que era más barato de producir y se implantó debido a los avances técnicos de la revolución industrial, como por ejemplo la máquina tejedora que desplazó en gran parte la confección rústica.

Proceso de la lana de oveja

1.-Esquila del animal: La esquila es cuando se corta la lana de las ovejas. Las ovejas son encerradas en un corral grande y posteriormente se llevan es pequeñas cantidades a un corral más pequeño donde un esquilador corta la lana con mucho cuidado de no dañar al animal.

2.-Lavado de la lana obtenida de la esquila: Esta se lava prolijamente con agua caliente, extrayendo todos los restos orgánicos que se ven adhiriendo a ella a lo largo de la vida de la oveja. Luego se enjuaga con agua fría.

3.-Secado de la lana: Una vez que la lana ya está limpia, se deja estilar y se deposita sobre una superficie plana para que se seque al sol o cerca del calor de la cocina o el fogón.

4.-Escarmendo de la lana: Este trabajo consiste en estirar los fragmentos de la lana trasquilada, separando a mano cuidadosamente las fibras sin que se corten, hasta que adquieran una textura suave y un peso muy liviano.

Imagen 11: Proceso de obtención de lana de oveja.
Fuente: Calameo Autor: Javier Mansilla Henríquez Licencia: Desconocida
https://es.calameo.com/books/004256293f07fff56d13d

C) **De origen mineral:** carbón, hierro, oro, cobre, mármol.

El **hierro** es el metal más usado, con el 95% en peso de la producción mundial de metal. Es un metal maleable, tenaz, de color gris plateado y presenta propiedades magnéticas. Se encuentra en la naturaleza formando parte de numerosos minerales. El hierro tiene su gran aplicación para formar los productos siderúrgicos, utilizando éste como elemento matriz para alojar otros elementos aleantes tanto metálicos como no metálicos, que confieren distintas propiedades al material.

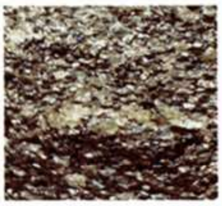
Nombre del mineral	Magnetita	Hematita	Siderita	Pirita
Ilustración del mineral				
Color	Negro	Rojo	Marrón	Amarillo
Fórmula de los minerales	Fe_3O_4	Fe_2O_3	$FeCO_3$	FeS_2
Nombre químico	Óxido ferroso férrico	Óxido de hierro(III)	Carbonato de hierro(II)	Sulfuro de fierro

Imagen 12: Minerales que contienen hierro.
Fuente: Webcindario Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://ricardi.webcindario.com/quimica/oxiredu.htm

El **carbón** o carbón mineral es una roca sedimentaria utilizada como combustible fósil, de color negro, muy rico en carbono. El carbón se origina por descomposición de vegetales terrestres, hojas, maderas, cortezas, y esporas, que se acumulan en zonas pantanosas, lagunares o marinas, de poca profundidad. Los vegetales muertos se van acumulando en el fondo de una cuenca. Quedan cubiertos de agua y, por lo tanto, protegidos del aire que los destruiría. El carbón suministra el 25% de la energía primaria consumida en el mundo, sólo por detrás del petróleo.

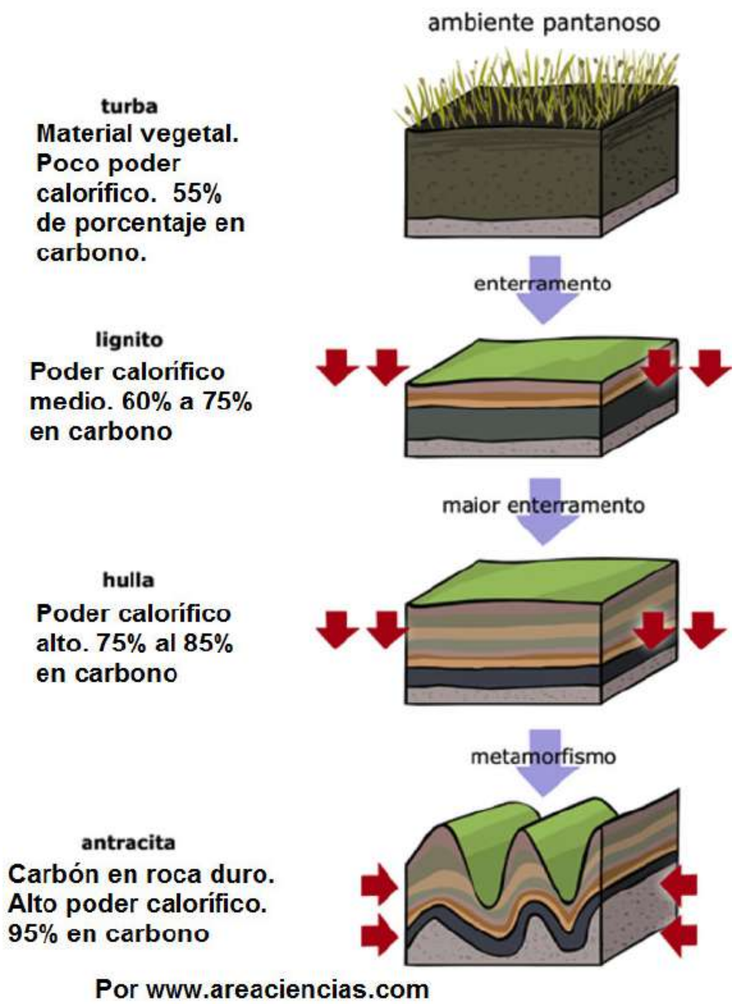


Imagen 13: Tipos de mineral del carbón y su origen.
Fuente: Área Ciencias Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

http://www.areaciencias.com/geologia/carbon.html

El **petróleo** (del griego: "aceite de roca") es una mezcla compleja no homogénea de hidrocarburos insolubles en agua.

Es de origen orgánico, fósil, fruto de la transformación de materia orgánica procedente de zooplancton y algas, que depositados en grandes cantidades en fondos de mares o zonas del pasado geológico, fueron posteriormente enterrados bajo pesadas capas de sedimentos. La transformación química (craqueo natural) debida al calor y a la presión produce, en sucesivas etapas, desde betún a hidrocarburos cada vez más ligeros (líquidos y gaseosos). Estos productos ascienden hacia la superficie, por su menor densidad, gracias a la porosidad de las rocas sedimentarias. Cuando se dan las circunstancias que impiden dicho ascenso (trampas petrolíferas: rocas impermeables, etc.) se forman entonces los yacimientos petrolíferos.

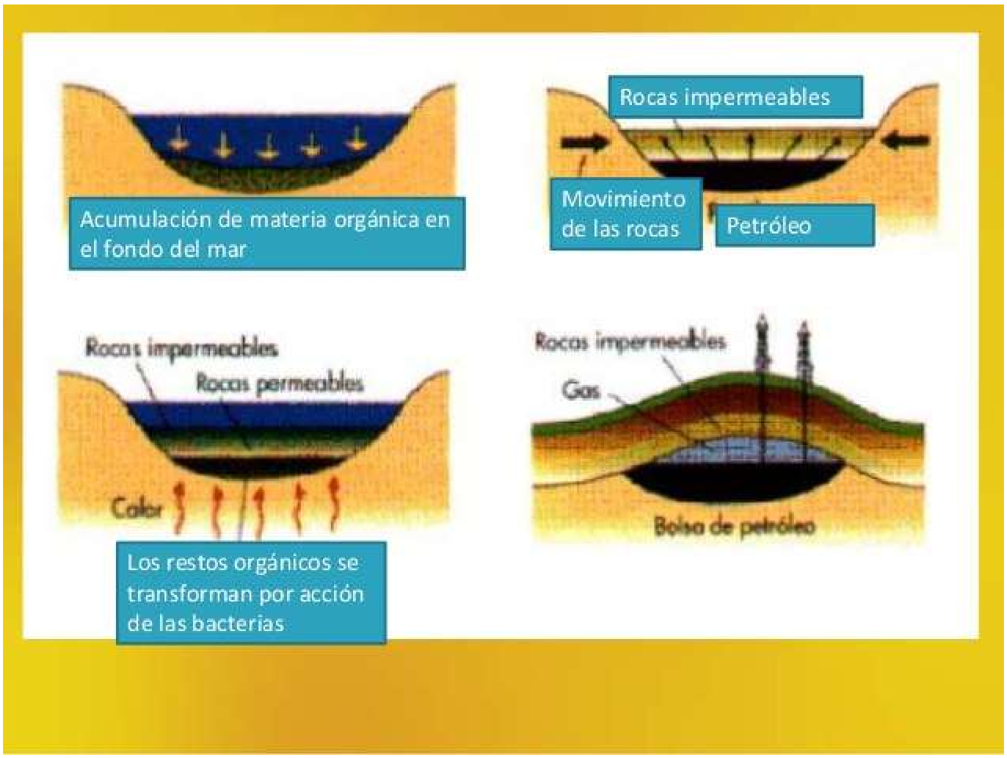


Imagen 14: Teoría orgánica sobre el origen del petróleo.
Fuente: Blog El mundo a tus pies Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
http://geo1u042015.blogspot.com/2016/03/un-planeta-de-hidrocarburos.html

3) Materiales de uso técnico

Los materiales son las materias preparadas y disponibles para elaborar directamente cualquier producto. Estos materiales se obtienen mediante la transformación físico-química de las materias primas. Se puede decir que los materiales no están disponibles en la naturaleza tal cual como los conocemos nosotros, sino que antes de usarlos han sufrido una transformación.

3.1) Clasificación de los materiales

Los objetos están fabricados por una gran variedad de materiales, que se pueden clasificar siguiendo diferentes criterios como por ejemplo, su origen, sus propiedades. Teniendo en cuenta estos criterios podemos clasificar los materiales en:

A) Según su **origen**:

- **Materiales naturales:** aquellos que se encuentran en la naturaleza, como el algodón, la madera, el cobre,...
- **Materiales sintéticos:** son aquellos creados por personas a partir de los materiales naturales: el hormigón, el vidrio, el papel, los plásticos...

B) Según sus **propiedades**:

Veremos las propiedades más detalladamente a continuación y podemos agrupar estos materiales en una serie de grupos: Maderas, Metales, Plásticos, Pétreos, Cerámicos y vidrio o Materiales textiles.

TIPOS DE MATERIALES:

Maderas: Como ya hemos visto, se obtiene a partir de la parte leñosa de los árboles. El abeto, el pino, el nogal, el roble, son algunos ejemplos. No conducen el calor ni la electricidad, son fáciles de trabajar, las aplicaciones principales son la fabricación de muebles, estructuras y embarcaciones, así como la fabricación del papel.

Metales: Se obtienen a partir de determinados minerales. El acero, el cobre, el estaño, el aluminio son ejemplos claros. Son buenos conductores del calor y la electricidad, se utilizan para fabricar clips, cubierto, estructuras, cuchillas, etc.

Plásticos: Se obtienen mediante procesos químicos a partir del petróleo. Ejemplos de plásticos son: el PVC, el PET, el porexpan, el metacrilato. Son ligeros, malos conductores del calor y de la electricidad y sus principales aplicaciones son la fabricación de envases, bolsas, carcasas, bolígrafos...

Pétreos*:* Se obtienen de las rocas en las canteras, como por ejemplo el mármol, el granito....Son pesados y resistentes, difíciles de trabajar y buenos aislantes del calor y la electricidad. Se utilizan en encimeras, fachadas y suelos de edificios, etc.

Vidrios y cerámicas*:* Se obtiene la cerámica a partir de arcillas y arenas mediante cocción y moldeado, el vidrio se obtiene mediante mezclado de arena, caliza y sosa. Son duros y frágiles, además de gozar de transparencia (los vidrios). Se utilizan en vajillas, ladrillos, cristales, ventanas, puertas, etc.

Materiales Textiles*:* Se hilan y tejen fibras de origen vegetal, animal y sintéticos. Ejemplos: algodón, lana, nylon.... Son flexibles y resistentes, fáciles de trabajar y se usan para la fabricación de ropas, toldos, etc.

Imagen 15: Tipos de materiales.
Fuente: slideplayer Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/1839492/

3.2) Propiedades de los materiales

Las propiedades de un material se definen como el conjunto de características que hacen que se comporte de una manera determinada ante estímulos externos como la luz, el calor, la aplicación de fuerzas, el medio ambiente, la presencia de otros materiales, etc.

Para poder definir las propiedades las hemos clasificado en físicas, químicas y ecológicas.

A) PROPIEDADES FÍSICAS: estas propiedades se ponen de manifiesto ante estímulos como la electricidad, la luz, el calor o la aplicación de fuerzas.

- **Propiedades eléctricas:** Son las que determinan el comportamiento de un material ante el paso de la corriente eléctrica.

  La **conductividad eléctrica** es la propiedad que tienen los materiales de transmitir la corriente eléctrica. Se distinguen de esta manera en materiales **conductores** y materiales **aislantes**.

Todos los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica y los materiales plásticos y maderas se consideran buenos aislantes.

- **Propiedades ópticas:** Se ponen de manifiesto cuando la luz incide sobre el material. Dependiendo del comportamiento de los materiales ante la luz, tenemos:

  Materiales opacos: no se ven los objetos a través de ellos, ya que no permiten el paso de la luz.

  Materiales transparentes: los objetos se ven claramente a través de estos, pues dejan que pase la luz.

  Materiales translúcidos: estos materiales permiten el paso de la luz, pero no permiten ver con nitidez lo que hay detrás de ellos.

- Propiedades térmicas: Determinan el comportamiento de los materiales ante el calor.

La **conductividad térmica** es la propiedad de los materiales de transmitir el calor. Algunos materiales como los metales son buenos **conductores térmicos**, mientras que algunos plásticos y la madera son buenos **aislantes térmicos**.

La **dilatación**, consiste en el aumento de tamaño que experimentan los materiales con el calor, la **contracción** consiste en la disminución de tamaño que experimentan los materiales cuando se desciende la temperatura y la fusibilidad es la propiedad de los materiales de pasar del estado sólido al líquido al elevar la temperatura.

- **Propiedades mecánicas:** Describen el comportamiento de los materiales cuando se los somete a la acción de fuerzas exteriores.

  La **elasticidad** es la propiedad de los materiales de recuperar su tamaño y forma originales cuando deja de actuar sobre ellos la fuerza que los deformaba.

  La **plasticidad** es la propiedad de los cuerpos para adquirir deformaciones permanentes cuando actúa sobre ellos una fuerza.

  La **dureza**, se define como la resistencia que opone un material a ser rayado.

  La **resistencia mecánica**, es la propiedad de algunos materiales de soportar fuerzas sin romperse.

  La **tenacidad** y **fragilidad**, son la resistencia o fragilidad que ofrecen los materiales a romperse cuando son golpeados.

  Dependiendo del comportamiento de los materiales ante la acción de fuerzas exteriores, podemos tener: materiales **elásticos, plásticos, duros, resistentes, tenaces y frágiles**.

- **Propiedades acústicas:** Son las propiedades que determinan el comportamiento de los materiales ante un estímulo externo como el sonido.

  La **conductividad acústica** es la propiedad de los materiales a transmitir el sonido.

- **Otras propiedades:**

  La **porosidad**, es la propiedad que presentan los materiales que tienen poros (huecos en su estructura) e indica la cantidad de líquido que dicho material puede absorber o desprender. La madera y los materiales pétreos y cerámicos son materiales **porosos**.

La **permeabilidad**, es la propiedad de los materiales que permiten filtrar a través de ellos líquidos. Los materiales que permiten el paso de los líquidos se denominan **permeables** y los que no lo permiten, **impermeables**.

B) PROPIEDADES QUÍMICAS: Se manifiestan cuando los materiales sufren una transformación debido a su interacción con otras sustancias.

Oxidación*:* Es la propiedad química que más nos interesa, pues es la facilidad que tiene un material de oxidarse, es decir, de reaccionar con el oxígeno del aire o del agua. Los metales son los materiales que más fácilmente se oxidan.

C) PROPIEDADES ECOLÓGICAS: según el impacto que los materiales producen en el medio ambiente, se clasifican en reciclables, tóxicos, biodegradables y renovables.

- **Reciclables**: son los materiales que se pueden reutilizar. El vidrio, el papel, el cartón, el metal y los plásticos son ejemplos de materiales reciclables.
- **Tóxicos:** Esto materiales son nocivos para el medio ambiente, ya que pueden resultar venenosos para los seres vivos y contaminan el agua, el suelo y la atmósfera.
- **Biodegradables:** Son aquellos materiales que con el paso del tiempo se descomponen de forma natural.
- **Renovables:** Son las materias primas que existen en la naturaleza de forma ilimitada, como el sol, las olas, las mareas, el aire, etc. Por el contrario, están las no renovables, pues pueden agotarse, como el petróleo, el carbón, etc.

Ejercicio 4

En los siguientes esquemas puedes encontrar una clasificación muy abreviada de las materias primas, usos y propiedades. Estúdialos y clasifica las siguientes sustancias según creas convenientes.

Sustancias: Gasolina, papel, caja de madera, chaqueta de lana, granito, vaso de vidrio, bolsa de supermercado, pendiente de plata.

MATERIA PRIMA: Son los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo.

Clasificación de la materia prima según su origen:

- **ORIGEN VEGETEAL**: madera, lino, algodón, corcho.
- **ORIGEN ANIMAL**: pieles, lanas.
- **ORIGEN MINERAL**: carbón, hierro, oro, cobre, mármol.

MATERIALES DE USO TÉCNICO: Son las materias primas preparadas y disponibles para elaborar cualquier producto. Se obtienen mediante la transformación físico-química de dichas materias primas.
Se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios:

Según **origen:**	Según **propiedades:**
- **Naturales:** madera, algodón, cobre, etc. - **Sintéticos:** hormigón, vidrio, papel, plástico, etc.	- **Maderas:** pino, roble, etc. - **Metales:** acero, cobre, estaño. - **Plásticos:** PVC, PET. - **Pétreos:** mármol, granito. - **Vidrios y cerámicas:** vidrio. - **Materiales textiles:** algodón, lana.

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

FÍSICAS:	• Eléctricas. • Ópticas. • Térmicas. • Mecánicas. • Acústicas.
QUÍMICAS:	• Oxidantes. • Reductores. • Ácidos. • Bases
ECOLÓGICAS:	• Recicables. • Tóxicos. • Biodegradables. • Renovables.

4) Estados de agregación de la materia

Los estados de agregación son las distintas formas en que se puede presentar la materia. Muchas sustancias, bajo las condiciones apropiadas pueden existir como sólidos, líquidos o gases. Cuando disminuye progresivamente la temperatura de un gas, éste se condensa para formar un líquido, y finalmente se congela para dar un sólido, pero durante todos estos cambios, continúa siendo la misma sustancia. Por ejemplo, el agua se presenta en los tres estados en la superficie de la tierra. El agua gaseosa (vapor de agua) en la atmósfera; el agua líquida en ríos, lagos y océanos y el agua sólida (hielo) en la nieve, glaciares y superficies heladas de lagos y océanos.

Las características de los tres estados basadas en descripciones macroscópicas son las siguientes:

SÓLIDOS:

- Tienen forma propia.
- Tienen un volumen definido.
- No son compresibles ni expansibles, a no ser que se ejerza sobre ellos fuerzas de gran intensidad.

LÍQUIDOS:

- Carecen de forma definida.
- Poseen su propio volumen definido.
- Son poco o nada compresibles y expansibles.

GASES:

- Carecen de forma definida.
- No poseen un volumen propio.
- Son expansibles y compresibles, es decir, tienden a ocupar totalmente el recipiente en el que se introduzcan, y si se reduce el volumen del recipiente, el gas se comprime fácilmente y se adapta al menor volumen.

Los estados de agregación no son fijos e inmutables. Dependen de la temperatura. Si sacamos hielo del congelador, estará a -10 ó -20ºC. Empieza a calentarse, pero seguirá siendo hielo. Cuando la temperatura alcance los 0 ºC empezará a fundirse, ya que 0 ºC es la temperatura de fusión del hielo, es el punto de fusión. Tendremos entonces hielo y agua a 0 ºC. Mientras haya hielo y agua, la temperatura será de 0 ºC, por mucho que lo calentemos, porque mientras se produce el cambio de estado la temperatura permanece fija. Una vez que se ha fundido todo el hielo, el agua, que estaba a 0 ºC empezará a subir de temperatura otra vez y cuando llegue a 100 ºC empezará a hervir, ya que 100 ºC es la temperatura de ebullición del agua si la presión exterior es de 1 atm, es su punto de ebullición. Puesto que se está produciendo un cambio de estado, la temperatura no variará y mientras el agua hierva, la temperatura permanecerá constante a 100 ºC. Cuando todo el agua haya hervido y sólo tengamos vapor de agua, volverá a subir la temperatura por encima de los 100 ºC.

Lo mismo ocurrirá a la inversa. Si enfriamos el vapor de agua, cuando su temperatura alcance los 100 ºC empezará a formar agua líquida y su temperatura no cambiará. Cuando todo el vapor se haya convertido en agua, volverá a bajar la temperatura hasta llegar a 0 ºC, a la que empezará a aparecer hielo y que quedará fija. Cuando todo el agua se haya convertido en hielo, volverá a bajar la temperatura. Es decir, mientras se produce un cambio de estado la temperatura permanece fija y constante, siendo la misma tanto cuando enfriamos como cuando calentamos, aunque cada sustancia cambiará de estado a una temperatura propia.

La mayoría de las sustancias, el agua entre ellas, al calentarse funden del estado sólido al líquido y ebullen del estado líquido al gaseoso. Al enfriarse, por el contrario, condensan del estado gaseoso al líquido y solidifican del estado líquido al sólido. Algunas sustancias, como el hielo seco que pasan directamente del estado sólido al gaseoso, se dice que subliman. Y al enfriar el gas condensan directamente al estado sólido, pero siempre permanece fija la temperatura a la que cambian de estado.

PUNTOS DE FUSIÓN Y EBULLICIÓN DE ALGUNAS SUSTANCIAS

SUSTANCIA	PUNTO DE FUSIÓN	PUNTO DE EBULLICIÓN
Agua	0ºC	100ºC
Alcohol	-117ºC	78ºC
Hierro	1539ºC	2750ºC
Cobre	1083ºC	2600ºC
Aluminio	660ºC	2400ºC
Plomo	328ºC	1750ºC
Mercurio	-39ºC	357ºC

El paso de un estado a otro recibe un nombre específico, como se puede ver a continuación:

Imagen 16: Cambios de estado de agregación de la materia.
Fuente: Blog El estado del Cambio Autor: Miss Johana de Castañeda Licencia: Desconocida
http://estadodelcambio.blogspot.com/2015/09/cambios-de-estados-de-la-materia-fusion.html

La evaporación afecta solo a la superficie libre del líquido y tiene lugar a cualquier temperatura. Mientras que en la ebullición interviene todo el líquido y tiene lugar a una cierta temperatura, aunque ésta depende de la presión exterior.

Tanto los gases como los líquidos tienen la propiedad de adaptarse a la forma del recipiente que los contienen, así como la de escapar por un orificio que se practique en el recipiente que los contenga, por lo que reciben el nombre de **fluidos**.

Normalmente, un líquido tiene una densidad mucho mayor (700 a 1.700 veces) que un gas, mientras que un sólido tiene una densidad ligeramente mayor que un líquido.

Esta sería una curva de calentamiento típica, desde el estado sólido al estado gaseoso de una sustancia, pasando por el estado líquido.

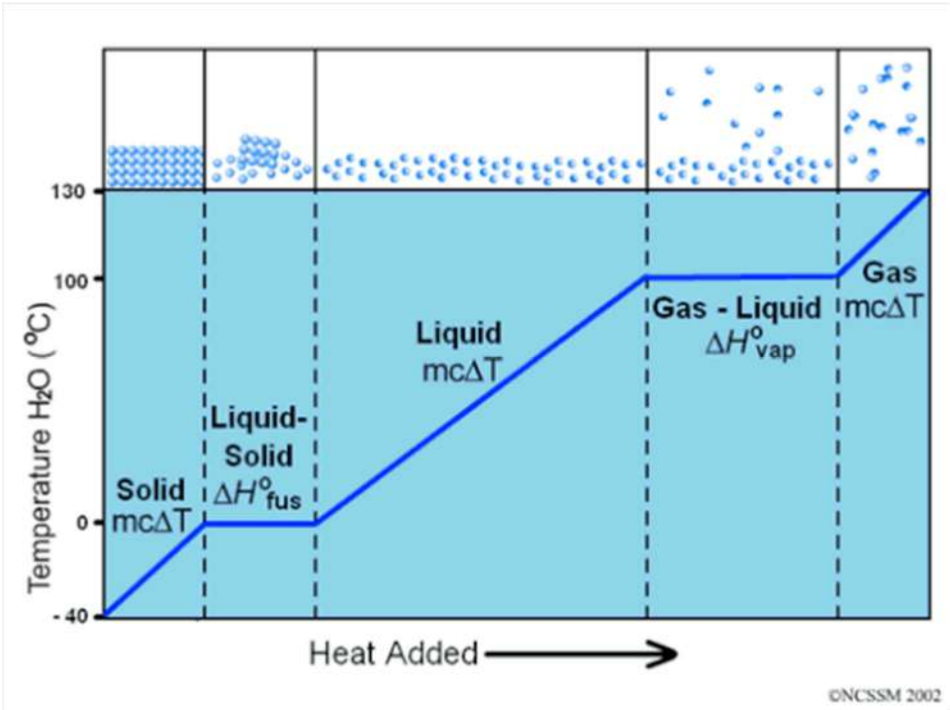


Imagen 17: Curva de calentamiento del agua.
Fuente: Baix a Mar Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
http://insbaixamar.xtec.cat/mod/url/view.php?id=14689

Ejercicio 5

A la vista de la tabla anterior de puntos de fusión y ebullición, señala en qué estado físico o de agregación se encontrará mercurio, agua y alcohol a 90ºC y a -50ºC.

Ejercicio 6

¿Por qué razón se echa sal en calles y carreteras cuando hiela o nieva?

Ejercicio 7

¿Por qué al arder la llama de una vela, la cera más próxima a esta llama está líquida?

5) Teoría cinético-molecular

La **teoría cinético-molecular** fue propuesta inicialmente por Boyle y desarrollada en el siglo XIX por Clausius, Maxwell y Boltzmann. Referida inicialmente para **gases**, está basada en la idea de que todos se comportan de modo similar en cuanto a su movimiento de partículas. Puede resumirse en los siguientes enunciados:

- Los gases están formados por partículas (moléculas o, en algunos casos, átomos) que están en continuo movimiento aleatorio (al azar). Se desplazan en línea recta chocando entre sí y contra las paredes del recipiente que las contiene. Estos choques son elásticos, es decir, durante el choque una molécula puede ganar energía y la otra perderla, pero la energía cinética media de las moléculas permanece constante si la temperatura no cambia.
- Las moléculas de un gas se encuentran separadas entre si por distancias mucho mayores que su propio tamaño, por lo que el volumen realmente ocupado por las moléculas de un gas es insignificante en comparación con el volumen total en el que está contenido el gas. Por ello, la mayor parte del volumen ocupado por un gas está vacio. Es decir, las moléculas que lo constituyen se consideran como masas puntuales, tienen masa pero su volumen es despreciable.
- Las fuerzas atractivas entre las moléculas, o fuerzas intermoleculares, se pueden considerar despreciables (débiles o nulas). Por lo tanto, las moléculas de un gas se mueven independientemente unas de otras.
- La temperatura absoluta (K) es proporcional a la energía cinética media de las moléculas y, por tanto, a su velocidad media. (E cinética = $1/2\ m \cdot v^2$).
- La presión ejercida por un gas es proporcional al número de choques por unidad de superficie de sus moléculas contra las paredes del recipiente que lo contiene.

Este modelo también es aplicable a **sólidos** y **líquidos**:

En una sustancia gaseosa, las fuerzas intermoleculares son insignificantes y su influencia sobre el movimiento de las moléculas es despreciable ya que se desplazan a gran velocidad, moviéndose independientemente unas de otras. Sin embargo; al enfriar un gas, la velocidad de sus moléculas se reduce, lo que hace que las fuerzas intermoleculares aumenten dando como resultado que las moléculas dejen de moverse independiente y aleatoriamente. Cuando la temperatura es lo suficientemente baja, las moléculas están más próximas y a pesar de no moverse independientemente siguen teniendo la suficiente energía cinética para poder desplazarse unas respecto de otras y el gas pasa al estado líquido.

Si la temperatura sigue disminuyendo, las fuerzas intermoleculares se incrementan, de modo que las moléculas quedan atrapadas en una posición fija y solo tienen libertad para girar y oscilar ligeramente en torno a esas posiciones medias, adoptando por lo general, una disposición ordenada característica de la mayoría de los sólidos.

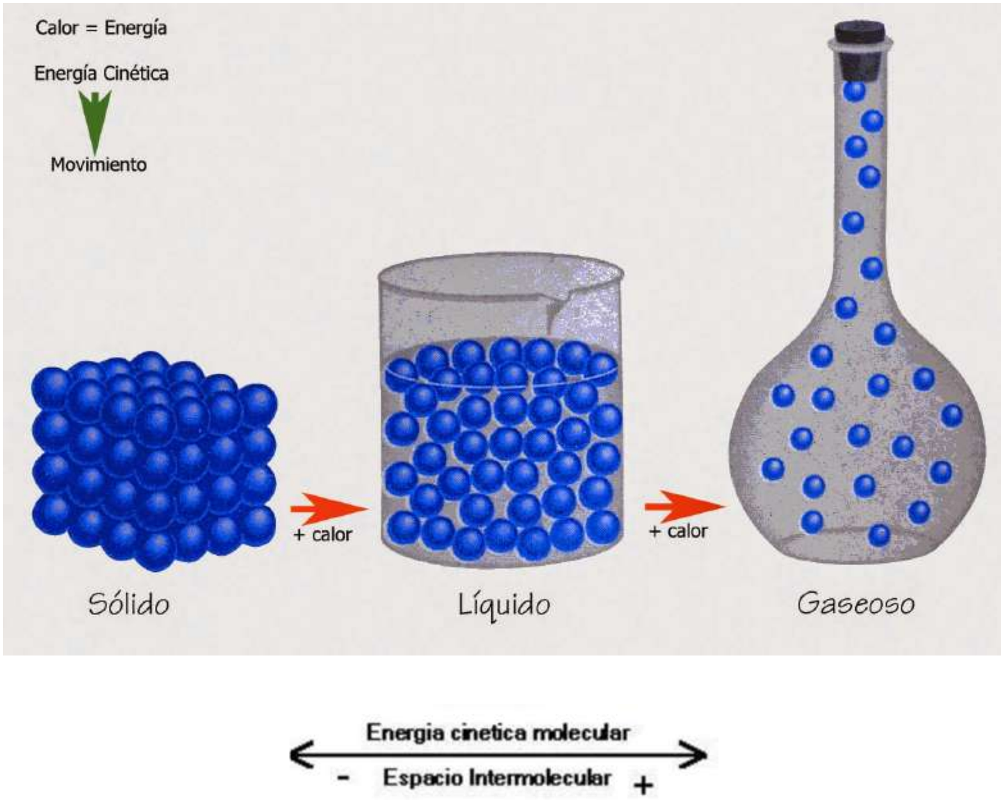


Imagen 18: Energía cinética y espacio intermolecular.
Fuente: Blog de Jose Marín Autor: Jose Marín Licencia: Desconocida
http://josemarin.blogspot.es/

Con la teoría cinético-molecular se pueden explicar las características de cada estado:

Sólidos: Dado que las moléculas se encuentran muy próximas y no pueden desplazarse, los sólidos tienen una forma y volumen propios, no son compresibles ni expansibles, son relativamente duros y rígidos y su densidad es alta.

Líquidos: Dado que las moléculas se encuentran muy próximas y pueden desplazarse unas sobre otras, no tienen volumen propio pero se adaptan a la forma del recipiente que las contiene y su densidad es algo menor que la de los sólidos.

Gases: Como las fuerzas de atracción son muy débiles, las moléculas están muy separadas unas de otras y se mueven independientemente en todas las direcciones. Por ello, los gases se expanden hasta llenar el recipiente que los contiene, y por existir grandes distancias entre ellas, son fácilmente compresibles y su densidad es mucho menor que la de los sólidos y líquidos.

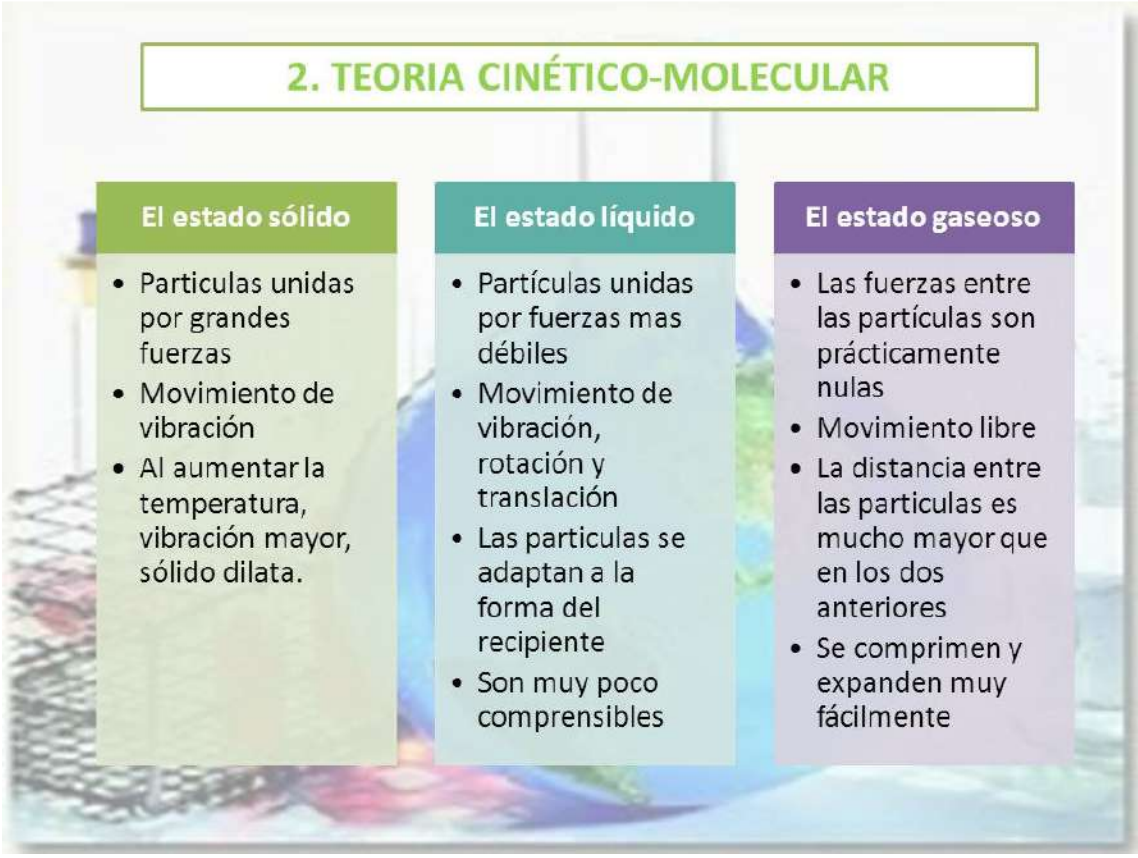


Imagen 19: Teoría cinético-molecular y estado de agregación de la materia.
Fuente: slideplayer Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/3397912/

<u>**Ejercicio 8**</u>

¿Por qué una sustancia como el agua puede encontrarse en los tres estados? ¿Qué le ocurre a sus moléculas?

6) Leyes de los gases

Cualquier muestra dada de un gas puede describirse en función de cuatro propiedades fundamentales: masa, volumen, presión y temperatura. La investigación de estas propiedades con el aire condujo a establecer relaciones cuantitativas entre ellas, válidas para todos los gases. Vamos a recordar las unidades que se utilizan para estas magnitudes.

Propiedad Macroscópica	Unidad	Propiedad Microscópica
Presión (P)	▪ Pa (SI) ----- Pascal ▪ mm Hg ▪ atm ▪ 1 atm= 101300 pa = 760 mm Hg	La presión está relacionada con el número de choques y la fuerza de estos entre las partículas que forman el gas y las paredes del recipiente
Temperatura (T)	• T absoluta Kelvin, K (SI) • º C • T(K) = T(º C) + 273	La temperatura está relacionada con el estado de agitación de las partículas.
Volumen (V)	▪ m^3 (SI) ▪ l ----- 1l = 1 dm^3 =1000 ml	Partículas separadas ocupando todo el recipiente

Imagen 20: Propiedades para describir un gas.
Fuente: Slideplayer Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/8838102/

PRESIÓN

En el sistema internacional (S.I.) se mide es pascales (Pa), equivale a aplicar una fuerza de un Newton sobre una superficie de un metro cuadrado. Cuando se trabaja con gases se suele emplear como unidad la atmósfera (atm), que es la presión que ejerce la atmósfera a nivel del mar y que equivale a 101300 Pa. El pascal es una unidad muy pequeña, así que se han definido otras mayores y que se emplean en distintas ciencias. En meteorología, en la que es importante la presión, ya que dependiendo de ella cambiará el tiempo y hará más o menos frío y habrá mayor o menor posibilidad de lluvia, la presión se mide en bares (b) o milibares (mb). Finalmente, por razones históricas, a veces se mide la presión en milímetros de mercurio (mmHg).

En 1644, Torricelli fue el primero en medir la presión atmosférica realizando la experiencia que se observa en la siguiente imagen (Experiencia de Torricelli). De este modo, demostró que la presión atmosférica equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 760 mm de altura. Esta experiencia permite definir una nueva unidad de presión, la atmósfera (atm), equivalente a la presión que ejerce una columna de mercurio de 760 mm de altura. De ahí, que también se utilice como unidad de presión el mmHg.

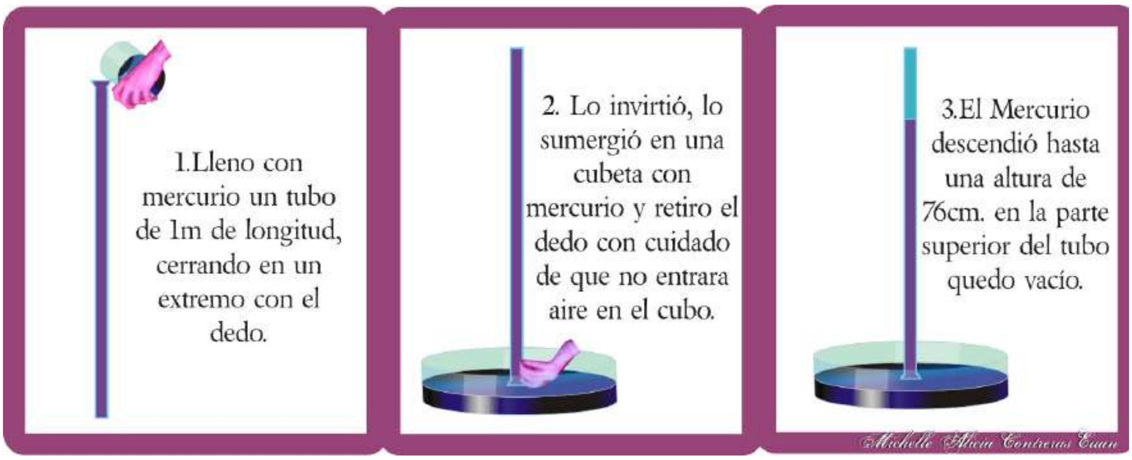


Imagen 21: Experiencia de Torricelli
Fuente: QuimicaIEDJ Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://sites.google.com/site/quimicaiedj/Home/gases

La equivalencia entre todas las unidades es:

1 atm = 760 mm Hg = 1013 mb = 1,013 bar = 101300 Pa

TEMPERATURA

La temperatura no se expresa en la escala Celsius o Centígrada, sino en la escala Kelvin o escala absoluta. Es en esta escala de temperatura en la que deberemos medir siempre la temperatura de un gas. Debe observarse que, por convenio, el signo de grado (º) no se utiliza cuando se expresan las temperaturas en la escala Kelvin. La unidad en la escala absoluta es el Kelvin (K) y una temperatura tal como 100 K se lee como "cien Kelvins".

Para convertir ambas temperaturas, tenemos que tener en cuenta que:

T (K) = t (ºC) + 273 y t (ºC) = T (K) - 273

Para pasar de una escala a otra basta sumar o restar 273. Así, 100ºC serán 100 + 273 = 373K y 500K serán 500 - 273 = 227ºC

VOLUMEN

Aunque en el Sistema Internacional el volumen se mida en m^3 (metros cúbicos), cuando se trata de gases el volumen se expresa en litros (l). También se utiliza bastante el cm^3. Las equivalencias entre estas unidades son:

1 m^3 = 1000 l

1cm^3 = 1 ml

1 l = 1dm^3 = 1000 cm^3

Ejercicio 9

La siguiente lista de temperaturas esta expresada en grados Kelvin y en grados Celsius, empareja aquellas que hagan referencia al mismo valor.

a) 37ºC	1) 298K
b) 0ºC	2) 310K
c) -273ºC	3) 0K
d) 25ºC	4) 383K
e) 110ºC	5) 273K

Ejercicio 10

Expresa en atm las siguientes presiones:

a) 400 mmHg

b) 1000 mmHg

Ejercicio 11

Expresa en mmHg las siguientes presiones:

a) 2,34 atm

b) 0,57 atm

Ejercicio 12

Expresa en l los siguientes volúmenes:

a) 250 cm^3

b) 1850 cm^3

Ejercicio 13

Expresa en cm^3 los siguientes volúmenes:

a) 2 l

b) 0,5 l

6.1) Ley de Boyle-Mariotte

En 1.662, el químico inglés Robert Boyle estudió los efectos de la presión sobre el volumen de aire. Observó que cuando duplicaba la presión el volumen de aire se reducía a la mitad; si la presión se multiplica por cuatro el volumen se reducía a la cuarta parte de su valor original, etc. Esta relación es válida para cualquier gas.

La **ley de Boyle-Mariotte** establece lo siguiente:

"Para una determinada masa de gas el volumen es inversamente proporcional a la presión ejercida, si la temperatura se mantiene constante".

V = constante / **P** (para m y T constantes).

Se puede enunciar también de la siguiente forma:

"Para una misma masa de un gas a temperatura constante el producto del volumen del gas por la presión que ejerce es constante".

P.V = constante (para m y T constantes).

Una forma conveniente de escribir la ley de Boyle para comparar la misma muestra de gas, a temperatura constante, bajo diferentes condiciones de presión y volumen, es:

P_1. V_1 = P_2. V_2 (para m y T constantes).

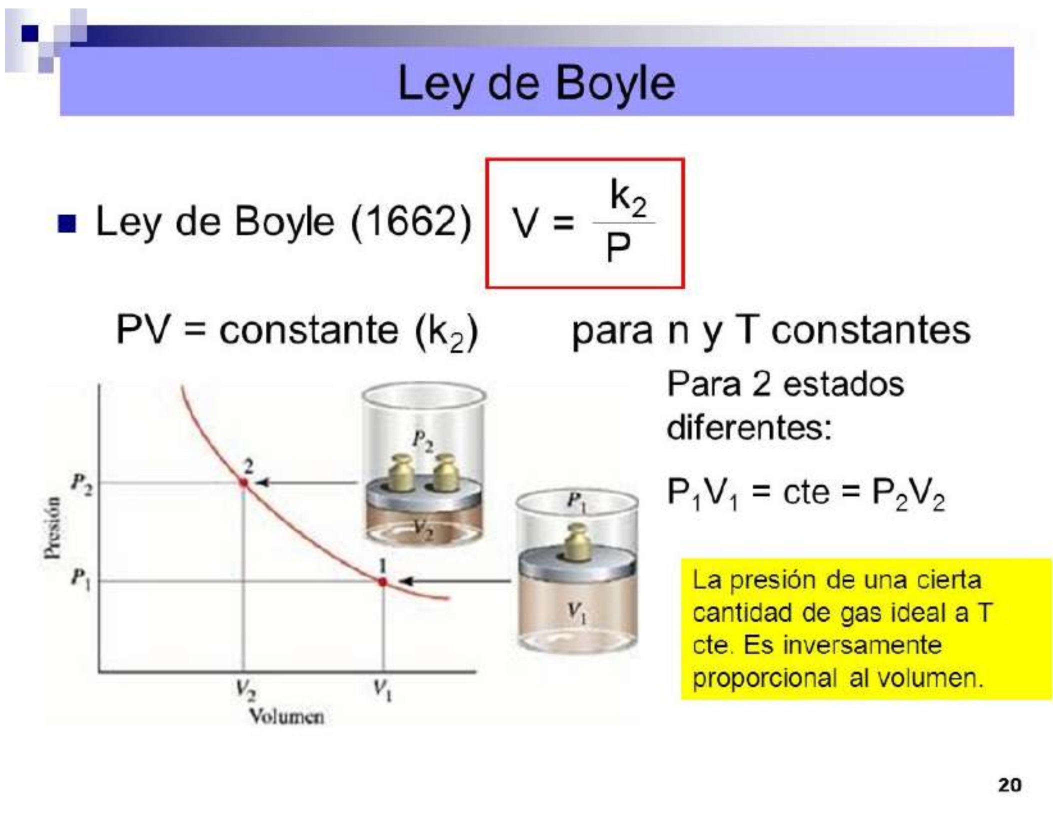


Imagen 21: Ley de Boyle-Mariotte.
Fuente: slideplayer.es Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/3527082/

El hecho de que un gas es compresible repercute en su densidad; cuanto más se comprime tanto más denso se hace. Ello es debido a que el mismo número de moléculas y la misma masa ocupan un volumen menor. Por ejemplo, el aire que se encuentra directamente sobre la superficie de la tierra está comprimido por la masa de aire que se encuentra sobre él; por tanto, cuanto mayor es la altura menos comprimido está el aire. El resultado es que la densidad y la presión del aire decrecen conforme aumenta la altitud. Así, a nivel del mar es de 1 atm, y a 2.500 m (en las Montañas Rocosas) la presión es de sólo 0,75 atm y a 8.000 m (en el Himalaya, donde están las cimas más altas del mundo) la presión atmosférica es de únicamente 0,47 atm.

Ejemplo: Un sistema a temperatura constante sometido a una presión de 1 atm. ocupa un volumen de 3 l. Si aumentamos su presión hasta 2 atm. ¿Qué volumen ocupará ahora el sistema?

Aplicamos la Ley de Boyle-Mariotte $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V2$

$1 \text{ atm} . 3 \text{ l} = 2 \text{ atm}. V_2$

$V_2 = 1.3/2 = 3/2 = 1'5 \text{ l}.$

Ejercicio 14

4 litros de un gas están a una presión de 600mmHg ¿Cuál será su nuevo volumen cuando la presión aumente hasta 800mmHg?

Ejercicio 15

En un rifle de aire comprimido se logran encerrar 150 cm^3 de aire que se encontraban a presión normal y que ahora pasan a ocupar un volumen a 25cm^3. ¿Qué presión ejerce el aire?

6.2) Charles y Gay-Lussac

Unos cien años después del trabajo de Boyle, Charles y Gay-Lussac investigaban el efecto que produce en el volumen el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire para la que la presión se mantuviera constante. Encontraron que el gas se expandía al calentarse.

Cuando la temperatura se expresa en la escala absoluta el volumen de un gas resulta directamente proporcional a la temperatura, lo que no se cumple si la temperatura se mide en la escala Celsius. Esta expresión se resume en la Ley de Charles y Gay-Lussac:

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a presión constante, el volumen es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

V = constante. T (para P y m constantes)

V / T = constante (para P y m constantes)

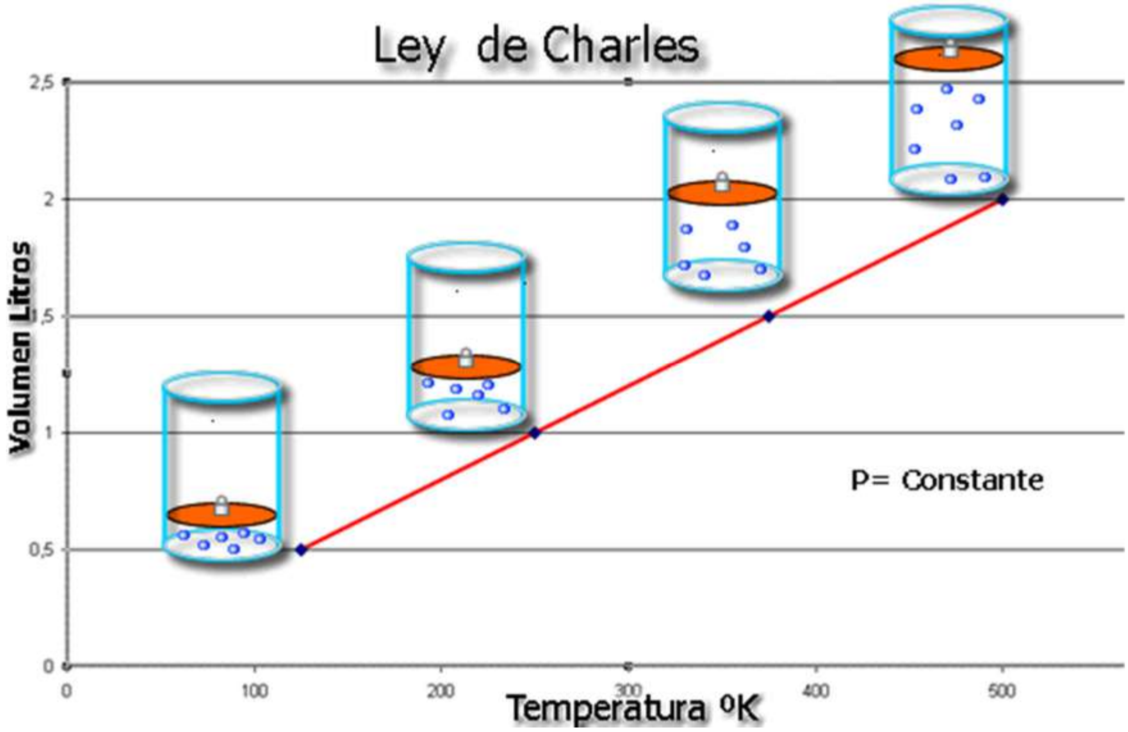


Imagen 22: Ley de Charles y Gay-Lussac
Fuente: actiweb Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
http://www.actiweb.es/miclasevirtual/charles.html

Una forma conveniente de escribir la ley de Charles y Gay-Lussac para comparar la misma muestra de gas, a presión constante, bajo diferentes condiciones de volumen y temperatura, es:

$\mathbf{V_1 / T_1 = V_2 / T_2}$ (para P y m constantes)

Puesto que el volumen de un gas depende tanto de la presión como de la temperatura, decir que una cierta muestra de gas ocupa un volumen concreto no resulta suficiente, la presión y la temperatura también deben ser especificadas. Para que las comparaciones resulten más sencillas, lo que se suele hacer es referir el volumen de una muestra dada de un gas a 0 ºC (273 K) y 1 atm; estas condiciones son conocidas como **condiciones normales** (lo que se suele abreviar como **c.n.**).

Ejemplo: Un gas a presión constante, ocupa un volumen de 2 l cuando su temperatura es de 25 ºC. Si aumentamos su temperatura hasta 30 ºC, ¿Cuál será el volumen que ocupe el gas?

Primero pasamos las temperaturas a temperaturas absolutas.

$T_1 = 25 + 273 = 298$ K y $T_2 = 30 + 273 = 303$ K

Aplicamos la Ley de Charles y Gay-Lussac

$V_1 / T_1 = V_2 / T_2$

$2\ l / 298\ K = V_2 / 303\ K$

$V_2 = 303\ K \cdot 2\ l / 298\ K = 2'03\ l$.

Ejercicio 16.

Un gas tiene un volumen de 2.5 L a 25 °C. ¿Cuál será su nuevo volumen si bajamos la temperatura a 10 °C?

Ejercicio 17

Una cierta cantidad de gas, que ocupa un volumen de 1L a la temperatura de 100ºC y a 760mmHg de presión, se calienta hasta 150ºC manteniendo la presión constante. ¿Qué volumen ocupará en estas últimas condiciones?

6.3) Ley de Gay-Lussac

Gay-Lussac también estudió el efecto que produce en la presión el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire manteniendo el volumen constante. Encontró que la presión del gas aumentaba uniformemente al calentarse.

Si la temperatura se expresa en K, se observa que la presión es directamente proporcional a la temperatura absoluta. Por lo tanto, la ley de Gay-Lussac establece que

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a volumen constante, la presión es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

P = constante. T (para V y m constantes)

P/ T = constante (para V y m constantes)

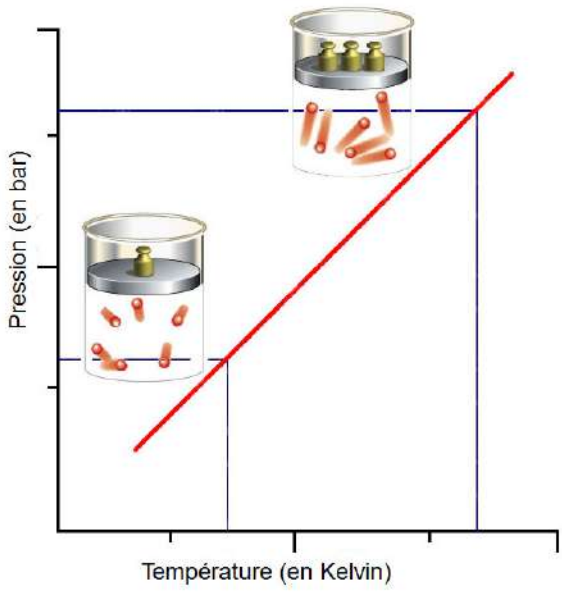


Imagen 23: Ley de Gay-Lussac
Fuente: alloprof Autor: Desconocido Fuente: Desconocida
http://www.alloprof.qc.ca/BV/pages/c1055.aspx

Para la misma muestra de gas, a volumen constante, bajo diferentes condiciones de presión y temperatura:

$P_1 / T_1 = P_2 / T_2$ (para V y m constantes)

Esta ley explica por qué la presión de las ruedas de un coche ha de medirse cuando el vehículo apenas ha circulado, ya que cuando recorre un camino, los neumáticos se calientan y aumenta su presión. Así, unas ruedas cuya presión sea de 1.9 atm a 20 ºC, tras circular el coche y calentarse hasta los 50 ºC, tendrá una presión de 2.095 atm.

Ejemplo: Un sistema con volumen constante está sometido a una presión de 2 atm cuando su temperatura es de 25 ºC. Si aumentamos su temperatura hasta 30 ºC, ¿Cuál será la nueva presión a que está sometido el sistema?

$T_1 = 25 + 273 = 298K$

$T_2 = 30 + 273 = 303K$

$P_1 / T_1 = P_2 / T_2$

$2 \text{ atm} / 298 \text{ K} = P_2 / 303 \text{ K}$

$P_2 = 303 \text{ K} . 2 \text{ atm} / 298 \text{ K} = 2'03 \text{ atm}$

Imagen 24: Aplicación de la Ley de Gay-Lussac
Fuente: image.slidesharecdn Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://es.slideshare.net/Pamen2009/leyes-de-los-gases-6976716

Ejercicio 18

Cierto volumen de un gas se encuentra a una presión de 970 mmHg cuando su temperatura es de 25.0°C. ¿A qué temperatura deberá estar para que su presión sea 760 mmHg?

Ejercicio 19

Una masa gaseosa ocupa un volumen de 250cm^3 cuando su temperatura es de -5ºC y la presión 740mmHg. ¿Qué presión ejercerá esa masa gaseosa si, manteniendo constante el volumen, la temperatura se eleva a 27ºC?

6.4) Ley de los gases ideales

Si combinamos las leyes vistas anteriormente:

$P \cdot V$ = constante (para T y m constantes): **Ley de Boyle**

V / T = constante (para P y m constantes): **Ley de Charles y Gay-Lussac**

P / T = constante (para V y m constantes): **Ley de Gay-Lussac**

se obtiene la ecuación conocida como **ecuación general de los gases ideales**:

$$\mathbf{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

donde **R** es una constante denominada **constante de los gases**. Si la presión se expresa en atmósferas, el volumen en litros y la temperatura en K, el valor de R es de 0,082 atm.l/mol.K, mientras que en el S.I. el valor de R = 8,3 J / mol .K

Para una cantidad determinada de gas, la ley de los gases ideales puede expresarse también en función de las condiciones iniciales y las finales:

$$\mathbf{P_1 . V_1 / T_1 = P_2 . V_2 / T_2 = constante}$$

La ecuación de los **gases ideales**, se cumple estrictamente para los llamados gases ideales: gases hipotéticos en los que el tamaño de las moléculas es absolutamente despreciable frente a la distancia existente entre las moléculas (volumen nulo) y en el que además no existieran fuerzas intermoleculares. Sin embargo, el comportamiento de los gases reales difiere ligeramente del ideal a causa del tamaño de las moléculas y también porque existen fuerzas intermoleculares. No obstante, para todos los cálculos que se efectúan normalmente, puede suponerse que los gases reales se comportan como se fueran ideales. La ecuación de los gases ideales se aplica con bastante exactitud a todos los gases cuando se encuentran a presiones muy bajas y temperaturas elevadas, es decir, cuando las moléculas están muy alejadas unas de otras y se desplazan con velocidades elevadas. Sigue siendo una buena aproximación bajo la mayoría de las condiciones posibles, pero se hace menos exacta cuando las presiones son muy elevadas y las temperaturas muy bajas. A presiones muy elevadas ya no se puede seguir considerando despreciable el volumen de las moléculas frente a las distancias intermoleculares. Por tanto, el volumen de un gas resulta ser algo mayor que lo esperado de acuerdo con la ley de Boyle. A temperaturas muy bajas las moléculas se mueven lentamente y su energía cinética es pequeña. Entonces, incluso fuerzas intermoleculares débiles hacen que las moléculas se mantengan unidas en cierta medida y el volumen del gas es algo menor que el predicho por la ley de Charles.

A partir de la ley de los gases ideales se pueden deducir las leyes anteriores, sin más que hacer constantes las correspondientes variables:

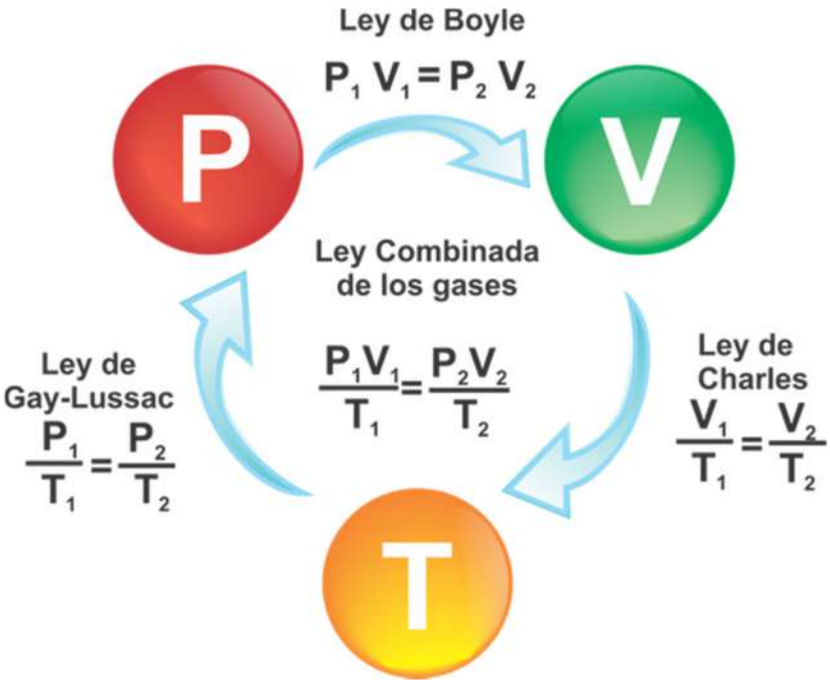


Imagen 25: Leyes de los gases ideales
Fuente: Marjorie Flores Autor: Marjorie Flores Licencia: Desconocida
http://marflores1995.blogspot.com/2015/07/ley-combinada.html

Ejercicio 20

Un gas, a temperatura constante, ocupa un volumen de 50 l a la presión de 2 atm. ¿Qué volumen ocupará si duplicamos la presión?

Ejercicio 21

Al calentar un recipiente que estaba a 300 K, la presión del gas que contiene pasa de 2 a 10 atm. ¿Hasta qué temperatura se ha calentado?

Ejercicio 22

Manteniendo constante la presión, se ha duplicado el volumen del gas. ¿Qué le habrá pasado a su temperatura?

Ejercicio 23

¿Qué volumen ocuparán 2 moles de gas a 5 atm de presión y a una temperatura de 500 K?

Ejercicio 24

¿Qué presión ejercerán 2 moles de gas si ocupan 10 l a una temperatura de 300 K?

Ejercicio 25

A una presión de 2026 mb y una temperatura de 0 ºC, un gas ocupa un volumen de 5 l. ¿Cuántos moles de gas hay presentes?

Ejercicio 26

Un gas ocupa un volumen de 500 ml a 45ºC y a una presión de 260 mm Hg. Se comprime dentro de un recipiente de 400 ml y alcanza una presión de 380 mm Hg. ¿Cuál será su temperatura final?

6.5) Interpretación de la Ley de los gases por la teoría cinética

Debido a que las moléculas de un gas se encuentran a grandes distancias entre si y que las fuerzas intermoleculares son despreciables, las moléculas de un gas se puede considerar que son independientes unas de otras, por lo que las propiedades de los gases no dependen de la naturaleza de los mismos, es decir, todos los gases se comportan del mismo modo. Por el contrario, en un sólido o en un líquido, las propiedades dependen de la intensidad de las fuerzas intermoleculares, así como del tamaño y forma de las moléculas.

a) **Ley de Boyle-Mariotte** (P.V = cte , para m y T ctes):

Supongamos que tenemos una cierta masa de gas encerrada en un recipiente provisto de un émbolo móvil. Al reducir el volumen del gas manteniendo constante la temperatura (moléculas moviéndose a la misma velocidad), el número de colisiones por unidad de superficie que se producirán contra las paredes del recipiente aumentará. Por tanto, la presión aumentará.

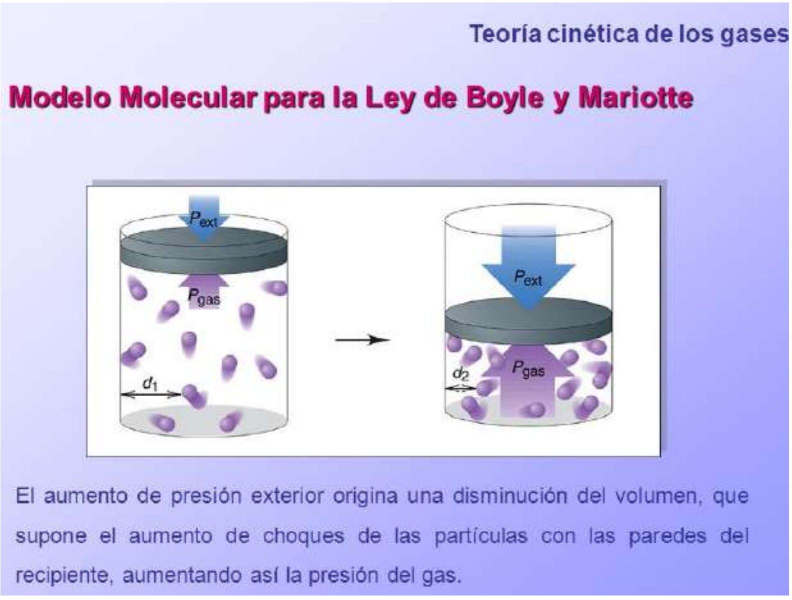


Imagen 26: Interpretación molecular de la Ley de Boyle-Mariotte
Fuente: slideplayer Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/1109569/

b) **Ley de Charles y Gay-Lussac** (V = cte . T , para m y P ctes):

Si tenemos una cierta masa de gas encerrada en un recipiente provisto de un émbolo móvil a una cierta temperatura, las moléculas chocarán contra las paredes del recipiente y el émbolo ejerciendo una cierta presión que equilibra a la presión atmosférica exterior. Al calentar el gas, las partículas se mueven más deprisa, produciéndose un mayor número de choques contra el émbolo, y por tanto, un aumento de la presión interior que superará a la presión atmosférica exterior, lo que hace que el émbolo se desplace con el consiguiente aumento de volumen. Este aumento de volumen reduce el número de colisiones contra el émbolo y por tanto se reduce la presión interior. De esta forma, el desplazamiento del émbolo tiene lugar hasta que la presión interior vuelve a equilibrarse con la presión exterior. Así pues, a presión constante, el volumen aumenta al aumentar la temperatura.

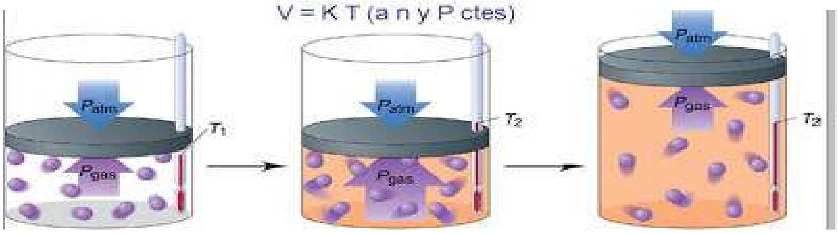


Imagen 27: Interpretación molecular de la Ley de Charles y Gay-Lussac
Fuente: 3.bp.blogspot Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/4148874/

c) **Ley de Gay-Lussac** (P = cte . T , para m y V ctes)

Supongamos un recipiente de volumen constante que contiene una cierta masa de gas. Al aumentar la temperatura aumenta la velocidad de las moléculas, produciéndose un mayor número de choques contra las paredes del recipiente, lo que origina un aumento de la presión.

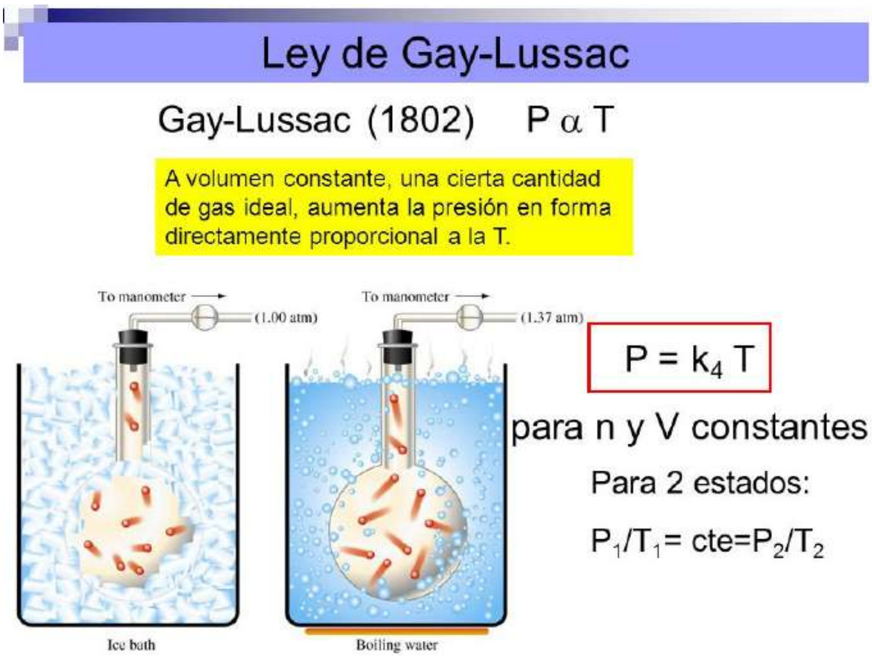


Imagen 28: Interpretación molecular de la Ley de Gay-Lussac
Fuente: slideplayer Autor: Desconocido Licencia: Desconocida
https://slideplayer.es/slide/3527082/

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

¿Cuáles de las siguientes palabras se corresponden con el concepto de objeto y cuáles con el de sustancia?

	Objeto	Sustancia
Madera		X
Taza	X	
Cobre		X
Mesa	X	
Falda	X	
Algodón		X
Plástico		X
Agua		X
Sal		X
Oro		X
Bolso	X	
Ventana	X	

Un **objeto** es toda porción limitada de materia. Por tanto, son objetos la taza, la mesa, la falda, el bolso y la ventana.

Una **sustancia** es un tipo de materia que tiene composición constante y propiedades características. Son sustancias, la madera, el cobre, el algodón, el plástico, el agua, la sal y el oro.

Ejercicio 2

De las siguientes propiedades cuáles son generales y cuáles son características: densidad, volumen, temperatura, punto de fusión, masa, solubilidad.

	Generales	Características
Densidad		X
Volumen	X	
Temperatura	X	
Punto de fusión		X
Masa	X	
Solubilidad		X

Propiedades generales son aquellas que no caracterizan a una sustancia en particular. De este tipo de propiedades son el volumen, la temperatura y la masa.

Por el contrario, propiedades características, son aquellas que tienen un valor distinto para cada sustancia pura y sirven para identificarla. Por tanto, son propiedades características la densidad, el punto de fusión y la solubilidad.

Ejercicio 3

Vertemos agua en una probeta hasta la marca de 400 ml. Sumergimos en ella un objeto de forma irregular y observamos que el nivel del agua sube hasta la marca de 475 ml. Si la masa del objeto es 202,5 g, ¿Cuál es su densidad? Identifica de qué sustancia está hecha este objeto.

Datos: densidad Fe (hierro) = 7,8 g/ml y densidad Al (aluminio) = 2,7 g/ml.

Para calcular la densidad utilizamos esta expresión: d = m / v

la masa es igual a 202,5 g pero el volumen no lo conocemos, pero podemos hallarlo ya que sabemos que el nivel del agua en la probeta cuando está sumergido el objeto es 475 ml y sin sumergirlo 400 ml.

$V_{objeto} = V_{final} - V_{inicial} = 475 \text{ ml} - 400 \text{ ml} = 75 \text{ ml}$

Una vez hallado el volumen del objeto sustituimos el valor de su masa y su volumen en la ecuación

d = m / V = 202,5 g / 75 ml = 2,7 g/ml.

Como la densidad obtenida (2,7 g/ml) es igual a la del aluminio, este objeto está hecho de aluminio. La densidad es una propiedad característica de la materia y por lo tanto tiene un valor determinado para cada sustancia pura y nos sirve para distinguir unas sustancias de otras.

Ejercicio 4

En los siguientes esquemas puedes encontrar una clasificación muy abreviada de las materias primas, usos y propiedades. Estúdialos y clasifica las siguientes sustancias según creas convenientes.

Sustancias: Gasolina, papel, caja de madera, chaqueta de lana, granito, vaso de vidrio, bolsa de supermercado, pendiente de plata.

MATERIA PRIMA: Son los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo.

Clasificación de la materia prima según su origen:

- **ORIGEN VEGETEAL**: madera, lino, algodón, corcho.
- **ORIGEN ANIMAL**: pieles, lanas.
- **ORIGEN MINERAL**: carbón, hierro, oro, cobre, mármol.

MATERIALES DE USO TÉCNICO: Son las materias primas preparadas y disponibles para elaborar cualquier producto. Se obtienen mediante la transformación físico-química de dichas materias primas.
Se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios:

Según **origen:**	Según **propiedades:**
- **Naturales:** madera, algodón, cobre, etc. - **Sintéticos:** hormigón, vidrio, papel, plástico, etc.	- **Maderas:** pino, roble, etc. - **Metales:** acero, cobre, estaño. - **Plásticos:** PVC, PET. - **Pétreos:** mármol, granito. - **Vidrios y cerámicas:** vidrio. - **Materiales textiles:** algodón, lana.

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

FÍSICAS:	• Eléctricas. • Ópticas. • Térmicas. • Mecánicas. • Acústicas.
QUÍMICAS:	• Oxidantes. • Reductores. • Ácidos. • Bases
ECOLÓGICAS:	• Recicables. • Tóxicos. • Biodegradables. • Renovables.

Gasolina: es un material sintético que se obtiene de la transformación físico-química del petróleo, materia prima de origen orgánico. Propiedades combustibles entre otras, además de ser contaminante al menos en su combustión en el motor de los vehículos. Las gasolinas son materiales muy volátiles, es decir con bajo punto de ebullición.

Papel: es un material que proviene de la celulosa, materia prima vegetal, por tanto material sintético. Una de las propiedades más importantes es que es reciclable.

Caja de madera: es un material natural, que proviene de madera de los árboles. Las propiedades de la madera dependen, del crecimiento, edad, contenido de humedad, clases de terreno y distintas partes del tronco, en general la madera es mal conductor de la electricidad y aislante térmico, entre otras propiedades.

Chaqueta de lana: la lana es una materia prima animal, por transformaciones se convierte en un material textil. Sus propiedades mecánicas son varias, flexibilidad, elasticidad, resistencia… la lana es higroscópica, es decir, que absorbe vapor de agua en una atmósfera húmeda, humedad, y lo pierde en una atmósfera seca.

Granito: material pétreo de origen mineral. Es un material pesado, resistente, aislante del calor y de la electricidad.

Vaso de vidrio: el vidrio es un material sintético cuyas materias primas serian de origen natural, mineral. Sus propiedades físicas mecánicas: duros y frágiles.

Bolsa de supermercado: el plástico es un material sintético, se obtiene del petróleo, de origen orgánico. Algunas de sus propiedades físicas son: ligeros, malos conductores del calor y de la electricidad. Son muy contaminantes, ya que no son biodegradables.

Pendiente de plata: La plata es un material de origen mineral, natural y según el tipo de material, metálico. La propiedad física de los metales más conocida es su conductividad del calor y de la corriente eléctrica, la plata es de los mejores conductores. Es dura y tenaz.

Ejercicio 5

A la vista de la tabla anterior de puntos de fusión y ebullición, señala en qué estado físico o de agregación se encontrará mercurio, agua y alcohol a 90ºC y a -50ºC.

90ºC es una temperatura por encima de los puntos de fusión de las tres sustancias, de las que sólo el alcohol presenta un punto de ebullición por debajo de esa temperatura; por lo tanto éste se encontrará en estado gas y el agua y el mercurio lo estarán en estado líquido.

El alcohol es el único que presenta un estado de fusión por debajo de los -50ºC y su punto de ebullición está por encima de tal temperatura; por lo tanto a -50ºC, mercurio y agua serán sólidos, mientras que el alcohol está todavía en estado líquido.

Ejercicio 6

¿Por qué razón se echa sal en calles y carreteras cuando hiela o nieva?

Se hace para evitar la formación de placas de hielo. El agua solidifica a 0ºC si la presión es de 1 atmósfera, si el agua contiene sal, a esa presión, baja varios grados su punto de congelación, evitándose así que a la temperatura de 0ºC se tenga hielo. A esa temperatura el agua con sal sigue siendo líquida.

Ejercicio 7

¿Por qué al arder la llama de una vela, la cera más próxima a esta llama está líquida?

Porque con el calor de la llama, la cera alcanza su punto de fusión y se derrite, pasando de estado sólido a estado líquido.

Ejercicio 8

¿Por qué una sustancia como el agua puede encontrarse en los tres estados? ¿Qué le ocurre a sus moléculas?

La teoría cinética es capaz de explicar por qué una misma sustancia se puede encontrar en los 3 estados: sólido, líquido y gas (hielo, agua y vapor de agua). Esto depende solo de la manera de agruparse y ordenarse las moléculas en cada estado.

En el hielo las moléculas solamente pueden moverse vibrando u oscilando alrededor de posiciones fijas, pero no pueden moverse trasladándose libremente. Las moléculas en el estado sólido, se disponen de forma ordenada, con una regularidad espacial geométrica, que da lugar a diversas estructuras cristalinas. Al aumentar la temperatura aumenta la vibración de las moléculas de hielo.

En los líquidos, en este caso el agua, las moléculas están unidas por unas fuerzas de atracción menores que en los sólidos, por esta razón las moléculas en el agua pueden trasladarse con libertad. El número de moléculas por unidad de volumen es muy alto, por ello son muy frecuentes las colisiones y fricciones entre ellas. Así se explica que los líquidos no tengan forma fija y adopten la forma del recipiente que los contiene. También se explican propiedades como la fluidez o la viscosidad. En el agua y en los líquidos en general, el movimiento es desordenado, pero existen asociaciones de varias moléculas que se mueven juntas. Al aumentar la temperatura aumenta la movilidad de las moléculas (su energía).

En el vapor de agua y en los gases en general, las fuerzas que mantienen unidas las moléculas son muy pequeñas. En un gas el número de moléculas por unidad de volumen es también muy pequeño. Las moléculas se mueven de forma desordenada, con choques entre ellas y con las paredes del recipiente que los contiene. Esto explica las propiedades de expansibilidad y compresibilidad que presentan los gases: sus moléculas se mueven libremente, de modo que ocupan todo el espacio disponible. La compresibilidad tiene un límite, si se reduce mucho el volumen en que se encuentra confinado un gas éste pasará a estado líquido. Al aumentar la temperatura las moléculas se mueven más deprisa y chocan con más energía contra las paredes del recipiente, por lo que aumenta la presión.

Ejercicio 9

La siguiente lista de temperaturas esta expresada en grados Kelvin y en grados Celsius, empareja aquellas que hagan referencia al mismo valor.

a) 37ºC	1) 298K
b) 0ºC	2) 310K
c) -273ºC	3) 0K
d) 25ºC	4) 383K
e) 110ºC	5) 273K

a) 37ºC	*2) 310K*
b) 0ºC	*5) 273K*
c) -273ºC	*3) 0K*
d) 25ºC	*1) 298K*
e) 110ºC	*4) 383K*

Ejercicio 10

Expresa en atm las siguientes presiones:

a) 400 mmHg

b) 1000 mmHg

Utilizamos este factor de conversión 1 atm /760 mmHg.

a) 400 mmHg . 1 atm / 760 mmHg = 0,526 atm.

b) 1000 mmHg. 1atm/760 mmHg = 1,32 atm.

Ejercicio 11

Expresa en mmHg las siguientes presiones:

a) 2,34 atm

b) 0,57 atm

Utilizamos este factor de conversión 760 mmHg / 1 atm.

a) 2,34 atm. 760 mmHg/1 atm = 1778,4 mmHg

b) 0,57 atm.760 mmHg/1 atm = 433,2 mmHg

Ejercicio 12

Expresa en l los siguientes volúmenes:

a) 250 cm^3

b) 1850 cm^3

Utilizamos este factor de conversión 1l / 1000 cm^3

a) 250 cm^3 . 1l / 1000 cm^3 = 0,25 l

b) 1850 cm^3 . 1l/1000 cm^3 = 1,85 l

Ejercicio 13

Expresa en cm^3 los siguientes volúmenes:

a) 2 l

b) 0,5 l

Utilizamos este factor de conversión 1000 cm^3 / 1l

a) 2l . 1000 cm^3 / 1l = 2000 cm^3

b) 0,5 l . 1000 cm^3 / 1l = 500 cm^3

Ejercicio 14

4 litros de un gas están a una presión de 600mmHg ¿Cuál será su nuevo volumen cuando la presión aumente hasta 800mmHg?

Como la presión en ambas situaciones la da en las mismas unidades, no es necesario hacer la conversión, así las unidades del resultado concordarán con las unidades de la situación inicial.

Aplicando la ley de Boyle-Mariotte, $P_1 . V_1 = P_2 . V_2$

$600mmHg . 4 l = 800mmHg . V_1$

$V_1 = \frac{600mmHg \cdot 4\,l}{800mmHg}$ = 3 litros de gas

Ejercicio 15

En un rifle de aire comprimido se logran encerrar 150 cm^3 de aire que se encontraban a presión normal y que ahora pasan a ocupar un volumen a 25cm^3. ¿Qué presión ejerce el aire?

Aplicando la ley de Boyle –Mariotte, $P_1 . V_1 = P_2 . V_2$

presión quiere decir a la presión de 1 atm.

$1 atm . 150 cm^3 = P_2 . 25 cm^3$

$P_1 = \frac{1\,atm \cdot 150cm^3}{25cm^3}$ = 6 atm

Ejercicio 16.

Un gas tiene un volumen de 2.5 L a 25 °C. ¿Cuál será su nuevo volumen si bajamos la temperatura a 10 °C?

Primero expresamos la temperatura en kelvin:

$T_1 = (25 + 273) K= 298 K$

$T_2 = (10 + 273) K= 283 K$

Aplicando la ley de Charles y Gay- Lussac:

$V_1 / T_1 = V_2 / T_2$

$2,5 l / 298 K = V_1 / 283 K$

$V_1 = 2,5 l . 283 K / 298 K = 2,37 l$

Ejercicio 17

Una cierta cantidad de gas, que ocupa un volumen de 1L a la temperatura de 100ºC y a 760mmHg de presión, se calienta hasta 150ºC manteniendo la presión constante. ¿Qué volumen ocupará en estas últimas condiciones?

Primero expresamos la temperatura en kelvin:

T_1 = (100 + 273) K= 378 K

T_2 = (150 + 273) K= 423 K

Aplicando la ley de Charles y Gay- Lussac:

$V_1 / T_1 = V_2 / T_2$

1 l / 378 K = V_1 / 423 K

V_1 = 1 l . 423 K / 378 K = 1,134 l

Ejercicio 18

Cierto volumen de un gas se encuentra a una presión de 970 mmHg cuando su temperatura es de 25.0°C. ¿A qué temperatura deberá estar para que su presión sea 760 mmHg?

Aplicamos la ley de Gay- Lussac:

$P_1 / T_1 = P_2 / T_2$

Primero expresamos la temperatura en kelvin: T_1 = (25 + 273) K= 298 K

Ahora sustituimos los datos en la ecuación:

970 mmHg / 298 k = 760 mmHg / T_2

T_2 = (298 K / 970 mmHg). 760 mmHg = 233,5 K

Ejercicio 19

Una masa gaseosa ocupa un volumen de 250cm^3 cuando su temperatura es de -5ºC y la presión 740mmHg. ¿Qué presión ejercerá esa masa gaseosa si, manteniendo constante el volumen, la temperatura se eleva a 27ºC?

Primero expresamos la temperatura en kelvin:

T_1 = (-5 + 273) K= 268 K

T_2 = (27 + 273) K= 300 K

Aplicamos la ley de Charles y Gay- Lussac:

$P_1 / T_1 = P_2 / T_2$

740 mmHg / 268 K = P_2 / 300 K

P_2 = 300 K . 740 mmHg / 268 K = 828,36 mm Hg

Ejercicio 20

Un gas, a temperatura constante, ocupa un volumen de 50 l a la presión de 2 atm. ¿Qué volumen ocupará si duplicamos la presión?

Aplicando la ley de Boyle –Mariotte, $P_1 . V_1 = P_2 . V_2$

$V_1 = \frac{2\text{ atm} \cdot 50\text{L}}{4\text{ atm}}$ = 25 litros

Ejercicio 21

Al calentar un recipiente que estaba a 300 K, la presión del gas que contiene pasa de 2 a 10 atm. ¿Hasta qué temperatura se ha calentado?

Aplicando la ley de Gay- Lussac:

$\mathbf{P_1 / T_1 = P_2 / T_2}$

$$\frac{2atm}{300K} = \frac{10atm}{T_1} \qquad T_1 = \frac{10\text{atm} \cdot 300\text{K}}{2\text{ atm}}$$

Resolviendo T_1 obtenemos que la nueva temperatura es 1500 kelvin.

Ejercicio 22

Manteniendo constante la presión, se ha duplicado el volumen del gas. ¿Qué le habrá pasado a su temperatura?

Aplicando la ley de Charles y Gay-Lussac, podemos comprobar que al aumentar el volumen al doble, la temperatura en el estado final también aumenta al doble.

$V_1 / T_1 = V_2 / T_2$

Si V_2 es dos veces $V_1 \rightarrow V_2 = 2 . V_1$. Sustituyendo en la ecuación

$V_1 / T_1 = 2. V_1 / T_2$

$T_2 = 2 V_1. T_1/ V_1 = 2 T_1$

Ejercicio 23

¿Qué volumen ocuparán 2 moles de gas a 5 atm de presión y a una temperatura de 500 K?

Si aplicamos la ley de los gases ideales, P . V = n . R . T. Cuando la cantidad de materia esta en moles, la presión se expresa en atmósferas y la temperatura en Kelvin, el volumen vendrá dado en litros y el valor de la constante R es de 0,082 atm.L/mol.K.

5 atm . V = 2 mol. 0,082 atm.l/K.mol . 500 K

V= 164 l

Ejercicio 24

¿Qué presión ejercerán 2 moles de gas si ocupan 10 l a una temperatura de 300 K?

Si aplicamos la ley de los gases ideales, P . V = n . R . T.

Cuando la cantidad de materia está en moles, el volumen se expresa en litros y la temperatura en Kelvin, la presión vendrá dada en atmósferas y el valor de la constante R es de 0,082 atm.L/mol.K

P . 10 l = 2 mol . 0,082 atm.l/K.mol . 300 K

P= 4,92 atm

Ejercicio 25

A una presión de 2026 mb y una temperatura de 0 ºC, un gas ocupa un volumen de 5 l. ¿Cuántos moles de gas hay presentes?

La ecuación que debemos emplear para resolver este ejercicio es la ecuación de los gases ideales. Para poder usar el valor de R = 0,082 atm.L/mol.K, la presión debemos convertirla en atm y la temperatura en K, para ello, operamos como vimos en apartados anteriores:

P = 2026 mb. 1 atm / 1013 mb = 2 atm

Ahora ya podemos aplicar la ley de los gases ideales, P . V = n . R . T

2 atm . 5 l = n . 0,082 atm.l/K.mol . 273 K

n = 0,45 mol

Ejercicio 26

Un gas ocupa un volumen de 500 ml a 45ºC y a una presión de 260 mm Hg. Se comprime dentro de un recipiente de 400 ml y alcanza una presión de 380 mm Hg. ¿Cuál será su temperatura final?

T_1 = 45+273 = 318 K	T_2 = ?
V_1 = 500 ml	V_2 = 400 ml
P_1 = 260 mm Hg	P_2 = 380 mm Hg

Aplicamos la ecuación general de los gases

$P_1 . V_1 / T_1 = P_2 . V_2 / T_2$

T2 = P2 . V2. T1 / P1 . V1 = (380 mm Hg. 400 ml . 318 K)/ (260 mm Hg. 500 ml) = 371,82 K

Bloque 11. Tema 5.

Genética molecular

ÍNDICE

1) Ciclo celular

Las células, procariotas o eucariotas, se reproducen para dar lugar a nuevas células hijas que, después de crecer y cumplir sus funciones, volverán a reproducirse para dar lugar a nuevas células.

- El **ciclo celular** es la secuencia de a**contecimientos que tienen lugar desde que se origina una célula por división de otra célula anterior, hasta que vuelve a dividirse para dar lugar a nuevas células hijas**.

En las **células eucariota**s, el **ciclo celular se divide en dos etapa**s:

- **Interfase**: es la etapa más larga de la vida de la célula. Comprende el período que transcurre entre el final de una división (mitosis) y la siguiente. Los principales procesos que ocurren durante la interfase son:
  - La célula aumenta de tamaño.
  - Al final de la interfase (cuando la célula decide dividirse) se produce la duplicación o replicación del ADN en el núcleo, de tal forma que cada cromosoma esté formado por dos filamentos idénticos. Así, cada célula hija recibirá la misma cantidad de ADN que la célula madre.
  - Se producen nuevos orgánulos celulares.
  - Se duplican los centriolos.

- **División**: En las células eucariotas la división se puede hacer por **mitosis** o por **meiosis,** que estudiaras en los apartados siguientes.

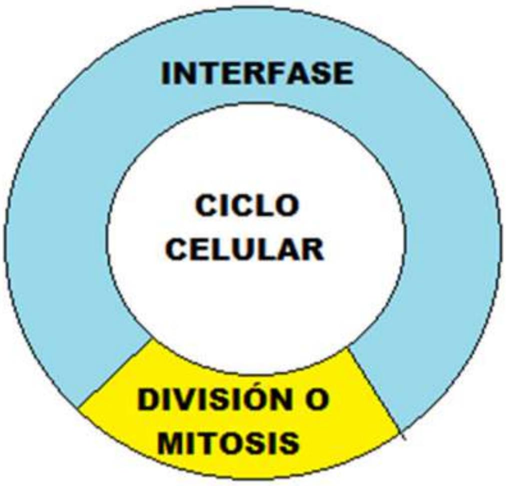


Imagen 1: Ciclo celular. Fuente: Elaboración propia

Ejercicio 1

¿Qué es el ciclo celular?

Ejercicio 2

¿Cuáles son las fases del ciclo celular? Descríbelas

1.1) Núcleo interfásico y en división

El núcleo cambia en una célula según esté en la fase de interfase o esté en división.

Núcleo interfásico

En él se encuentran los caracteres hereditarios y, además, dirige toda la actividad que tiene lugar en el citoplasma. Y su estructura y partes son las que se muestran en el dibujo.

En el núcleo podemos distinguir:

- **Membrana nuclear.** Es la que envuelve al núcleo y lo separa del citoplasma. Es doble y presenta poros.
- **Material genético (ADN ácido desoxirribonucleico).** Son filamentos de ADN y proteínas que se llama **cromatina**. Cuando la célula se divide esa cromatina se compacta y forma los **cromosomas**.
- **Nucleolo.** Es una zona densa donde se fabrican los ribosomas, que salen al citoplasma por los poros de la membrana.
- **Nucleosoma**. Líquido que baña a la cromatina.

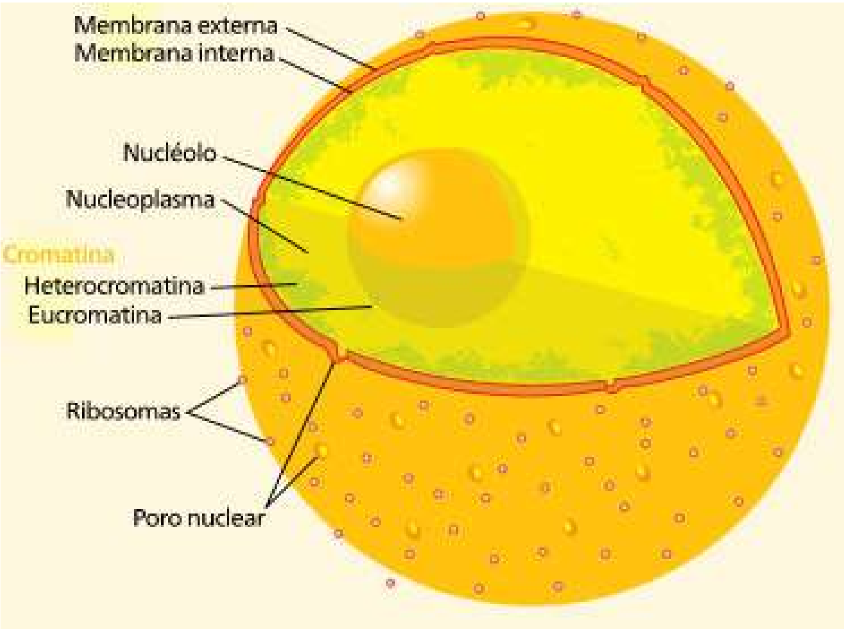


Imagen 2: Partes del núcleo interfásico.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diagram_human_cell_nucleus_es.svg?uselang=es
Autor:Mariana Ruiz Villarreal. Licencia: Creative commons (CC).

Núcleo en división

Cuando la célula se divide el núcleo desaparece ya que la membrana nuclear se desintegra y la cromatina se condensa formando los **cromosomas**.

- **Los cromosomas** (del griego χρώμα, -τος chroma, color y σώμα, -τος soma, cuerpo o elemento) **son las estructuras, formadas por ADN y proteínas**, que contienen la información genética del individuo (**genes**). Sólo se hacen visibles cuando la célula se está dividiendo (mitosis o meiosis). En interfase no se pueden ver porque están en forma de cromatina.

Hay dos tipos de cromosomas:

- **Metafásicos** que tienen dos cromátidas (filamentos de ADN).
- **Anafásicos** que tienen solo una cromátida.

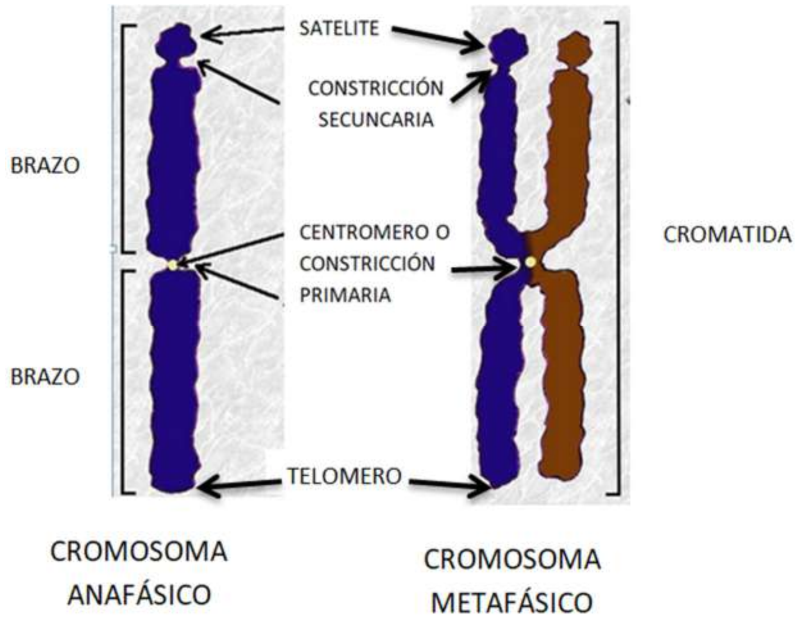


Imagen 3: Partes de un cromosoma.
Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CromosomaMorfologia.jpg.
Autor: Alejandro Porto. Licencia: Creative commons (CC).

Un cromosoma está formado por:

- Una o dos **cromátidas** idénticas procedentes de la duplicación del ADN, por lo que se les denomina cromátidas hermanas.
- El **centrómero o constricción primaria** que hace que el cromosoma presente 2 o cuatro **brazos** (2 en los anafásicos, 4 en los metafásicos), manteniendo unidas a las dos cromátidas, en los cromosomas metafásicos.
- El **satélite**, segmento del cromosoma separado por la constricción secundaria).
- El **telómero** es el extremo del cromosoma, con propiedades especiales.

El número de cromosomas

Todas las células, excepto los gametos, de los seres pluricelulares de una misma especie, tienen el mismo número de cromosomas. Los gametos (células reproductoras) tienen la mitad de cromosomas (n), ya que cuando se unan el óvulo y el espermatozoide en la fecundación, el cigoto que se forme tendrá el número normal (2n) de cromosomas.

Los humanos, por ejemplo, tienen 23 pares de cromosomas, 23 procedentes del padre y 23 procedentes de la madre. Otras especies, tienen otros números, sin que el tener mayor número de cromosomas indique mayor complejidad.

Según el número de cromosomas de la célula distinguimos:

- **Células haploides.** Son aquellas células que sólo tienen un juego de cromosomas, por lo que no tienen ninguno repetido. Una célula haploide se representa **"n"**.
- **Células diploides.** Son células que tienen dos ejemplares de cada cromosoma, uno procedente del padre y otro de la madre, por lo que a cada uno de estos pares se les llama **cromosomas homólogos**. El número de cromosomas de una célula o individuo diploide se representa con **"2n"**.

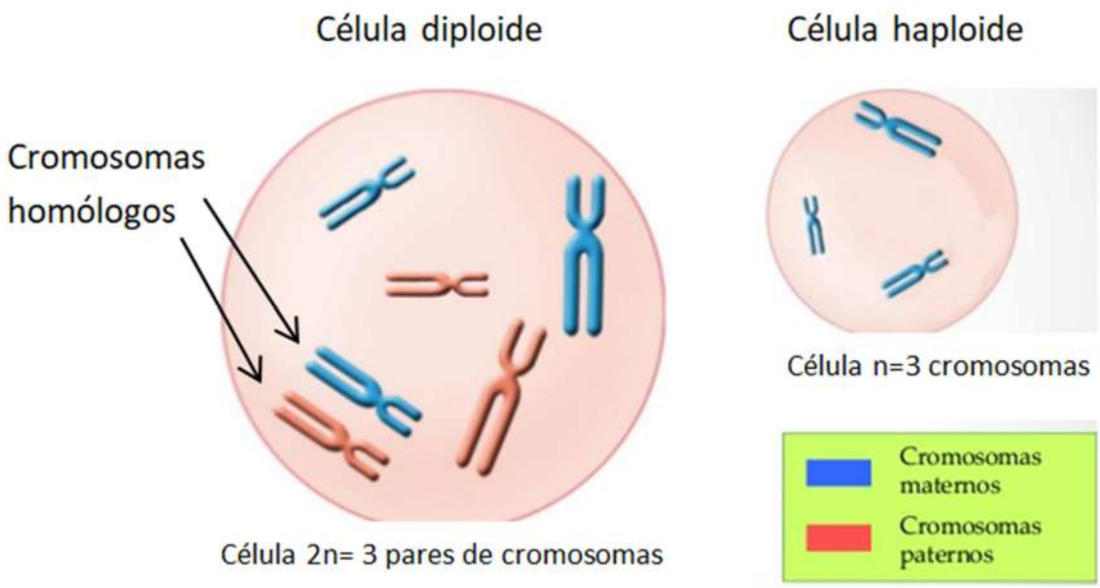
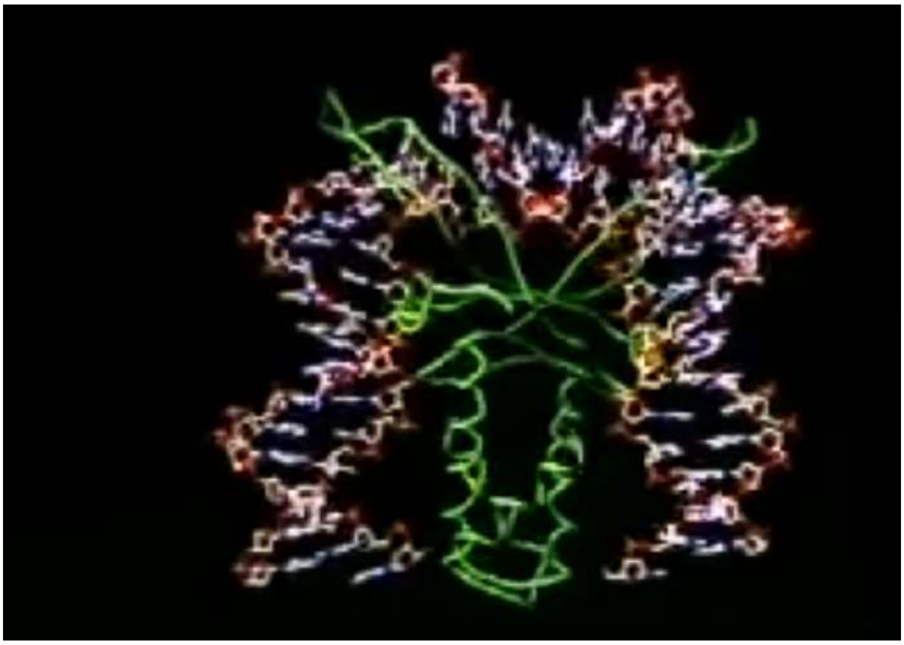


Imagen 4: Diferencia entre diploide y haploide.
Fuente: Adaptación de https://es.slideshare.net/Miriammor/la-clula-38365091.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Para que se mantenga constante el número de cromosomas en los individuos de la misma especie, la reproducción de las células que originan los gametos se realiza mediante meiosis. Así, se reduce a la mitad el número de cromosomas en los gametos (n, haploides) para que el cigoto sea diploide (2n).



Vídeo 1: Cromosomas.

Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=97NnVDIClUQ

Ejercicio 3

Lea el párrafo que aparece abajo y complete con las siguientes palabras que faltan:

hereditaria	cromatina	equitativa	cromátidas	cromosomas
ADN	genes	duplica	brazos	centrómero

Los ____________________ son los portadores de nuestros ____________________ . A su vez, nuestros genes son los que transmiten la información ____________________ de padres a hijos.

El ____________________ se encuentra en el núcleo de la célula, unido a proteínas, formando la ____________________. Cuando la célula se va a dividir, la cromatina se ____________________ para poder distribuir la información genética de forma ____________________ entre las dos células hijas.

Tras la duplicación, cuando la célula empieza a dividirse, los cromosomas estarán formados por dos partes idénticas denominadas ____________________ , unidas entre sí por el ____________________ , que divide a cada cromátida en dos partes denominadas ____________________ .

Ejercicio 4

Observa el dibujo del núcleo y completa con las palabras que faltan.

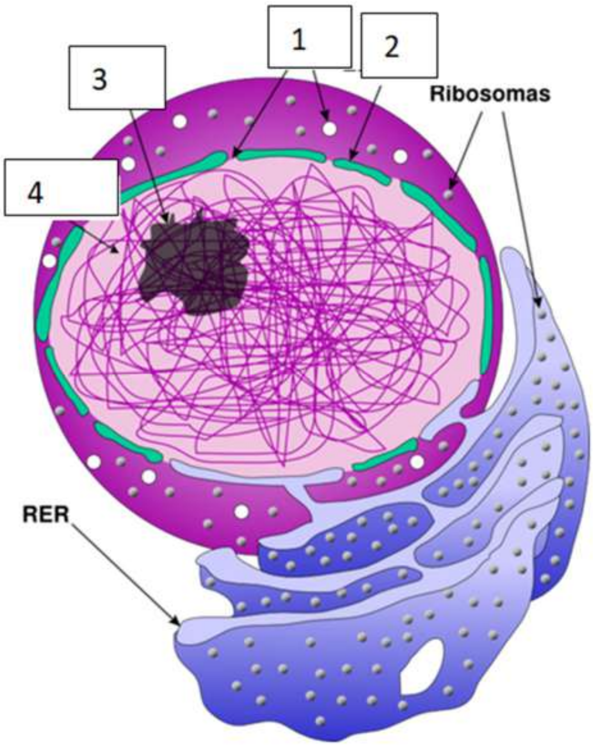


Imagen 5: Núcleo. Fuente:
Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_Nucleus_ER.png.
Autor: Magnus Manske. Licencia: Creative commons (CC).

El dibujo corresponde a un núcleo en ____________________

Sus partes son:

El número 1 corresponde con los ____________________

El número 2 es la ____________________ nuclear.

El 3 es el ____________________

El 4 es la ____________________

Ejercicio 5

Observa el dibujo del cromosoma y completa con las palabras que faltan.

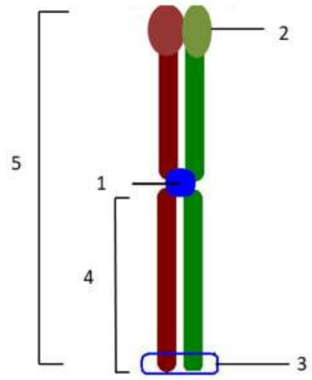


Imagen 6: Cromosoma. Fuente: Adaptación de Wikimedia
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cromosoma_metaf%C3%A1sico.JPG.
Autor:J.L. Pérez-Figueroa. Licencia: Dominio público.

El dibujo es un cromosoma ____________________, que solo es visible en la fase de ____________________ del ciclo celular.

Las partes son las siguientes:

El número 1 es el ____________________

El 2 son los ____________________

El 3 son los ____________________

El 4 son los ____________________

El 5 son las ____________________

Ejercicio 6

Completa el siguiente cuadro sobre las diferencias entre el núcleo celular en interfase y en división, poniendo: si o no

	Núcleo en interfase	Núcleo en división
Tiene membrana nuclear		
El ADN esta en forma de cromosomas		
El ADN esta en forma de cromatina		

1.2) La mitosis

- **Mitosis: Es un proceso de división celular, propio de las células eucariotas, mediante el cual una célula madre da lugar a dos células hijas con la misma información genética que la célula madre.**

Cada mitosis está precedida por una **interfase**, durante la cual el ADN de los cromosomas se duplica, quedando formado cada cromosoma por dos **cromátidas**, lo que asegura que las dos células hijas obtengan exactamente la misma información genética de la célula madre. La mitosis consta de 4 fases.

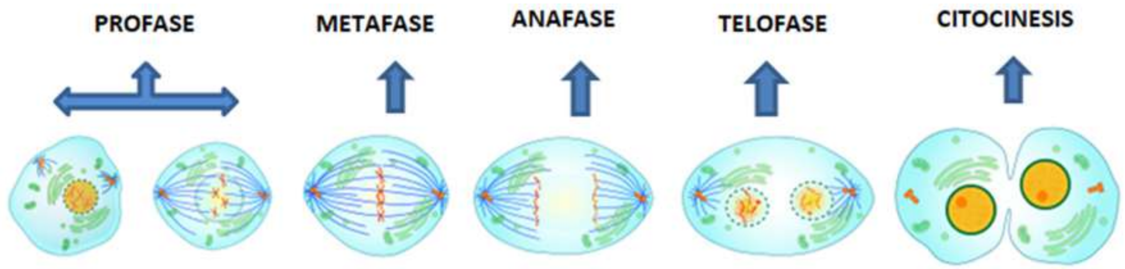


Imagen 7: Mitosis. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Meiosis_mx.png?uselang=es#/media/File:Mitosis_cells_sequence.svg.
Autor: LadyofHats. Licencia: Dominio público.

Fases de la MITOSIS

1. Profase: Durante esta fase se producen los siguientes sucesos (los números coinciden con el dibujo):

1. Los cromosomas se condensan y se ven las dos cromátidas que lo forman.
2. Los centriolos se van hacia los polos de la célula y van formando el huso acromático.
3. La membrana nuclear se desintegra.
4. Los centriolos llegan a los polos y terminan de formar el huso acromático.
5. Huso acromático.
6. Las fibras del huso se unen a los cromosomas.

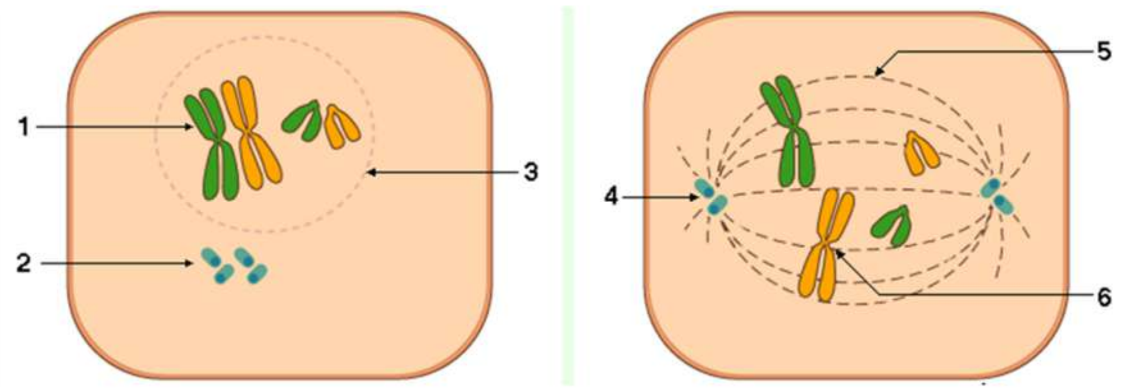


Imagen 8: Profase.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos5.htm.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

2. **Metafase**: Las fibras del huso colocan a los cromosomas en el ecuador de la célula

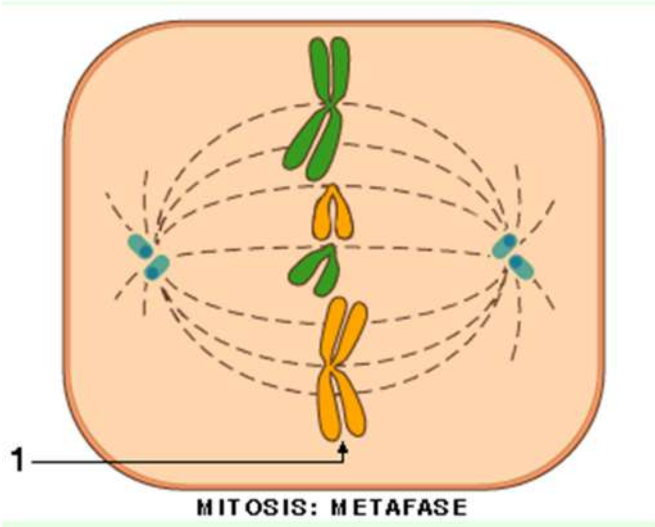


Imagen 9: Metafase.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos5.htm
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

3. **Anafase**: Las cromátidas se separan y van a los polos de la célula.

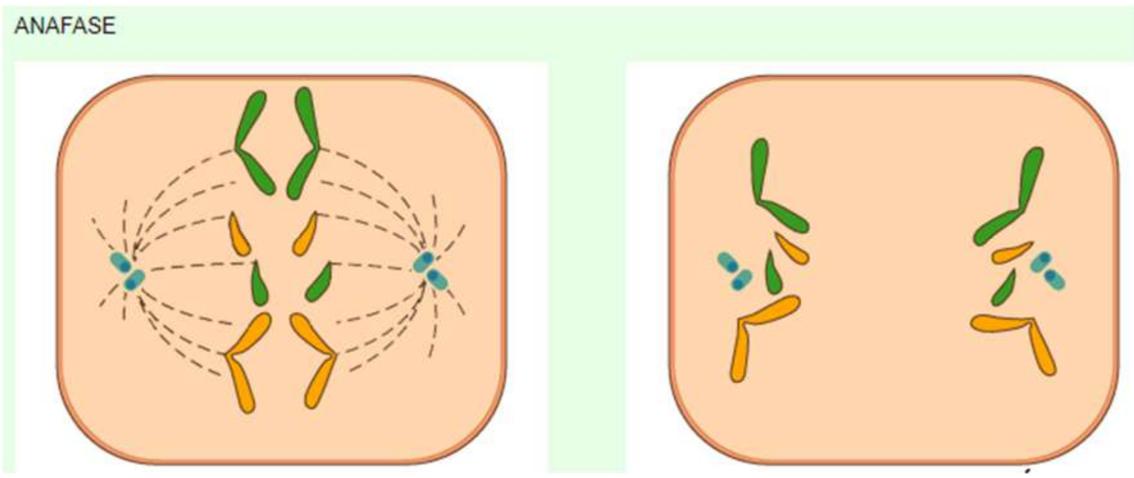


Imagen 10: Anafase.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos5.htm.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

4. **Telofase**: Se forma la membrana nuclear y los cromosomas se descondensan formando la cromatina.

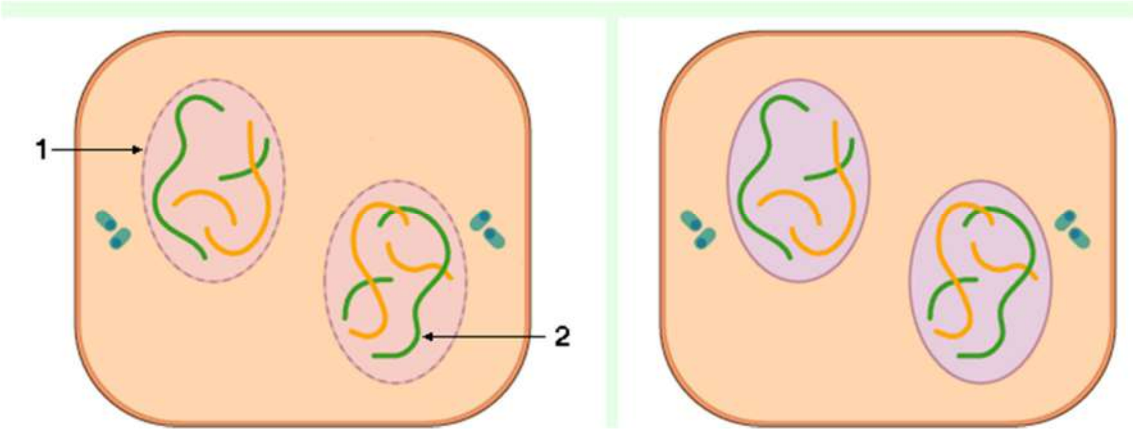


Imagen 11: Telofase.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos5.htm.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Después del proceso de mitosis (división del núcleo) se produce la **citocinesis** que es la división del citoplasma, en las células animales se hace por estrangulación como muestra el dibujo, así resultan dos células hijas idénticas a la célula madre con el mismo número de cromosomas. Si te fijas en estos dibujos la célula madre tenía 4 cromosomas y las hijas también tienen 4 cromosomas.

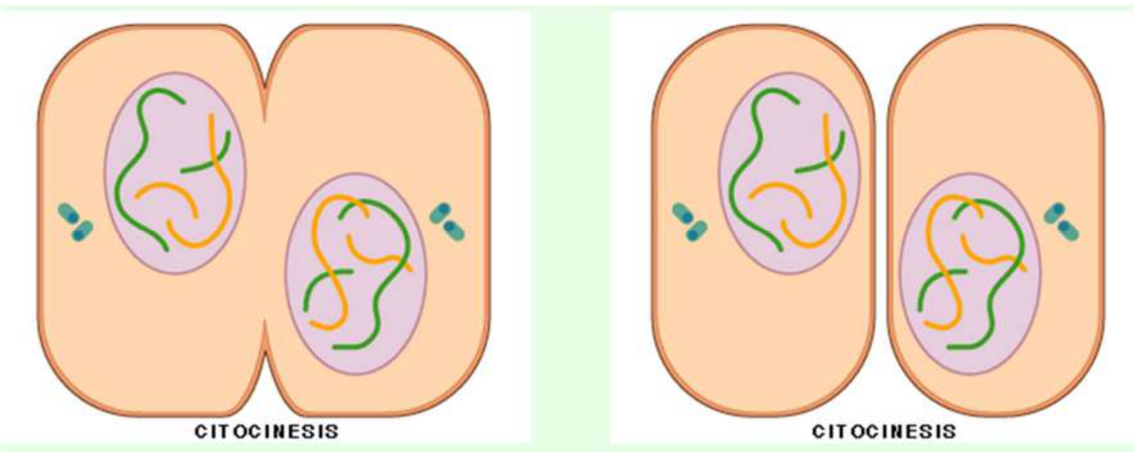


Imagen 12: Citocinesis.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos5.htm
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Importancia biológica de la mitosis

- **En seres unicelulares**. Tiene como finalidad la **reproducción asexual** del organismo. Se reproduce la célula y aumenta el número de individuos de la población, todos ellos idénticos al progenitor.
- **En seres pluricelulares**. Su finalidad es la de **aumentar las células para que el organismo pueda crecer**, **renovar las células dañadas** y **renovar tejidos**.

Vídeo 2. Mitosis paso a paso. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=lXisSVgRI6s

Vídeo 3. Mitosis. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=ZRwkyyboMS8

<u>Ejercicio 7</u>

Relaciona cada número con la fase de la mitosis que corresponde:

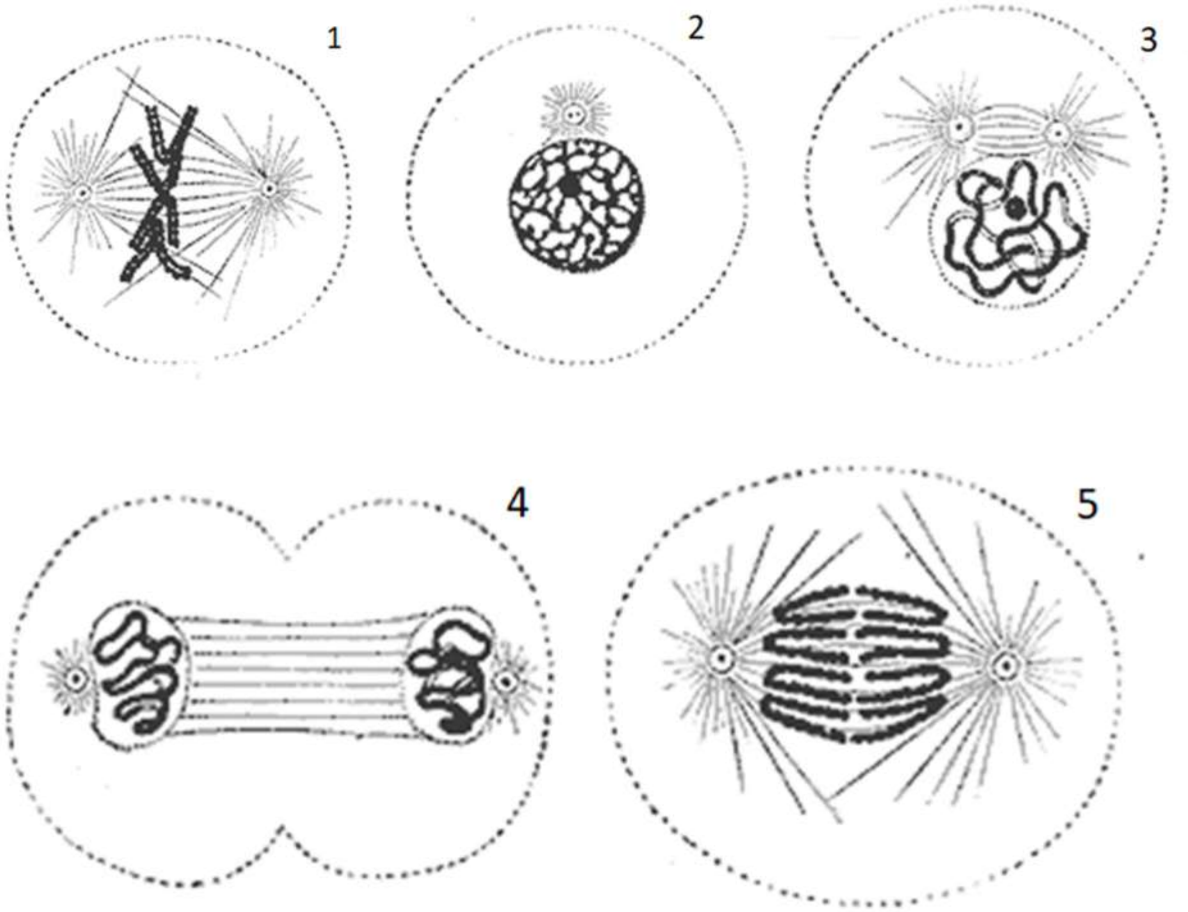


Imagen 13: Fases de la mitosis.
Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gray2.png.
Autor: Henry Vandyke. Licencia: Dominio público.

La interfase es el número ________

La profase es el número ________

La metafase es el número ________

La anafase es el número ________

La telofase es el número ________

<u>Ejercicio 8</u>

Indica la finalidad de la mitosis en los seres unicelulares.

Ejercicio 9

Indica la finalidad de la mitosis en los seres pluricelulares.

Ejercicio 10

Si una célula humana de 46 cromosomas se divide por mitosis. ¿Qué cantidad de cromosomas tendrán las células hijas?

	a) 23
	b) 32
	c) 46
	d) 92

Ejercicio 11

Si una célula humana de 46 cromosomas se divide por mitosis. ¿Cuántas células hijas se formaran?

	a) 1
	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 12

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

La división del citoplasma se llama ______________________, en las células animales se hace por ______________________

1.3) La meiosis

- La **meiosis** es un **proceso por el cual a partir de una célula madre de forman cuatro células con la mitad de cromosomas que la célula madre**. Son dos mitosis consecutivas en la que no hay duplicación del material genético entre la primera división y la segunda.

Mediante la meiosis, una **célula diploide 2n** (2 juegos de cromosomas) en su núcleo, dará lugar a cuatro **gametos haploides n** (óvulos o espermatozoides) con la mitad de cromosomas que la célula inicial. ^Por tanto es un proceso que solo ocurre en la células diploides 2n.

Los cromosomas de cada par son homólogos (es decir, tienen los mismos genes) pero no exactamente iguales. Uno procede del padre y otro de la madre.

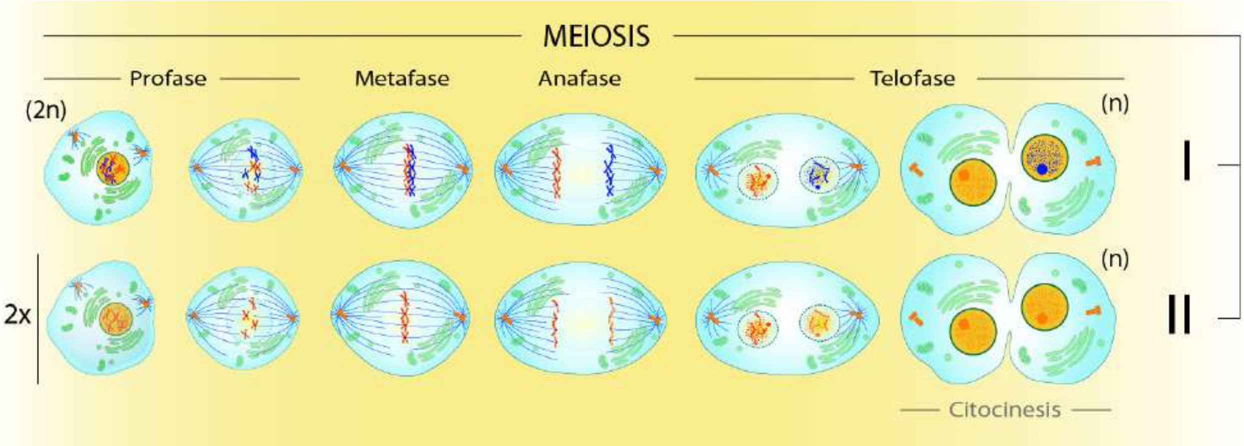


Imagen 14: Meiosis.
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Meiosis_mx.png?uselang=es.
Autor: Xtabay. Licencia: Creative commons (CC).

Fases de la MEIOSIS

Como son dos mitosis las fases, son las mismas que las de la mitosis, pero poniendo I si son de la primera división y II si son de la segunda mitosis.

FASES DE LA PRIMERA DIVISIÓN MEIOTICA

Profase I

- Desaparece la membrana nuclear (3)
- Se espiralizan las cadenas de ADN, apareciendo los cromosomas, los homólogos se juntan y sufren recombinación y se quedan unidos por los puntos donde se recombinaron, formando cromosomas con cuatro cromátidas llamados tetradas o cromosoma bivalente (1)
- Se duplican los centriolos (2) y migran a los polos (4)
- Se forma el huso acromático (6)
- Cada tetrada o cromosoma bivalente (formada por 2 cromosomas homólogos unidos) se une a una fibra del huso (5)

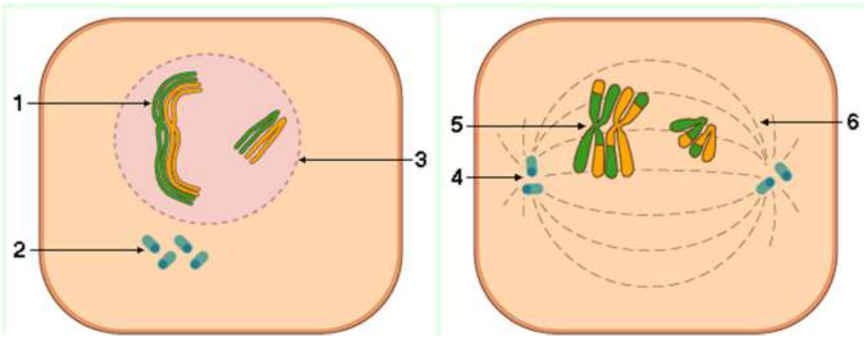


Imagen 15: Profase I.
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos7.htm.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Metafase I

Las tetradas se colocan en el ecuador de la célula.

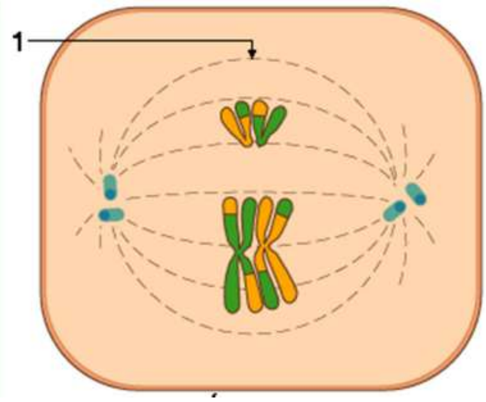


Imagen 16: Metafase I.

Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos7.htm

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Anafase I

Los cromosomas homólogos se separan y van hacia los polos opuestos.

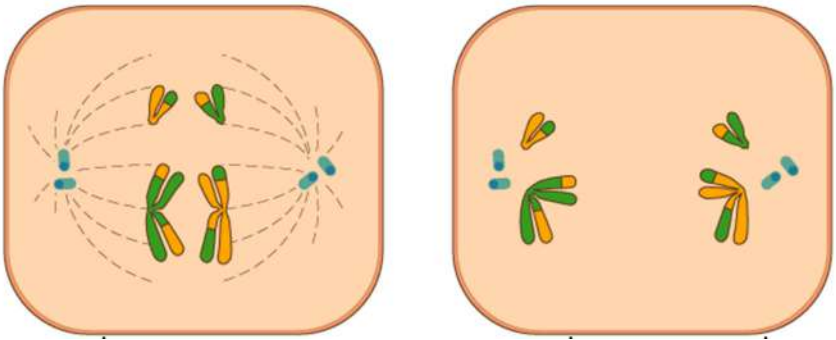


Imagen 17: Anafase I.

Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/genetica1/contenidos7.htm

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Telofase I

Se forma la membrana nuclear y se produce la citocinesis formando 2 células hijas e inmediatamente se produce la siguiente división en las dos células hijas.

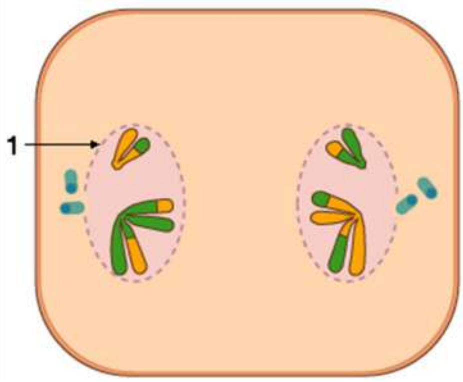


Imagen 18: Telofase I.

Fuente: Recursos.cnice.

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

La segunda división meiotica es una mitosis normal que ocurre en las dos células que se formaron en la primera mitosis. Las fases se llaman profase II, metafase II, anafase II y telofase II, Cuando se acaba la última fase ocurre la citocinesis en las dos células formando así cuatro células con la mitad de cromosomas que la célula madre.

Importancia biológica de la meiosis

- **Produce células sexuales haploides (n)**, los gametos. Como tienen la mitad de cromosomas que las células somáticas (2n), cuando se produzca la fecundación con otro gameto (n), darán lugar a un cigoto diploide, con el mismo número de cromosomas que sus progenitores.
- **Aumenta la variabilidad genética**. En la Profase I se produce el sobrecruzamiento de cromosomas homólogos, lo que hace que se intercambie información genética y cada gameto contenga información de ambos progenitores. Así, cada descendiente tiene una información genética única, asegurando la variabilidad genética. La selección natural (y artificial) determinará qué variaciones son beneficiosas o perjudiciales, favoreciendo la evolución de las especies.

Vídeo 4. Meiosis paso a paso. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?time_continue=131&v=nBt6RNGZW34

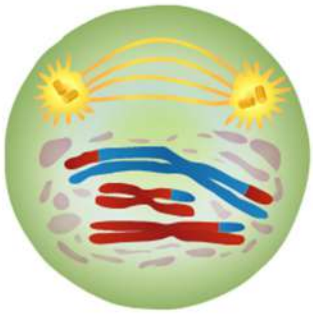
Vídeo 5. Meiosis Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=zM9CBw6Xz3Y

Ejercicio 13

Observa el dibujo y completa si se trata de la profase I o II de la meiosis.

P ______________________________ P ______________________________



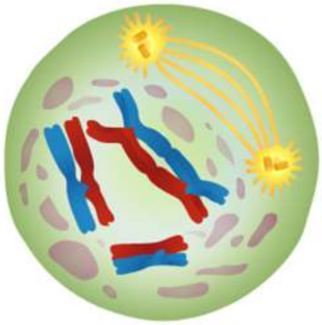
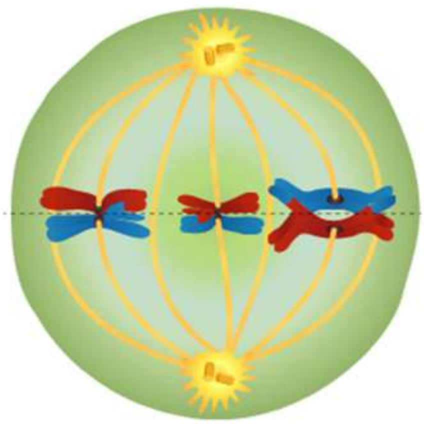


Imagen 19: Profases de la meiosis.
Fuente: Adaptación de
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 14

Observa el dibujo y completa si se trata de la metafase I o II de la meiosis.

M ______________________________ M ______________________________



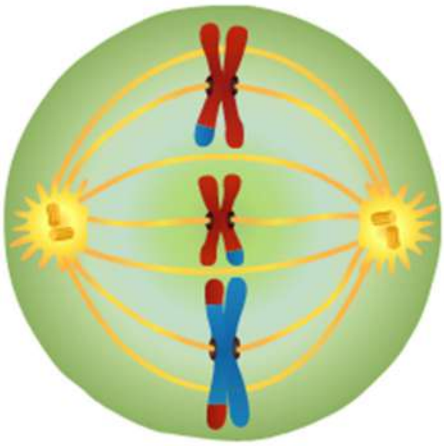


Imagen 20: Metafases de la meiosis.
Fuente: Adaptación de
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 15

Observa el dibujo y completa si se trata de la anafase I o II de la meiosis.

A ______________________________ A ______________________________

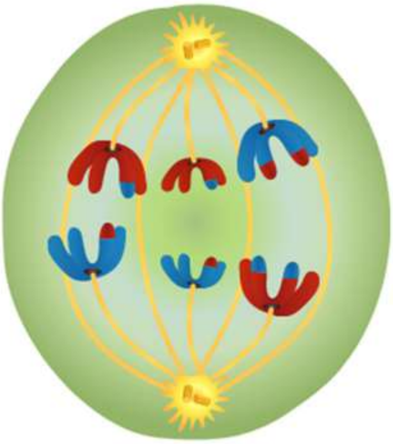
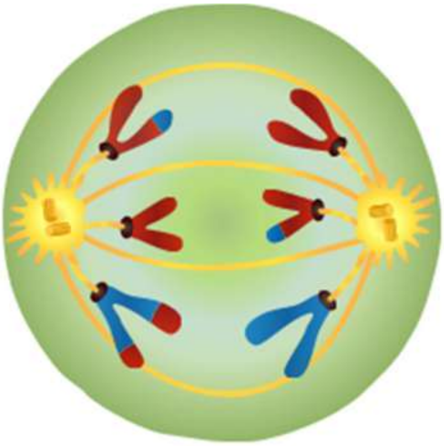



Imagen 21: Anafases de la meiosis. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC)

Ejercicio 16

Observa el dibujo y completa si se trata de la telofase I o II de la meiosis.

T ______________________________ T ______________________________

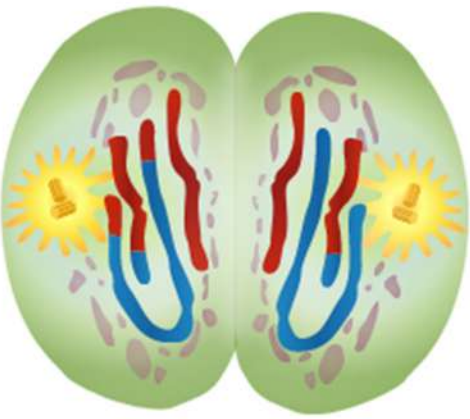
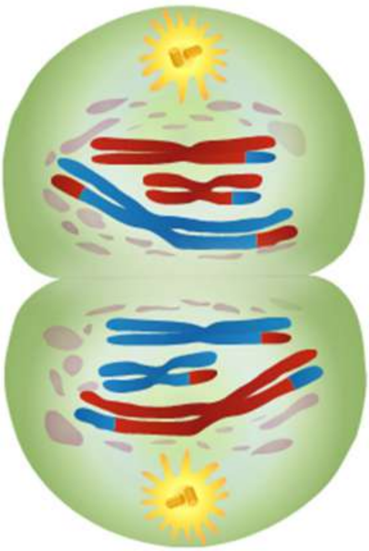



Imagen 22: Telofases de la meiosis. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 17

¿Para que sirve la meiosis?

Ejercicio 18

Si una célula tiene 24 cromosomas y se divide por meiosis. ¿Cuántos cromosomas tendrán las células hijas?

	a) 24
	b) 12
	c) 48
	d) 46

Ejercicio 19

Si una célula tiene 24 cromosomas y se divide por meiosis. ¿Cuántas células hijas se formaran?

	a) 1
	b) 2
	c) 3
	d) 4

1.4) Diferencias entre la mitosis y la meiosis

En la siguiente tabla se resumen las diferencias principales que existen entre la mitosis y la meiosis.

MITOSIS	MEIOSIS
• Se produce en las células somáticas.	• Se produce en las células diploides que darán lugar a los gametos.
• Consiste en una sola división celular.	• Consiste en dos divisiones sucesivas.
• No se produce recombinación.	• En la profase I se produce el sobrecruzamiento (recombinación) de cromosomas homólogos.
• En la anafase se separan cromátidas hermanas (idénticas).	• En la anafase I se separan pares de cromosomas homólogos. • En la anafase II se separan cromátidas (distintas, recombinadas).
• El resultado es dos células hijas con la misma información genética que la célula progenitora.	• El resultado es cuatro células hijas con la mitad de la información genética que la célula progenitora, y distinta entre ellas.
• Tiene como finalidad la del crecimiento y renovación de células.	• Tiene como finalidad la reproducción sexual y la variabilidad genética.

Ejercicio 20

Completa los huecos sobre las diferencias entre mitosis y meiosis, poniendo las siguientes palabras o números:

2	1	4	2	Si	La mitad	No	Igual

	MITOSIS	MEIOSIS
Número de células que se forman		
Número de cromosomas de las células hijas	____________ que la célula madre	_____________ que la célula madre
Hay recombinación		
Número de divisiones		

2) Ácidos nucleicos

Todos los seres vivos, salvo los virus, tienen dos tipos de ácidos nucleicos: el ADN y el ARN. El ADN es el encargado de llevar la información genética, pero para que esa información pueda expresarse es necesario que intervengan varios tipos de ARN.

- Los **ácidos nucleicos** son grandes polímeros formados por la unión de monómeros llamados **nucleótidos** unidos.

Un nucleótido está formado por tres componentes:

- Una pentosa. Un monosacárido de cinco carbonos: ribosa en el ARN y desoxirribosa en el ADN.
- Un ácido fosfórico.
- Una base nitrogenada:
  - En el ADN: adenina (A), guanina (G), citosina (C) y timina (T).
  - En el ARN: adenina (A), guanina (G), citosina (C) y uracilo (U)

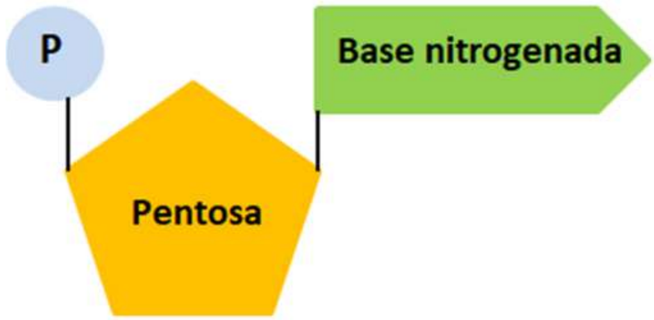


Imagen 23: Nucleotido. Fuente: Elaboración propia

Hay **dos tipos** de ácidos nucleicos:

- Ácido ribonucleico (**ARN**).
- Ácido desoxirribonucleico (**ADN**).

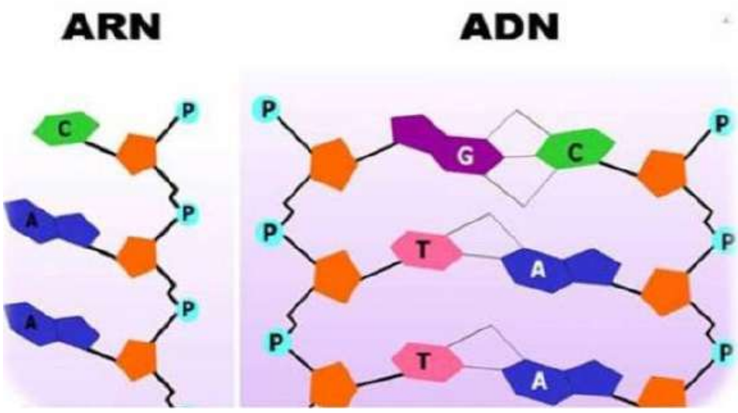


Imagen 24: Polimeros de nucleótidos de ARN y ADN.
Fuente: http://biologia.cubaeduca.cu/media/biologia.cubaeduca.cu/medias/interactividades/herencia/co/modulo_Raz_10.html.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejercicio 21

Observa la ilustración y responde las preguntas en minúscula y pon las tildes si tiene:

Imagen 25: Nucleótido.
Fuente: Elaboración propia

1) ¿Qué nombre recibe esta molécula que resulta de la unión de 1+2+3? ____________
2) ¿Qué número tiene el ácido fosfórico? ______
3) ¿Qué número tiene la base nitrogenada? ______
4) ¿Qué número tiene la pentosa? ______
5) ¿Qué larga molécula se forma por la unión de moléculas como la representada en el dibujo? __________________________

Ejercicio 22

¿Qué tipos de ácidos nucleicos tienen todos los seres vivos?

2.1) El ácido desoxirribonucleico (ADN)

Composición química y estructura del ADN

El ADN es la molécula que contiene la información genética de la célula. Watson y Crick, en 1953, descubrieron cómo era la estructura del ADN, lo que les sirvió para ganar el Premio Nobel de Medicina en 1962.

El ADN tiene nucleótidos en los que la pentosa es una **desoxirribosa**, y las bases nitrogenadas son **adenina (A), guanina (G), citosina (C) y timina (T)**

El modelo propuesto por Watson y Crick o modelo de doble hélice tiene las características siguientes:

El ADN está formado por **dos cadenas de nucleótidos unidos por sus bases nitrogenadas** que están en el interior, mientras que las **pentosas y el ácido fosfórico se encuentran en la parte exterior**. Las b**ases nitrogenadas están unidas** por enlaces débiles, llamados puentes de hidrógeno, **a sus complementarias**. La **adenina (A) siempre se une a la timina (T)** y la **guanina (G) con la citosina (C)**.

- **Regla nemocténica para acordarnos que A siempre con T y G siempre con C.**
  - Para no olvidarte recuerda:
    - agente de tráfico (A-T).
    - guardia civil (G-C)

Las **dos cadenas son antiparalelas**, es decir, paralelas pero de sentido opuesto.

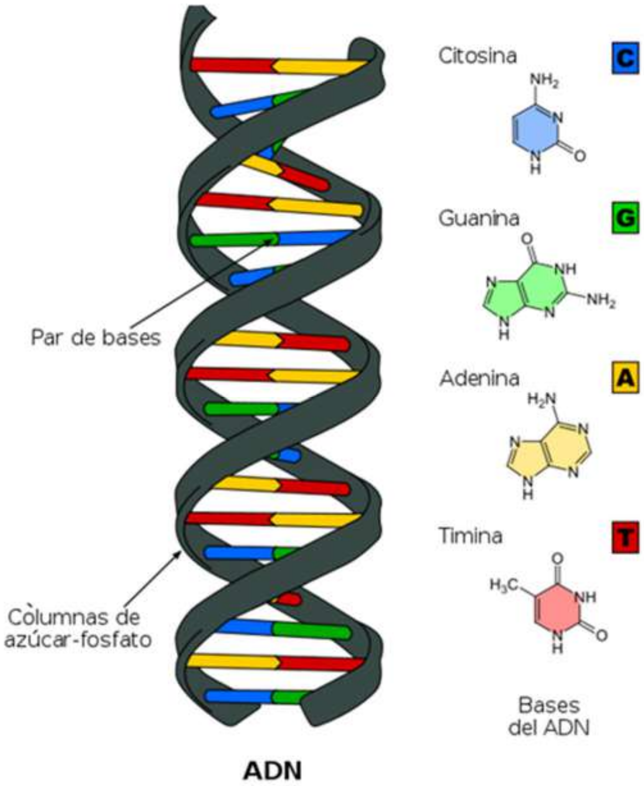


Imagen 26: Estructura del ADN. Fuente: Adaptación de https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido_ribonucleico#/media/File:Difference_DNA_RNA-ES.svg
Autor: National Human Genome Research Institute. Licencia: Dominio público

Video 6: Estructura del ADN. Fuente Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=i-ATJ1FwYps

Propiedades del ADN

El ADN contiene la información necesaria para regular la síntesis de proteínas. Según la secuencia de bases nitrogenadas de los nucleótidos, se sintetizarán unas proteínas u otras.

La información que contiene el ADN de una célula pasa a la siguiente generación de células, ya que mediante la replicación del ADN, se hacen copias del ADN que se transmiten a las células hijas. Así, en un ser pluricelular que proviene de una célula huevo o cigoto, todas las células tienen el mismo ADN.

Localización del ADN

Según el tipo de célula, el ADN se encuentra en distintos lugares:

- **En células eucariotas**: el ADN se encuentra en el núcleo, está rodeado por la envuelta nuclear. Está formado por dos cadenas de nucleótidos unidos a unas proteínas formando la cromatina que, cuando se condensa para dividirse la célula, se transforma en cromosomas.
- **En células procariotas**: el ADN forma un cromosoma bacteriano circular, con doble cadena, sin ninguna envoltura nuclear, por lo que está libre en el citoplasma.

Ejercicio 23

Una cadena de ADN es una larga cadena formada por la unión de nucleótidos. A su vez, cada nucleótido es el resultado de la unión de tres moléculas menores: márcalas y comprueba el resultado:

	a) Ribosa
	b) Base nitrogenada
	c) Desoxirribosa
	d) Ácido fosfórico
	e) Cromatina

Ejercicio 24

Marca las cuatro bases nitrogenadas del ADN:

	a) Timina
	b) Uracilo
	c) Citosina
	d) Guanina
	e) Pentamina
	f) Adenina

Ejercicio 25

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan, en minúscula.

El ADN es, en realidad, no una cadena simple sino una cadena doble. Ello es posible porque una cadena se une a otra mediante las bases nitrogenadas. Escribe el nombre de la base nitrogenada que se une SIEMPRE a la Adenina de la otra cadena simple del ADN: _____________. Y SIEMPRE a la Citosina de la otra cadena simple del ADN: _____________.

Ejercicio 26

¿Dónde crees que está realmente almacenada la información genética?

	a) En el ácido fosfórico
	b) En la desoxirribosa
	c) En la ordenación de las bases nitrogenadas
	d) No lo sé. No es posible deducirlo

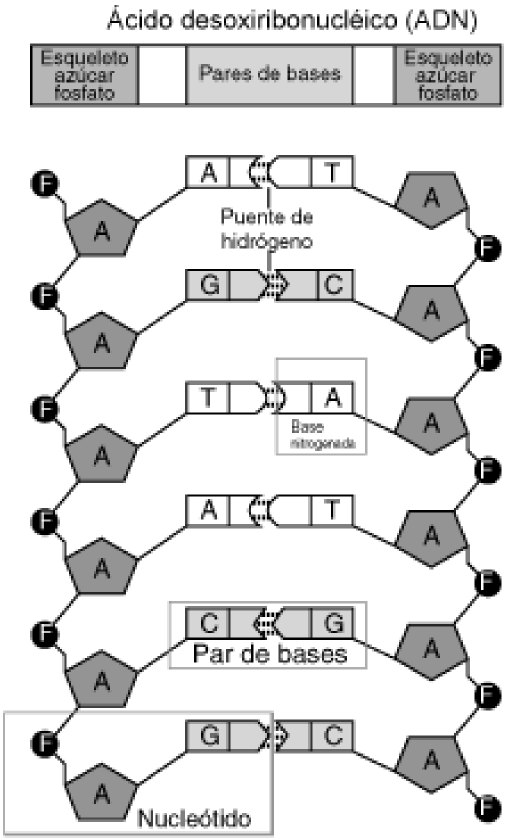
Ejercicio 27

¿Cuantas cadenas de nucleótidos tiene una molécula de ADN?

	a) 1
	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 28

Escribe las bases complementarias (A, G, C, T) de esta cadena sencilla hasta formar una doble cadena de ADN.



A -

C -

T -

T -

G –

G –

C –

A –

T –

C –

G –

Imagen 27: Esquema de una cadena de nucleótidos formando (ADN).
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Nucle%C3%B3tido#/media/File:Nucle%C3%B3tido.png.
Autor:National Human Genome Research Institute. Licencia: Dominio público.

Ejercicio 29

¿Cuál es la función del ADN?

Ejercicio 30

¿Dónde se encuentra el ADN en una célula eucariota?

2.2) El ácido ribonucleico (ARN)

El **ARN es un tipo de ácido ribononucleico** que se encuentra en todos los seres vivos. Los **nucleótidos de ARN** están formados por:

- Una pentosa: **ribosa**.
- Un ácido fosfórico.
- Una base nitrogenada: **adenina (A), guanina (G), citosina (C) y uracilo (U).**

El ARN está **formado por una sola cadena de nucleótidos. En las células eucariotas**, **se encuentra en el núcleo y en el citoplasma**.

Hay varios **tipos de ARN**:

- **ARN ribosómico o ARNr**. Forma parte de los ribosomas, junto con otras proteínas. Este tipo de ARN es el más abundante.
- **ARN mensajero o ARNm**. Lleva la información del ADN del núcleo hasta los ribosomas, en el citoplasma, para que se puedan sintetizar las proteínas.
- **ARN transferente o ARNt**. El ARNt se une a aminoácidos y los lleva hasta los ribosomas para que se sinteticen las proteínas.

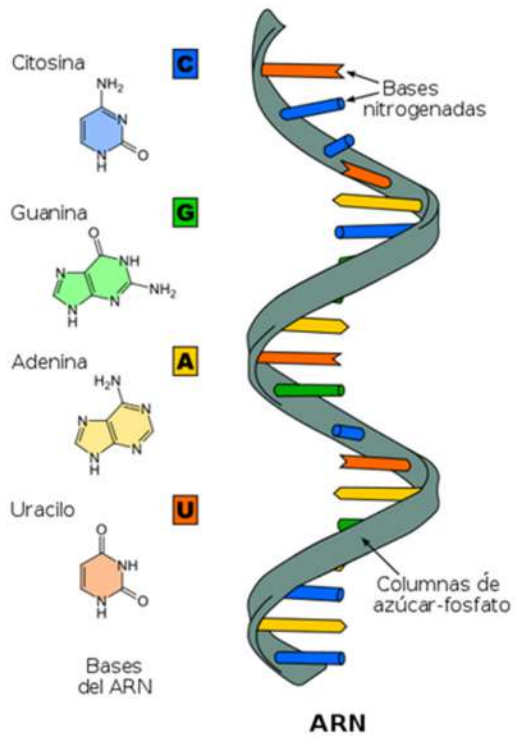


Imagen 28: Estructura del ARN. Fuente: Adaptación de https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido_ribonucleico#/media/File:Difference_DNA_RNA-ES.svg.
Autor: Sponk. Licencia: Creative commons (CC)

Ejercicio 31

Marca las 4 bases nitrogenadas que se pueden encontrar en el ARN

	a) Adenina
	b) Timina
	c) Citosina
	d) Guanina
	e) Uracilo

Ejercicio 32

¿Por cuantas cadenas está formado el ARN?

	a) 1
	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 33

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

Hay varios **tipos de ARN**:

- **ARN** ____________________. Forma parte de los ribosomas, junto con otras proteínas. Este tipo de ARN es el más abundante.
- **ARN** ____________________. Lleva la información del ADN del núcleo hasta los ribosomas, en el citoplasma, para que se puedan sintetizar las proteínas.
- **ARN** ____________________. El ARNt se une a aminoácidos y los lleva hasta los ribosomas para que se sinteticen las proteínas.

Ejercicio 34

¿Dónde se encuentra el ARN en una célula eucariota?

2.3) Diferencias entre el ADN y el ARN

Las diferencias entre el ADN y el ARN, se muestran en el siguiente cuadro:

	ADN	**ARN**
ESTRUCTURA	• Doble cadena de nucleótidos en forma de hélice	• Una sola cadena de nucleótidos
PENTOSA	• Desoxirribosa	• Ribosa
BASES NITROGENADAS	• Timina (T)	• Uracilo (U)
LOCALIZACIÓN CÉLULAS EUCARIOTAS	• En el núcleo	• En el núcleo y el citoplasma
FUNCIÓN	• Contiene la información hereditaria y para sintetizar proteínas	• Sintetiza proteínas

Ejercicio 35

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

Núcleo	Ribosa	Timina	2	Desoxirribosa	1	citoplasma	Uracilo

	ADN	ARN
Número de cadenas		
Pentosa		
Base nitrogenada		
Localización		

3) Dogma central de la biología

Una vez conocida la estructura del material genético hubo que estudiar su funcionamiento lo que permitió establecer **el dogma central de la biología**.

Imagen 29: Dogma central de la biología, Fuente: Elaboración propia.

En todas las células se producen estos tres procesos según el dogma central de la biología:

- **Replicación**: Proceso por el cual el ADN puede formar copias idénticas de sí mismas.
- **Transcripción**: Proceso mediante el cual la información contenida en el ADN se transmite en forma de ARN (ARNm).
- **Traducción**: Es el proceso que hace posible la fabricación de una proteína en los ribosomas a partir del mensaje transcrito en el ARNm.

- **Un gen** es un framento de ADN que contiene la información necesaria para que se fabrique una proteína, necesaria para que se exprese un carácter determinado en un individuo.

El ADN contienen genes, y en la transcripción solo se transcribe un gen a ARN mensajero, no todo el ADN en las células eucariotas.

Imagen 30: Genes del cromosoma 22 (las distintas bandas son los genes).
Fuente: Adaptación de
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/11/Neurofibromatosis2-locus.svg.
Autor: Jkwchui. Licencia: Creative commos (CC)

3.1) Replicación ADN. Conservación de la información genética

Antes de cada división celular, la célula realiza una copia exacta de su ADN, para repartir idéntica información genética entre sus dos células hija.

Este proceso se denomina **replicación**. Tiene lugar en el núcleo durante la interfase y se lleva a cabo de la siguiente forma:

- La doble hélice de ADN se abre y las dos cadenas se separan.
- Los nucleótidos libres de que dispone la célula en el núcleo pueden unirse a los nucleótidos del ADN, a través de sus bases complementarias (A/T y G/C).
- Los nucleótidos incorporados se unen entre sí y dan lugar a las nuevas cadenas de ADN.

Cada una de las moléculas posee una de las cadenas originales de la molécula madre y una cadena complementaria recién sintetizada. Por esto se dice que la replicación del ADN es semiconservativa.

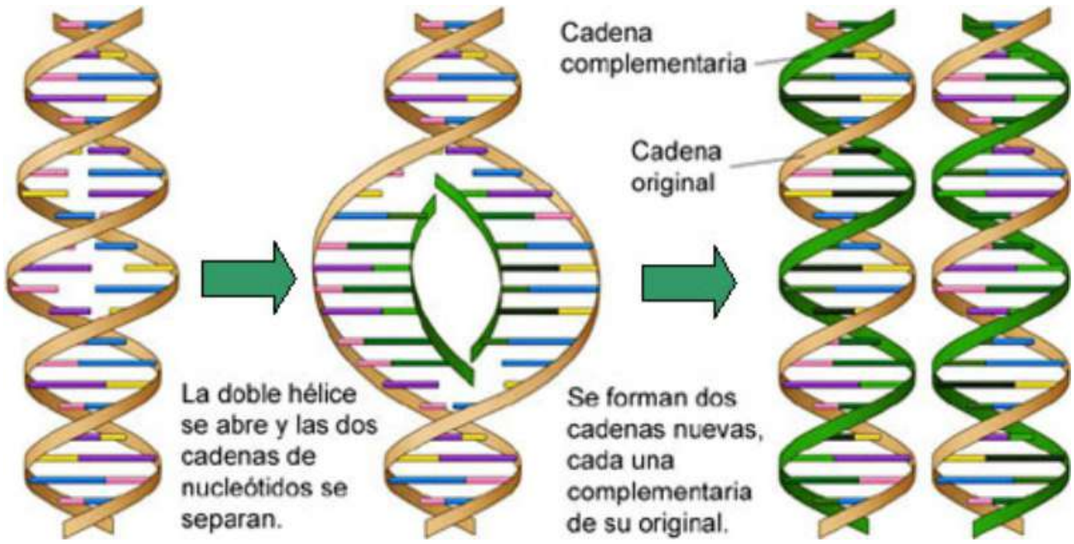


Imagen 31: Replicación semiconservativa del ADN.
Fuente: http://biogeo.esy.es/BG2BTO/geneticamolecular.htm
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejercicio 36

¿Cómo se hace la replicación del ADN?

Ejercicio 37

¿Cuándo se hace la replicación del ADN?

3.2) Transcripción

La **transcripción o síntesis de ARN** consiste en la **formación de una molécula de ARNm** cuya secuencia de bases nitrogenadas es complementaria a la secuencia de bases nitrogenadas de una de las dos cadenas de ADN que forma la doble hélice. Es decir:

- Si la base nitrogenada en el ADN es una C, la complementaria en el ARNm es un G.
- Si la base nitrogenada en el ADN es una G, la complementaria en el ARNm es un C.
- Si la base nitrogenada en el ADN es una T, la complementaria en el ARNm es un A.
- Si la base nitrogenada en el ADN es una A, la complementaria en el ARNm es el U (uracilo). Recuerda que el ARN tiene U (uracilo) en lugar de T (timina).

Este ARNm contiene la información necesaria para sintetizar la proteína en el citoplasma.

Imagen 32: Transcripción.
Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AGenetic_code.svg.
Autor: Madprime. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 38

¿Qué es la transcripción?

3.3) Traducción

La **traducción o síntesis de proteínas** consiste en la formación de una secuencia de aminoácidos (proteína) a partir de la información contenida en la secuencia de bases nitrogenadas del ARNm, transcrita del ADN (en el proceso de transcripción) que está en el núcleo de las células eucariotas.

El ARNm transcrito, sale del núcleo atravesando los poros de la envoltura nuclear y llega al citoplasma, donde están los ribosomas y a los que se unirá.

Los ribosomas "leen" el ARNm en grupos de tres en tres nucleótidos llamados codones. El ribosoma va recorriendo el ARNm traduciendo cada codón al aminoácido correspondiente, pero necesita la ayuda de otro ARN, el ARNt o ARN de transferencia. Cada ARNt está unido a un aminoácido específico, el correspondiente a cada codón de ARNm. El ARNt tiene un triplete, llamado anticodón, que es el que se une al codón del ARNm.

Así, **la secuencia de bases del ARNm** es la que **establece el orden en el que se van añadiendo aminoácidos a** la cadena peptídica que formará **la proteína.**

Los aminoácidos que van llegando, unidos al ARNt, se unen formado la proteína.

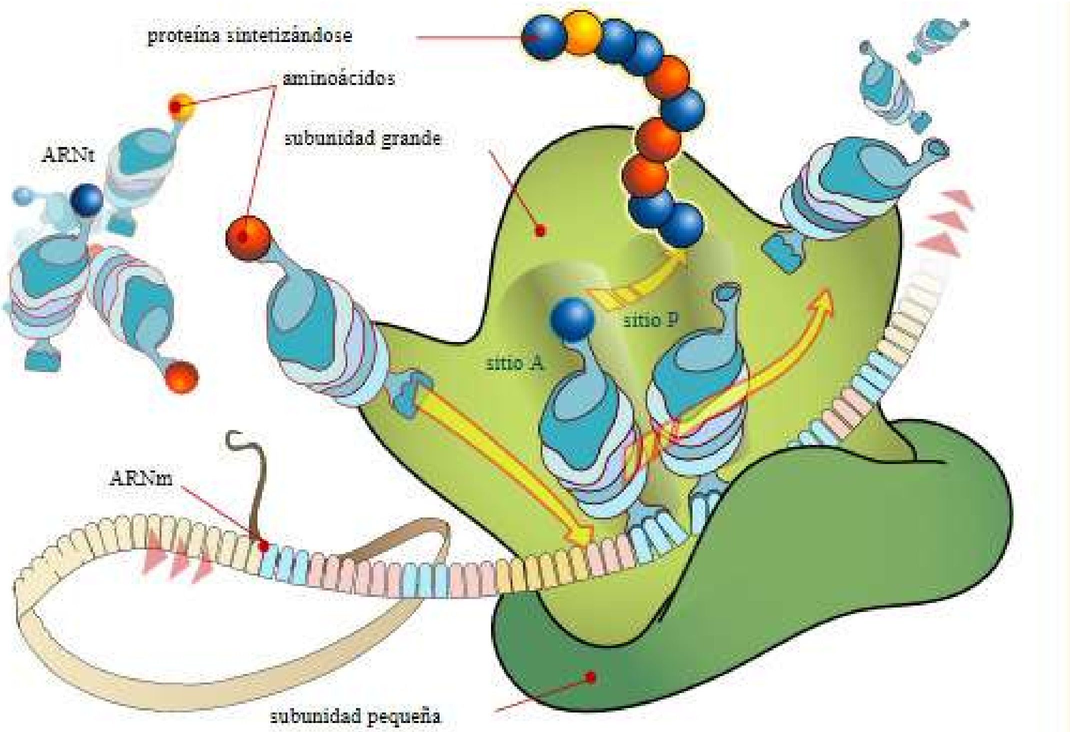


Imagen 33: Síntesis de proteínas. Fuente:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/Ribosome_mRNA_translation_es.svg
Autor: LadyofHats. Licencia: Dominio público.

Vídeo 7: Síntesis de proteínas. Fuente: Youtube
https://www.youtube.com/watch?v=VgZS_jhtF14

<u>Ejercicio 39</u>

¿Qué es la traducción?

4) Genética mendeliana

Desde que el hombre se hizo agricultor y ganadero, fue cruzando distintas variedades de seres vivos hasta obtener individuos con las características deseadas, aunque muchas veces, los descendientes de esos híbridos no conservaban los rasgos modificados.

Gregor Johann Mendel (1822-1884), fue un monje austriaco natural de Heizendorf, hoy Hyncice (actual República Checa), al que se le considera el **padre de la Genética** por ser el primer investigador que utilizó el método científico y expresó los resultados de los cruzamientos controlados que realizaba, en términos matemáticos o estadísticos.

De este modo, dedujo unas leyes que permiten comprender y predecir, en la mayor parte de los casos, cómo se produce la herencia de los caracteres. Aunque presentó sus conclusiones "Experimentos de hibridación de plantas" ante la Sociedad de Historia Natural de Brünn en 1865 y fueron publicadas en 1866, no fue hasta 1900, cuando otros autores, como **De Vries, redescubrieron las leyes de Mendel.**

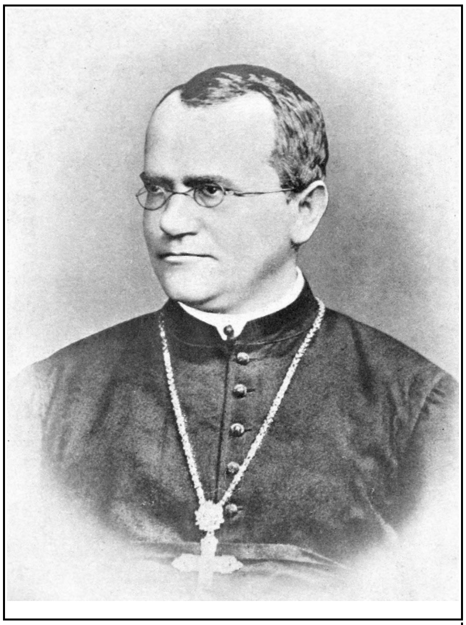


Imagen 34: Gregor Mendel (1822–1884). Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Gregor_Mendel#/media/File:Gregor_Mendel_oval.jpg. Autor: Bateson, William. Licencia: Dominio público.

Conceptos de genética.

Una determinada especie está formada por individuos que presentan unos rasgos comunes de aspecto (color del pelo, forma y color de los ojos, talla, peso, etc.), de comportamiento (agresividad, inteligencia, pautas sexuales), de fisiología (presencia de ciertas enzimas y hormonas, etc.), etc. La información sobre estos caracteres se encuentra en el ADN del núcleo, y se transmite de padres a hijos. Cada fragmento de ADN que contiene información para expresar un determinado carácter se llama **gen**, y un **cromosoma contiene** varios de estos **genes.**

Los **genes** contenidos en el ADN **aportan la información sobre los distintos caracteres del individuo. Cada carácter**, determinado por un gen, **puede tener varias alternativas distintas o alelos.** El **genotipo** es el **conjunto de genes del individuo.** La expresión de este genotipo, en función de un determinado ambiente, constituye el **fenotipo** del individuo. Es decir, el fenotipo **es lo que vemos de ese individuo**, si tiene ojos claros u oscuros, si tiene el pelo liso o rizado, etc. El fenotipo está influenciado por el ambiente, ya que lo puede modificar. El genotipo, en cambio, no está influenciado por el ambiente.

En los **seres diploides**, el ADN está agrupado en **pares de cromosomas**. En cada uno de estos pares, **un cromosoma procede del padre y otro de la madre** (**cromosomas homólogos**). **Cada gen aparece en los dos cromosomas de cada par, por lo que un determinado carácte**r está determinado por estos dos genes, que pueden ser iguales o diferentes. **Los alelos son los distintos tipos de genes posibles que puede haber para ese carácter.** Por ejemplo, el tener los ojos claros se debe a la acción de un alelo, y el tenerlos oscuros, a la acción de otro alelo distinto. Un individuo puede tener los dos alelos iguales, en el mismo par de cromosomas, o diferentes.

Si los dos alelos del par son iguales, se dice que el individuo es **homocigótico o raza pura para ese carácter**.

Si los dos alelos del par son distintos, se dice que el individuo es h**eterocigótico o híbrido para ese carácter**.

Los cromosomas homólogos son un par de cromosomas, uno procedente del padre y otro de la madre, que contienen los mismos genes, pero pueden tener diferentes alelos.

Como hemos visto, **el genotipo es el conjunto de genes de un individuo**. Pero no se manifiestan todos los alelos que tenemos, ya que cada carácter está determinado por dos alelos, y puede que uno de ellos no llegue a manifestarse. Por eso hay caracteres que quedan ocultos, sin manifestarse, pero sí se expresan en los fenotipos de abuelos y nietos.

Conceptos de genética que tenemos que tener claros
• **Gen**: es un fragmento de cromosoma responsable de la aparición de un carácter hereditario. La genética molecular define a un gen como un fragmento de ADN (secuencia de nucleótidos) responsable de la síntesis de una proteína.
• **Locus**. Es el lugar del cromosoma donde se sitúa el gen. En plural, se llama loci.
• **Genes homólogos**. Los cromosomas homólogos presentan loci equivalentes. Es decir, los dos tienen el gen con la información para el mismo carácter en la misma posición. Por tanto, en células diploides, cada carácter está regulado por dos genes.
• **Alelos**. Son cada uno de los diferentes genes posibles que se pueden localizar en un locus determinado. Dos alelos de cromosomas homólogos pueden contener la misma información o no.
• **Individuo homocigótico o raza pura** (para un carácter). Cuando los dos genes de cromosomas homólogos contienen la misma información, es decier, tienen el mismo alelo.
• **Individuo heterocigótico o híbrido** (para un carácter). Cuando los dos genes de cromosomas homólogos contienen distinta información, es decier, tienen dos alelos distintos.
• **Genotipo y fenotipo**. El genotipo es el conjunto de genes que tiene un individuo. El fenotipo de un individuo es el conjunto de caracteres que manifiesta. El fenotipo está determinado por el genotipo e influenciado por el ambiente.

En el siguiente vídeo explican los conceptos generales de la genética

Vídeo 8: Conceptos generales de genética.

Autor: Francisco Bueno Manso Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=FtHU4T3ofcE

4.1) Las leyes de Mendel

Primera ley de Mendel

Cuando se cruzan dos variedades de raza pura (homocigóticas, una AA y la otra aa) que difieren en un carácter, la descendencia es uniforme, presentando además el carácter dominante.

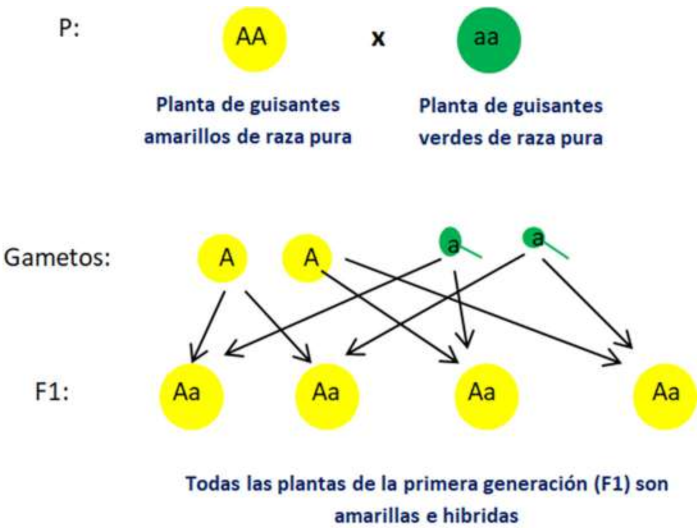


Imagen 35: Primera ley de Mendel

Fuente: Elaboración propia

Vídeo 9: Primera ley de Mendel. Fuente: Youtube.

https://www.youtube.com/watch?v=ruVX13I4Efs

Segunda ley de Mendel

Cuando se cruzan entre sí dos individuos heterocigoticos (Aa) de la primera generación (F1), reaparecen en la F2 los caracteres recesivos que no se manifestaron en la F1 en una proporción de 3:1.

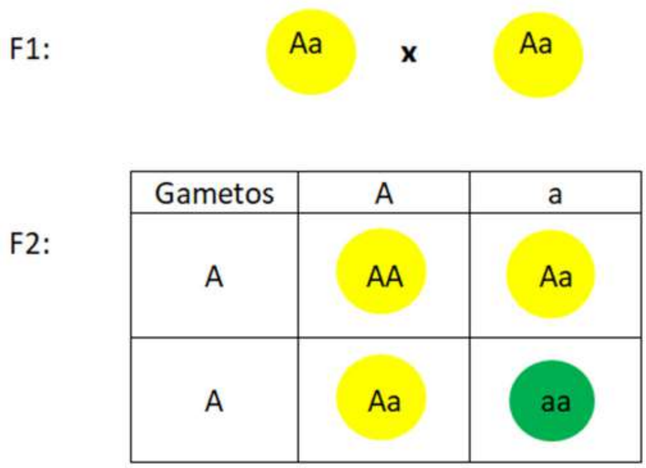


Imagen 36: Segunda ley de Mendel
Fuente: Elaboración propia.

Vídeo 10: Segunda ley de Mendel. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=_PXczHlqMdc

Tercera ley de Mendel

En la transmisión de dos o más caracteres, cada par de alelos que controla un carácter se trasmite de forma independiente de cualquier otro par de alelos que controlen otro carácter.

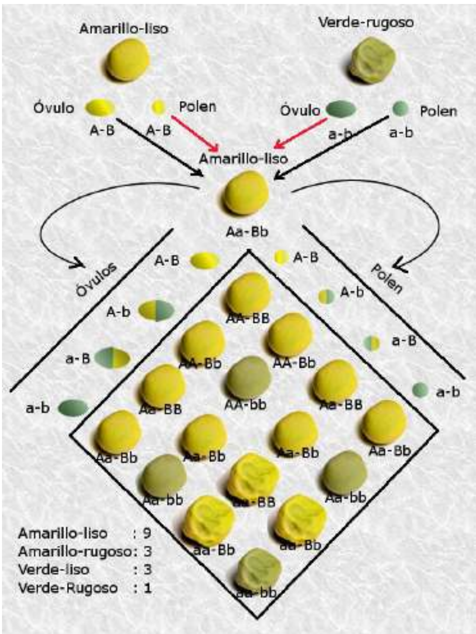


Imagen 37: Tercera ley de Mendel. Fuente: https://commons.wikimedia.org/w/index.php?search=cruzamiento+dihibrido&title=Special:Search&go=Go&searchToken=3jsa25dmtmd02w0ys60h649lz#/media/File:MendelCruzamientosDihibridos.jpg

Autor: Alejandro Porto. Licencia: Creative commons (CC).

Video 11: Tercera ley de Mendel. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=xKn7hCgid0Y

4.1.1) Problemas de genética mendeliana

Cómo resolver los problemas de genética

- Primero deberemos **leer atentamente el problema y analizar todos los datos que nos dan**. Anotaremos los genotipos y fenotipos de progenitores y descendientes que conozcamos.
- Tenemos que señalar cómo hemos denominado a los alelos, **reconociendo cuál es el alelo dominante y cuál es el recesivo. Representaremos el carácter dominante con una letra mayúscula, y el carácter recesivo con la misma letra, pero minúscula**. Por ejemplo, si el color negro es dominante sobre el blanco, podremos llamar N al color negro y n al color blanco.
- **El cruce entre los dos progenitores se representa poniendo el genotipo de los padres** (los dos alelos, primero el dominante si se trata de un individuo heterocigótico), **y entre ellos una x**. Por ejemplo, Aa x Aa, indica el cruce entre dos individuos heterocigóticos para ese carácter.
- **Indicamos los posibles gametos** (siempre haploides) **que puede aportar cada progenitor a sus descendientes**. En el ejemplo, cada progenitor aportará gametos con A y otros, con a.
- Habrá que **observar las posibles uniones que se pueden producir entre los gametos** de cada uno de los progenitores. Cuando el problema es complicado, es aconsejable hacer un cuadro de Punnet en el que veamos todas las posibles uniones entre los gametos aportados por los progenitores.

- En el cuadro de Punnet, se puede observar todos los genotipos y fenotipos posibles resultante del cruce que estamos analizando. **En la solución del problema habrá que indicar siempre los genotipos y fenotipos obtenidos, a no ser que pregunten otra cosa.**

Problema de genética resuelto. 1ª Ley de Mendel

1. ¿Qué descendencia se obtendrá si cruzamos dos plantas de guisantes de raza pura, una de tallo alto, con otra de tallo bajo? El alelo tallo alto es dominante sobre el alelo tallo bajo.

- **Datos** *una vez que hemos entendido el enunciado escribimos los datos, elegimos una letra, la que queramos, en este caso pondremos:*

  A -- Tallo alto

  a-- Tallo bajo

  A> a ***A*** *domina sobre* ***a***

  Las plantas son de raza pura, entonces una será **AA** y la otra **aa**.

Una vez que tenemos los datos ponemos el cruce que dice el enunciado, la de tallo alto se cruza con la de tallo bajo.

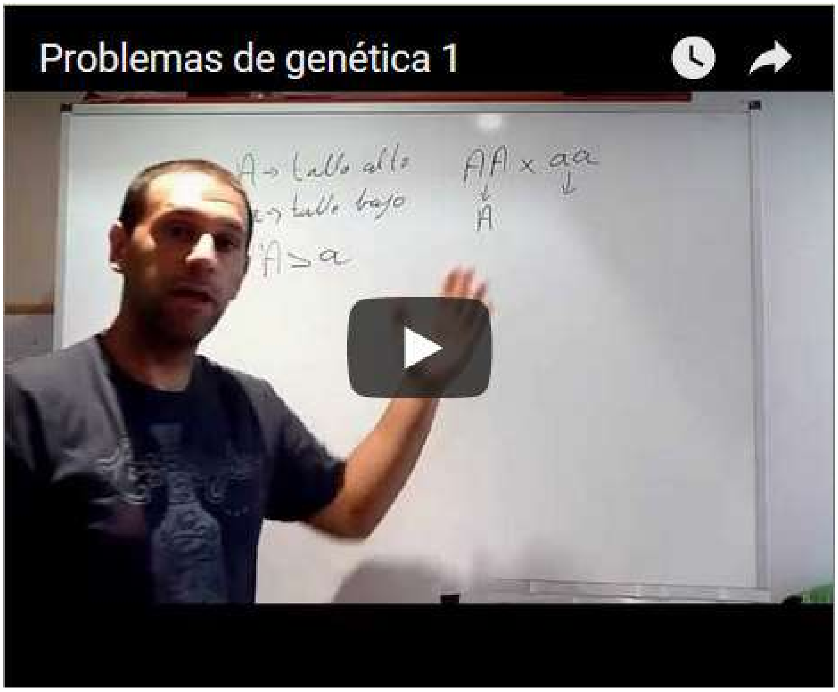
- P: **AA** x **aa** — *Vemos los gametos que van a producir:*

  la alta producirá gametos ***A***

  la baja gametos ***a.***

- Gametos: **A** x **a** — Se unen los gametos, los descendientes son ***Aa.***
- F1: **Aa** Tallo alto

Vídeo en el que se explica cómo hacer este problema



Vídeo 12: Problema resuelto de la 1ª ley de Mendel. Fuente: Youtube.

https://www.youtube.com/watch?v=Ac2E1-FMjV4

SOLUCIÓN:

- **Genotipo: todos los descendientes son heterocigóticos AA**
- **Fenotipo: Todos los descendientes son altos**

Problema de genética resuelto. 2ª Ley de Mendel

Cruzamos la F1 del problema anterior entre sí. ¿Qué fenotipos y genotipos tendrán los descendientes?

- **Datos**

  A--Tallo alto
  a--Tallo bajo
  A > a
  Los individuos que se cruzan son heterocigóticos **Aa**

Como en el problema anterior una vez que tenemos claro el enunciado y los datos ponemos el cruce:

P: **Aa x Aa**

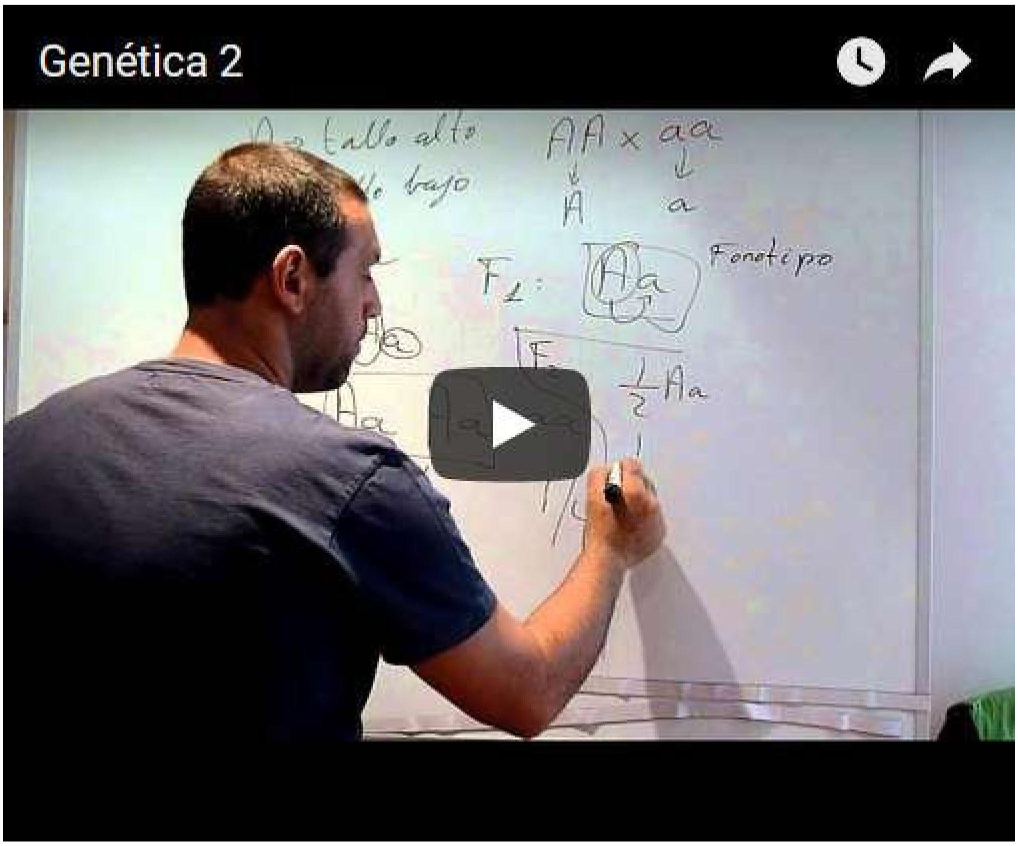
Gametos: **A a A a** *cada progenitor produce dos tipos de gametos A y a. Podemos hacer la unión de gametos directamente o en cuadro de Punnet, lo vamos a hacer en el cuadro:*

gametos	**A**	**a**
A	**AA** Alto	**Aa** Alto
a	**Aa** Alto	**aa** Bajo

SOLUCIÓN:

- **Genotipo: 1 homocigótico dominante (AA); 2 heterocigóticos (Aa) y 1 homocigótico recesivo (aa)**
- **Fenotipo: 3 altos y 1 bajo**

Vídeo donde se explica cómo hacer este problema



Vídeo 13: Problema resuelto de la 2ª ley de Mendel. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=Vi42wry-k0I

Problema de genética resuelto. 3ª Ley de Mendel

Se cruzan dos plantas dihíbridas (diheterocigóticas) altas, con flores moradas. Indica los genotipos y los fenotipos de su descendencia, sabiendo que el alelo del tallo alto domina sobre el del bajo y el alelo de las flores moradas domina sobre el de las blancas.

Una vez que hemos entendido el enunciado ponemos los datos.

- **Datos** *decidimos que letras le vamos a poner a cada alelo. Recuerda puedes poner cualquier letra, pero al dominante mayúscula y al recesivo la misma en minúscula.*

  A alelo de planta alta

  a alelo planta baja

  A>a

  B alelo flores moradas

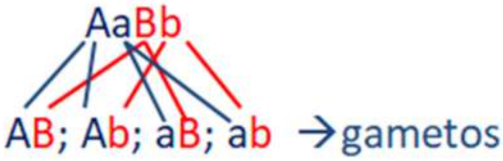
  b alelo flores blancas

  B>b

El problema nos habla de dihíbridos, por tanto quiere decir que las plantas tendrán un alelo dominante y uno recesivo para cada característica, por tanto serán: **AaBb**

Ahora planteamos el problema:

P: **AaBb x AaBb** *Ahora tenemos que ver que gametos se forman para ello tenéis que hacer todas las combinaciones posibles entre los alelos que tiene:*



como las dos plantas son iguales las dos forman los gametos anteriores, ahora hacemos un cuadro de Punnet donde pondremos todos los gametos.

gametos	**AB**	**Ab**	**aB**	**ab**
AB	AABB alta morada	AABb alta morada	AaBB alta morada	AaBb alta morada
Ab	AABb alta morada	AAbb alta blanca	AaBb alta morada	Aabb alta blanca
aB	AaBB alta morada	AaBb alta morada	aaBB baja morada	aaBb baja morada
ab	AaBb alta morada	Aabb alta blanca	aaBb baja morada	aabb baja blanca

SOLUCIÓN:

- **Los genotipos se ven en el cuadro de Punnet**
- **Los fenotipos son 9 altas moradas, 3 altas blancas, 3 bajas moradas y 1 baja blanca**

Vídeo donde se explica cómo hacer este problema

Vídeo 14: Problema resuelto de la 3ª ley de Mendel. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=XAA-3Msv_XM

En el siguiente vídeo explican otros problemas de genética mendeliana:

Vídeo 15: Problemas de genétia: ovejas y pimientos.
Autor: Francisco Bueno Manso Fuente: Youtube
https://www.youtube.com/watch?v=-S9hiEqX_RI

Ejercicio 40

Una cobaya de pelo blanco, cuyos padres son negros, se cruza con otra cobaya de pelo negro, nacida de un padre de pelo negro y una madre de pelo blanco. ¿Cómo serán los genotipos de las cobayas que se cruzan y de su descendencia?

Ejercicio 41

Un perro de pelo rizado y una perra de pelo rizado tuvieron un cachorro de pelo liso y otro de pelo rizado. ¿Cómo será el genotipo de la pareja y de los cachorros? El pelo rizado (R) domina sobre el liso (r).

¿Cómo se podría saber si el cachorro de pelo rizado es de raza pura para ese carácter mediante un solo cruzamiento?

Ejercicio 42

En una determinada especie de plantas el color azul de la flor, (A), domina sobre el color blanco (a).

¿Cómo serán los descendientes del cruce de plantas de flores homocigóticas azules con plantas de flores blancas, también homocigóticas?

Ejercicio 43

Algunos tipos de miopía dependen de la existencia de un gen dominante (A), mientras que el gen para la vista normal es recesivo (a).

¿Qué genotipos y fenotipos tendrán los hijos de un hombre con visión normal y de una mujer miope heterocigótica?

Ejercicio 44

El que los humanos puedan "hacer el capazo con la lengua" o "enrollar la lengua en U" depende de un gen dominante (L), mientras que el gen que determina no poder plegarla es recesivo (l). Ramón sí que puede enrollarla, pero María, su mujer, no puede hacerlo. José, el padre de Ramón, tampoco puede enrollarla.

¿Qué probabilidad hay de que los hijos de Ramón y María puedan enrollar su lengua en U?

Ejercicio 45

En los humanos, el pelo en pico (o pico de viuda) depende de un gen dominante (W), mientras que el gen que determina el pelo recto es recesivo (w).

¿Cómo serán los hijos de un hombre con pelo en pico, homocigótico, y de una mujer con pelo recto, homocigótica?

Ejercicio 46

La aniridia (dificultades en la visión) en el hombre se debe a un factor dominante (A). La jaqueca es debida a otro gen también dominante (J). Un hombre que padecía de aniridia y cuya madre no, se casó con una mujer que sufría jaqueca, pero cuyo padre no la sufría. Ni el hombre tenía jaqueca, ni la mujer aniridia. ¿Qué proporción de sus hijos sufrirán ambos males?

Ejercicio 47

Supongamos que en los humanos, la herencia del color del pelo y de los ojos es sencilla y está determinada por dos genes autosómicos con las siguientes relaciones: Color marrón de los ojos (A) dominante sobre el azul (a) y cabello oscuro (B) dominante sobre el cabello rubio (b).

a) **Un hombre de ojos marrones y pelo oscuro se casa con una mujer de ojos azules y pelo oscuro y tienen 2 hijos, uno de ojos marrones y pelo rubio y otro de ojos azules y pelo oscuro. Indique razonadamente los genotipos de los padres y de los hijos.**

b) **Si el hombre del apartado anterior de ojos marrones y cabello oscuro se casara con una mujer de ojos azules y pelo rubio. ¿Qué genotipos y fenotipos podrían tener los hijos de la pareja?**

4.2) La herencia del sexo y ligada al sexo

En los organismos eucariotas existen dos series de cromosomas que pueden agruparse en parejas de homólogos. Estos cromosomas son iguales en su forma y tamaño salvo en el caso de dos de ellos que son diferentes según el sexo del individuo; son los denominados **cromosomas sexuales**.

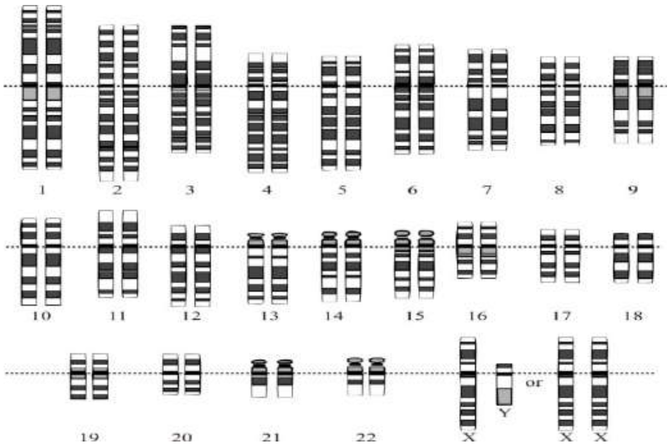


Imagen 38: Cariotipo de una mujer.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Genoma_humano#/media/File:Karyotype.png.
Autor: National Human Genome Research Institute. Licencia: Creative commons (CC).

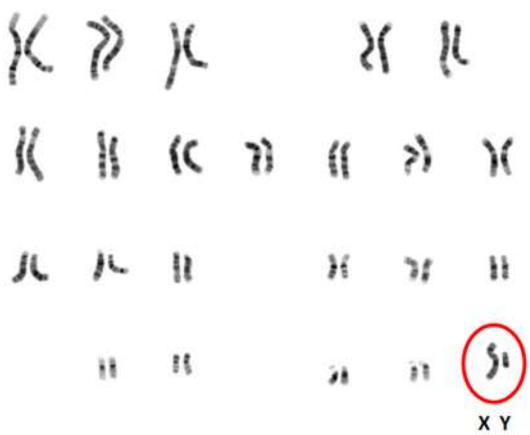


Imagen 39: Cariotipo de un hombre.
Fuente: Adaptación de https://es.wikipedia.org/wiki/Cariotipo.
Autor: Courtesy. Licencia: Dominio público

En los mamíferos, las **hembras los tienen los cromosomas sexuales iguales**, llamándose a su genotipo **XX** mientras que en los **machos los tienen distintos,** su genotipo es **XY**.

Herencia del sexo en los mamíferos.

La **hembra** en sus **óvulos** tiene el **cromosoma X**, mientras que los **machos** pueden formar **espermatozoides** de dos tipos, **unos** tienen el **cromosoma X** y **otros tienen el Y**. Si cruzamos un macho y una hembra la descendencia será la mitad hembras y la mitad machos, como se ve en la imagen.

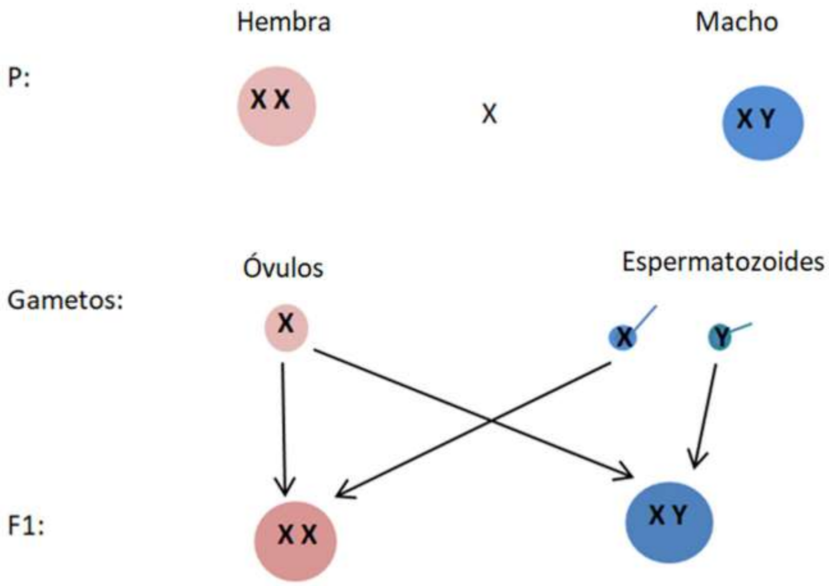


Imagen 40: Herencia del sexo. Fuente: Elaboración propia

Como se ve en la imagen el **responsable del sexo de los descendientes es el macho**, si el espermatozoide que se une al óvulo lleva el cromosoma X la pareja tendrá una hembra, pero si se une el espermatozoide que lleva el cromosoma Y, tendrá un macho.

Herencia ligada al sexo

Los genes cuyos loci están en el mismo cromosoma, tienden a heredarse juntos, son los **genes ligados**. Si estos **genes están en un cromosoma sexual**, hablaremos de **herencia ligada al sexo**.

Al ser distintos los cromosomas sexuales X e Y, los genes cuyos loci están en estos cromosomas se transmiten de distinto modo en machos y en hembras.

El cromosoma X, además de contener genes responsables de los caracteres sexuales, también contiene genes con información para otros caracteres. Las hembras (XX) necesitan ser homocigóticas recesivas para manifestar el fenotipo del carácter recesivo, pero si son heterocigóticas, aunque no manifiesten ese carácter, sí pueden transmitirlo a sus descendientes. Se dice entonces que la hembra es portadora para ese carácter. Los machos (XY), en cambio, pueden que tengan un segmento del cromosoma X sin el homólogo correspondiente del cromosoma Y, por ser éste más pequeño. En este caso, bastará con que aparezca el carácter recesivo en ese segmento de cromosoma X para que se manifieste. El macho, no podrá ser únicamente portador, como sucedía en las hembras.

A este tipo de herencia se le conoce como herencia ligada al sexo. Dos casos muy conocidos son el del daltonismo y la hemofilia, que se transmiten del mismo modo, salvo que las mujeres hemofílicas no suelen llegar a nacer. En los dos casos se debe a un alelo recesivo situado en el segmento diferencial del cromosoma X.

En el cuadro siguiente puedes ver los posibles genotipos y fenotipos para el daltonismo y la hemofilia.

DALTONISMO		**HEMOFILIA**	
MUJERES	HOMBRES	MUJERES	HOMBRES
X^DX^D= visión normal	XDY = visión normal	XHXH=normal	XHY=normal
X^DX^d = visión normal, portadora de daltonismo	XdY=daltónico	XHXh=normal, portadora de hemofilia	XhY=hemofílico
X^dX^d= daltónica		XhXh=hemofílica	

Los cromosomas sexuales, además de tener los genes relacionas con el sexo, contienen otros genes para caracteres somáticos (no sexuales), cuya manifestación en el fenotipo dependerá del sexo del individuo por estar localizados en el cromosoma X o Y.

La hemofilia y el daltonismo, como otras alteraciones, se deben a la presencia de un alelo recesivo ligado al cromosoma X. Por tanto, los hombres nunca podrán ser heterocigóticos, pues tendrán o el alelo dominante o el recesivo, siendo personas sanas o enfermas, respectivamente. Las mujeres, en cambio, podrán ser homocigóticas dominantes (personas normales), heterocigóticas (normales, pero portadoras del alelo recesivo causante de la enfermedad), y homocigóticas recesivas (daltónicas o, en el caso de la hemofilia, es letal en homocigosis, por lo que no existen hemofílicas).

Representaremos el alelo D, dominante, como X^D, y el alelo recesivo, X^d, que es el que determina estos caracteres.

4.2.1) Problemas de herencia ligada al sexo

Para resolver los problemas de herencia ligada al sexo, seguiremos las indicaciones del apartado problemas de genética mendeliana, pero tendremos en cuenta que los alelos los pondremos como superíndice del cromosoma X, ya que están ligados a él. Por ejemplo: si D=visión normal y d=daltónico, los tendremos que poner X^D = visión normal y X^d = daltónico; ya que la herencia no es igual en las mujeres que en los hombres

Problemas resueltos de daltonismo

1. El daltonismo está determinado por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer normal no portadora?

DATOS	CRUCE	SOLUCIÓN
X^D = visión normal X^d= daltónico $X^D > X^d$ El hombre daltónico será X^dY La mujer no portadora X^DX^D.	**Cruce:** X^dY x X^DX^D **Gametos**: Hombre X^d Y Mujer X^D **F1**: X^DX^d X^DY	**Fenotipo:** • **Todas las hijas serán portadoras (con visión normal).** • **Todos los hijos tendrán visión normal.**

2. El daltonismo está determinado por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer no daltónica, hija de un hombre daltónico? El hombre daltónico será X^dY. La mujer,

DATOS	CRUCE	SOLUCIÓN
X^D = visión normal X^d= daltónico $X^D > X^d$ El hombre daltónico será **X^dY.** La mujer al ser hija de un daltónico que le transmitió la **X^d, será X^DX^d.**	Cruce: XdY x X^DX^d Gametos: X^d Y X^D X^d F1: X^DX^d X^dX^d X^DY X^dY	**Genotipo/Fenotipo** **X^DX^d/ mujer normal.** **X^dX^d / mujer daltónica.** **X^DY /hombre normal.** **X^dY/ hombre daltónico.**

Problemas resueltos de hemofilia

1. La hemofilia está determinada por un gen recesivo ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre normal (X^HY) y una mujer portadora (X^HX^h)?

DATOS	CRUCE	SOLUCIÓN
X^H = normal X^h= hemofílico $X^H > X^h$ Padres: • hombre normal (X^HY) • mujer portadora(X^HX^h)	Cruce: X^HY x X^HX^h Gametos: X^H Y X^H X^h F1: X^HX^H X^HX^h X^HY X^hY	**Genotipo/Fenotipo** **X^HX^H/ mujer normal.** **X^HX^h / mujer normal (portadora).** **X^HY /hombre normal.** **X^hY/ hombre hemofílico.**

2. Una mujer no hemofílica, cuyo padre sí lo era, se emparejó con un hombre no hemofílico.

a. **¿Cuál es la probabilidad de que tengan un hijo varón hemofílico?**
b. **¿Cuál es la probabilidad de que tengan una hija hemofílica?**
c. **¿Cuál es el genotipo de la descendencia?**
d. **¿Cómo se transmite esta enfermedad?**

DATOS	CRUCE	SOLUCIÓN
X^H = normal X^h= hemofílico $X^H > X^h$ Padres: • Mujer X^HX^h (portadora, ya que el padre era hemofílico X^hY) • Hombre X^HY	Cruce: X^HY x X^HX^h Gametos: • Hombre: X^H Y • Mujer: X^H X^h F1: X^HX^H ; X^HX^h ; X^HY; X^hY	**a) ¿Cuál es la probabilidad de que tengan un hijo varón hemofílico?** El 50% de los hijos varones será hemofílico **b) ¿Cuál es la probabilidad de que tengan una hija hemofílica?** Ninguna. Las hijas serán sanas, la mitad portadoras. **c) ¿Cuál es el genotipo de la descendencia?** 25% XhXH, 25% XhY, 25% XHXH, 25% XHY **d) ¿Cómo se transmite esta enfermedad?** Se trata de una enfermedad ligada al sexo, concretamente al cromosoma X.

Ejercicio 48

En humanos, la presencia de una fisura en el iris está regulada por un gen recesivo ligado al sexo (Xf). De un matrimonio entre dos personas normales nació una hija con dicha anomalía. El marido solicita el divorcio alegando infidelidad de la esposa.

Explica el modo de herencia del carácter, indicando los genotipos del matrimonio y a qué conclusión debe llegar el juez en relación con la posible infidelidad de la esposa, teniendo en cuenta el nacimiento de la hija que presenta la fisura.

Ejercicio 49

a) ¿Puede un hijo normal tener un padre daltónico? ¿Y una madre?

b) ¿Pueden unos padres normales tener un hijo daltónico? ¿Y una hija?

Ejercicio 50

El daltonismo depende de un gen recesivo (d) (situado en el cromosoma X). Una mujer de visión normal cuyo padre era daltónico, se casa con un varón de visión normal cuyo padre también era daltónico. ¿Qué tipo de visión normal cabe esperar de la descendencia?

Ejercicio 51

a) ¿Cómo serán los hijos varones de una mujer normal y portadora de la hemofilia y un hombre hemofílico?

b) ¿Qué probabilidad hay de que tengan una hija portadora de la hemofilia?

Ejercicio 52

Un gen recesivo ligado al sexo determina la hemofilia en la especie humana. Una mujer no hemofílica, cuyo padre sí lo era, se empareja con un hombre no hemofílico.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un hijo varón hemofílico?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga una hija hemofílica?

5) Mutación genética

Si se produce un **cambio en la información genética contenida en el ADN de las células**, se dice que se produce una **mutación genética**. Estas alteraciones **se pueden producir en la duplicación del ADN** o en los mecanismos naturales de reparación de errores en la duplicación, o por fallos en el reparto de cromosomas durante la división celular. Pero también **se pueden deber a otros agentes mutagénicos, como radiaciones, sustancias químicas**, etc.

Tipos de mutaciones

Las mutaciones se pueden clasificar de varias formas.

- Según **el ADN afectado** se distinguen estas mutaciones:
    - Mutación génica o puntual. Son mutaciones que afectan sólo a la secuencia de nucleótidos de un gen. Se producen cambios en las bases nitrigenados, sustituyéndose una por otra, o perdiendo o ganando alguna base nitrogenada, lo que provoca cambios en la estructura del ADN.

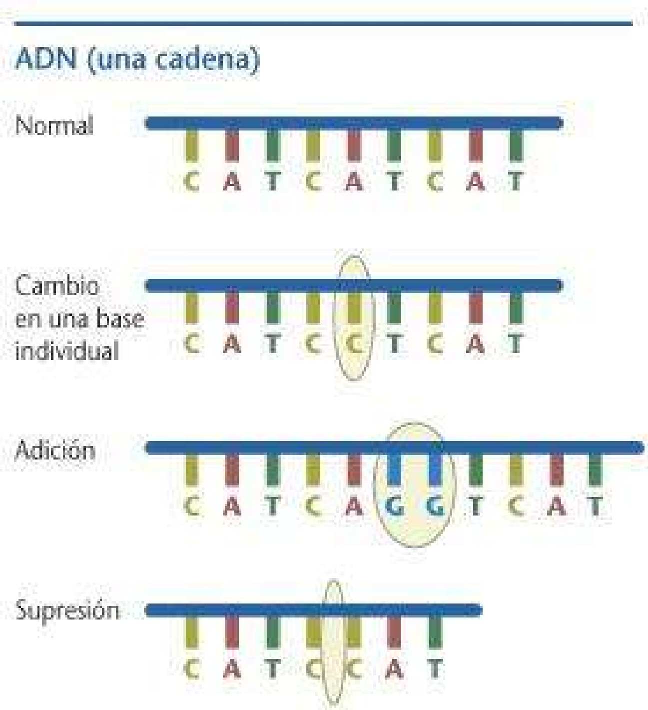


Imagen 41: Mutación ADN.
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMutaci%C3%B3n_ADN.jpg.
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- Mutación cromosómica. Se producen alteraciones en la estructura del cromosoma, bien porque se ha perdido algún segmento de un cromosoma, se intercambian fragmentos con otros cromosomas, etc.

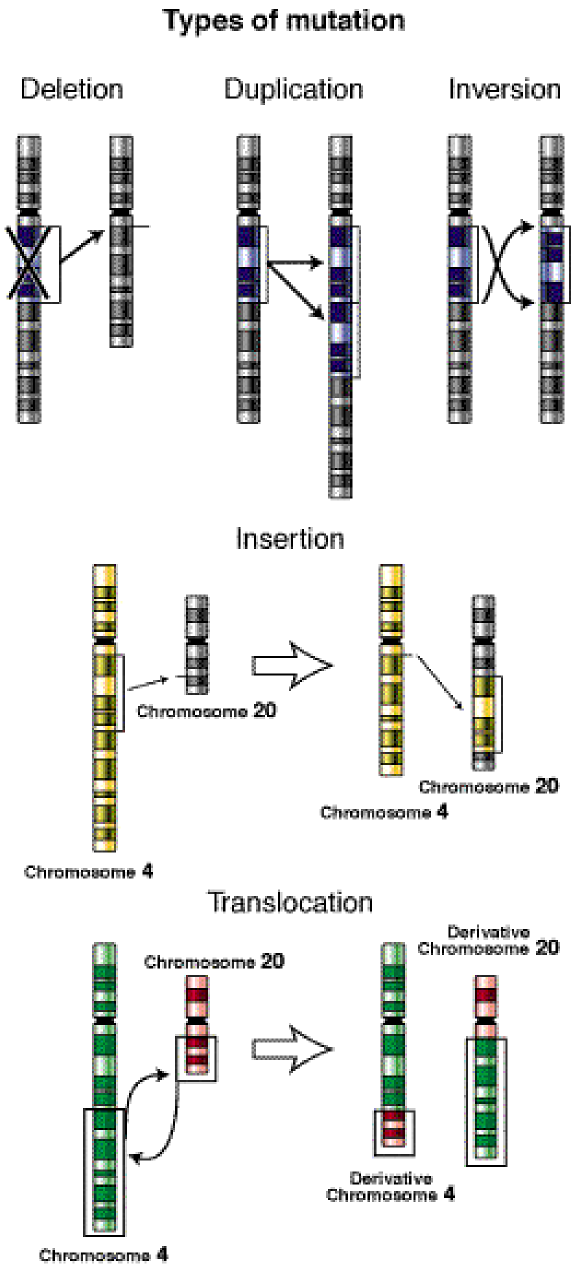


Imagen 42: Mutación ADN.
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ATypes-of-mutation.png.
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público.

- Mutación genómica. Afecta al cromosoma entero, alterando el número de cromosomas (genoma) del individuo, con algún cromosoma de más o de menos respecto al número normal de cromosomas de su especie.

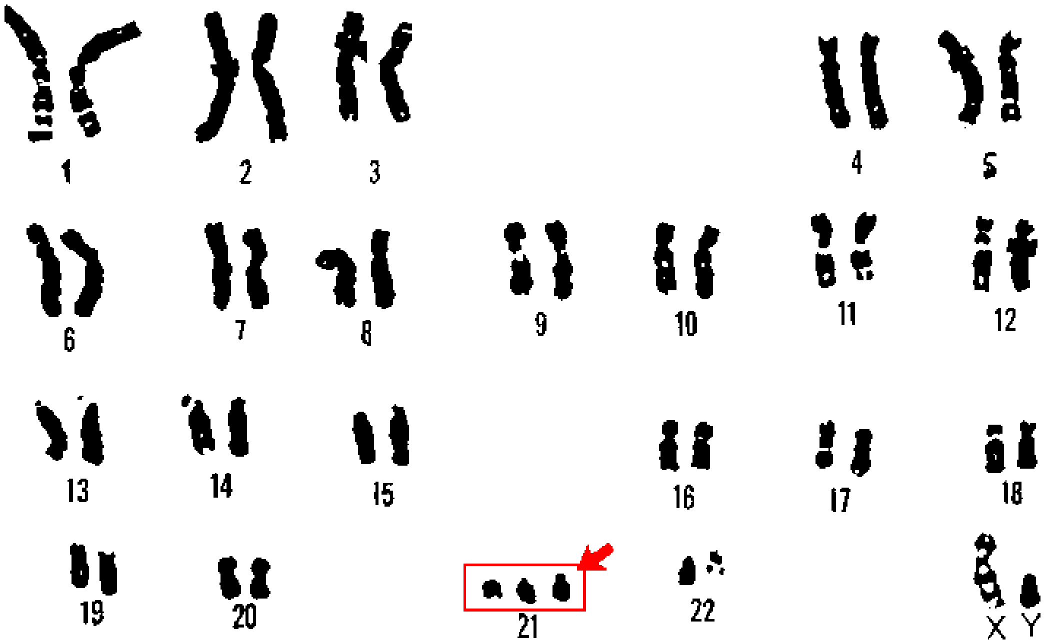


Imagen 43: Síndrome de Down.
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADndrome_de_Down
Autor: U.S. Department of Energy Human Genome Program. Licencia: Dominio público.

- Según el **origen del mutación** se distinguen estas mutaciones:
  - Mutación espontánea. No son frecuentes, y se producen por causas naturales, como por un error en la replicación del ADN.
  - Mutación inducida. Causadas por la exposición a determinados agentes mutágenos, presentes en el medio ambiente, como las radiaciones (rayos gamma, UV, X), sustancias químicas (ácido nitroso, humo del tabaco), o algunos virus.

Consecuencias de las mutaciones

La principal consecuencia de las mutaciones es la aparición de nuevos alelos que originarán distintos fenotipos.

Las mutaciones **pueden ser**:

- Mutaciones neutras o inocuas, si no producen efectos, ni beneficios ni perjuicios, al organismo que las tiene.
- Mutaciones negativas, si causan daños al individuo que las porta, incluso puede causarle la muerte.
- Mutaciones beneficiosas. Los nuevos fenotivos pueden aumentar la probabilidad de supervivencia del organismo y de reproducirse, ya que proporcionan mejores características que le permiten adaptarse al medio ambiente.

La selección natural hace que tengan mayor probabilidad de **sobrevivir aquellos individuos que estén mejor adaptados a las condiciones del ambiente**, y que aquellos que estén peor adaptados, tengan más dificultades para sobrevivir.

Las mutaciones tienen importancia biológica, ya que **son una fuente de variabilidad o diversidad genética de las poblaciones y permite la evolución de las especies.**

Ejercicio 53

¿Qué es una mutación?

Ejercicio 54

¿Qué tipos de mutaciones existen según el ADN afectado?

Ejercicio 55

¿Qué relación existe entre las mutaciones y la evolución?

6) Enfermedades genéticas

Bajo este epígrafe se recogen todas aquellas alteraciones de nuestra salud que se deben al mal funcionamiento de un gen determinado, bien porque produce una proteína defectuosa, no funcional, o bien porque no llega a producir la proteína.

Según estimaciones actuales, al menos el 10% de los recién nacidos padecen, o padecerán en el curso de la vida, alguna enfermedad de tipo total o parcialmente genético. Algunas personas sanas pueden tener alteraciones en su material hereditario capaces de provocar enfermedades a su descendencia.

El genoma humano existe entre 30.000 genes diferentes, lo que implica la existencia de, al menos, 30.000 enfermedades genéticas, sin tener en cuenta las posibles interacciones génicas que también existen.

En cada cromosoma se pueden encontrar secuencias alteradas responsables de enfermedades genéticas.

Estas enfermedades se deben al mal funcionamiento de un gen, bien desde el nacimiento, tratándose entonces de una **enfermedad CONGÉNITA y HEREDITARIA**, o bien por alguna alteración a lo largo de la vida del individuo, por la acción de agentes mutagénicos, de virus, etc., siendo entonces **enfermedades ADQUIRIDAS** que sólo pueden ser hereditarias si afectan al tejido germinal encargado de formar los óvulos y los espermatozoides; cualquier alteración que sólo afecte a células somáticas no podrá ser hereditaria.

Causas de las enfermedades genéticas

Las principales causas del desarrollo de enfermedades genéticas se pueden resumir en las siguientes:

1. Genes trasmitidos de padres a hijos.
2. Anomalías en el número o en la estructura de los cromosomas.
3. Trastornos debidos a la combinación de factores genéticos y ambientales.
4. Exposición a medicamentos tóxicos, radiaciones, virus o bacterias durante el embarazo.

Personas de riesgo

- Las parejas que han tenido un hijo con alguna enfermedad hereditaria.
- Las personas que padecen una enfermedad genética y quieren tener hijos.
- Las mujeres que presentan dificultades repetidas para culminar sus embarazos.
- Las mujeres mayores de 35 años y los hombres mayores de 50 años.
- Las personas que tienen antecedentes familiares de enfermedades hereditarias.
- Las parejas consanguíneas.
- Las personas que han estado en contacto con agentes capaces de producir mutaciones (radiaciones, sustancias químicas, etc).

Algunas enfermedades genéticas frecuentes

- **Cáncer**: Enfermedad cuyas causas no pueden ser atribuidas a una sola razón, pero parte de los variados tipos de cáncer tiene su origen en ciertos genes llamados ONCOGENES, que desencadenan la independización de algunas células que empiezan a dividirse y a utilizar recursos y espacios de células sanas, llegando a destruir los órganos que afectan, pudiendo, además, extenderse a otros órganos (METÁSTASIS).
- **Enfermedad de Alzheimer**: Provoca la degeneración del sistema nervioso central a nivel del encéfalo, lo cual origina la pérdida de diversas capacidades humanas, desde la memoria, hasta las funciones motoras y sensitivas.
- **Distrofia de Duchenne**: Enfermedad progresiva que provoca la degeneración de la musculatura esquelética.
- **Hipercolesterolemia**: Aumento de los niveles de colesterol en sangre, responsable de la formación de placas arteriales, trombos, etc.
- **Enfermedad de Tay-Sachs**: Enfermedad metabólica que impide el desarrollo del sistema nervioso.
- **Trisomía del 21**: Conocida como Síndrome de Down o mongolismo, se caracteriza por serios problemas físicos, incluyendo trastornos cardíacos y retraso mental.
- **Hemofilia**: Incapacidad de coagular la sangre.

Ejercicio 56

Según la imagen, localiza las siguientes enfermedades en su cromosoma correspondiente:

Mapa genómico humano con algunas de las enfermedades genéticas conocidas. Se indica el estado de conocimientos de 1994 sobre pruebas de diagnóstico.

Imagen 44: Mapa genómico humano. Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/Genetica2/imagenes/enfermedades.gif. Autor: Desconocido. Licencia: Desconociada.

- Anemia falciforme, se encuentra en el cromosoma ______
- Hemofilia, se encuentra en el cromosoma ______
- Cáncer de mama, se encuentra en el cromosoma ______
- Enfermedad de Tay-Sachs, se encuentra en el cromosoma ______
- Enfermedad de Alzheimer, se encuentra en el cromosoma ______

7) La ingeniería genética (cortar y pegar ADN)

- **La ingeniería genética** es el conjunto de técnicas en la manipulación del ADN de organismos con el propósito de que sea aprovechable para las personas. De este modo, ha sido posible modificar el ADN de algunos organismos para poder diseñarlos con unas características determinadas.

Mediante la ingeniería genética **se puede quitar o añadir uno o más genes a un organismo**, aumentar el número de moléculas de ADN, clonar células e individuos completos, crear organismos genéticamente modificados (OGM), etc.

Algunas de las **herramientas** más importantes **para manipular el ADN** en el laboratorio son:

- **Enzimas de restricción**. Proteínas que permiten cortar el ADN por donde deseemos. Así, se puede aislar un gen determinado.
- **ADN ligasas**. Enzimas que permiten ligar (unir) distintos fragmentos de ADN.
- **Vectores de transferencia**. Moléculas de ADN que se pueden reproducir y se utilizan para transportar genes, como los plásmidos bacterianos.

Tecnología del ADN recombinante

1. Primero se **identifica y localiza el gen que interesa en el ADN**. Las enzimas de restricción se encargan de cortar los segmentos del gen deseado.
2. **El fragmento seleccionado se une al vector de transferencia** (un plásmido bacteriano) con ayuda de las enzimas ADN ligasas, obteniéndose un fragmento de ADN híbrido o recombinante.
3. Esta **molécula de ADN se transfiere a la célula hospedadora**, donde se replica y transmite a las células hijas el ADN recombinado. Así se ha creado un clon de células que contienen el gen de otra célula distinta.

Con esta técnica se ha conseguido, por ejemplo, que bacterias tengan los genes humanos necesarios para sintetizar insulina, o que ratones produzcan hormona del crecimiento humano. También se ha conseguido que algunas plantas, como patata o fresa, puedan soportar mejor las heladas, por ejemplo.

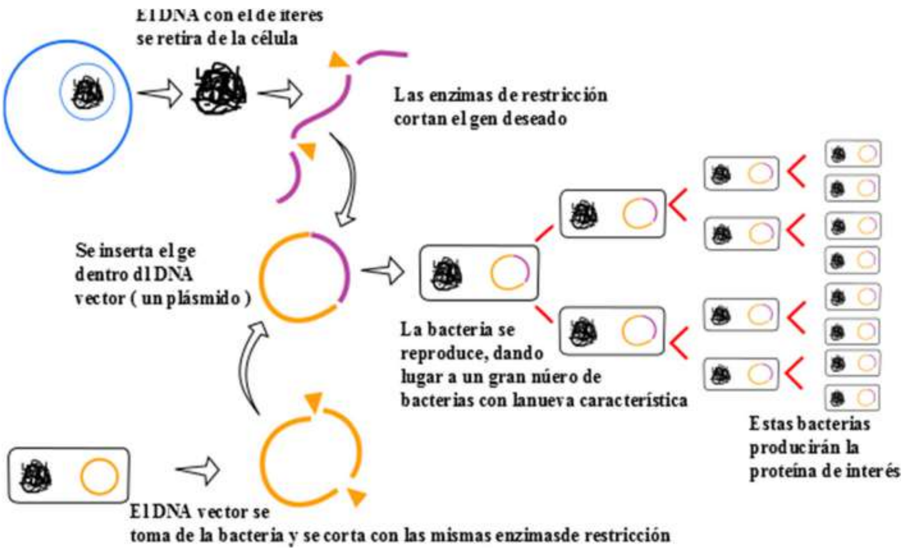


Imagen 44: Tecnología del ADN recombinante.
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ADna_ligasa.png.
Autor: BQUB14-Mtejado. Licencia: Creative commons (CC).

¿Para qué se utiliza la ingeniería genética?

La ingeniería genética se utiliza para crear organismos genéticamente modificados (OGM) con distintas finalidades:

- **En la industria agrícola y ganadera, creando OGM que**:
  - Resistan las plagas y sequías.
  - Resistan las bajas temperaturas.
  - Resistan las variaciones de salinidad.
  - Obtengan una mayor producción.
  - Produzcan sustancias, como vitaminas o proteínas, que no posea el organismo sin modificar.
  - Resistan a los herbicidas.
  - Produzcan frutos con maduración retardada.

- **Obtención de alimentos transgénicos.** Alimentos más baratos por su mayor producción y con características interesantes para el consumo humano, aunque hay expertos y organizaciones que se oponen a su comercialización por desconocer los posibles efectos de estas especies sobre el medio ambiente y sobre la salud humana.

- **En la industria farmacéutica**, creando OGM que sean capaces de crear moléculas o sustancias que no generarían de una forma natural. Así, se pueden obtener antibióticos, hormonas, vacunas, y proteínas que no provoquen el efecto de rechazo en la persona que las recibe.

- **En medicina, mediante**:
  - Análisis genético, detectando enfermedades genéticas antes de que se desarrollen (Alzheimer, Parkinson, etc.) y poder prevenirlas y actuar sobre ellas en sus inicios.
  - Terapia génica, introduciendo determinados genes en el paciente para combatir determinadas enfermedades. Su pueden sustituir genes alterados, inhibir la acción de genes defectuosos o insertar nuevos genes.
  - Comparación del ADN de dos personas para la identificación de víctimas, pruebas de paternidad o de autoría de un delito.

- **En medio ambiente,** mediante biorremediación, se utilizan microorganismos, hongos, plantas o las enzimas derivadas de ellos para devolver un medio ambiente contaminado a su condición natural. Se utilizan OGM para:
  - Recuperar suelos contaminados con metales pesados.
  - Obtener energía a partir de aguas residuales en las depuradoras.
  - Degradar residuos tóxicos, como por ejemplo, las mareas negras, donde se pueden utilizar bacterias capaces de degradar los hidrocarburos de petróleo y transformarlos en sustancias menos dañinas para el medio ambiente.
  - Obtener plásticos biodegradables a partir de bacterias modificadas genéticamente.

Aunque a veces se usen como sinónimos, los **organismos genéticamente modificados (OGM)** son seres vivos cuyos ADN ha sido modificado de modo artificial, mientras que se habla de organismos transgénicos para referirse a individuos que contienen genes de individuos de otras especies, por lo que no son sinónimos. Los alimentos que contienen en su composición productos procedentes de estos organismos se llaman **alimentos transgénicos**.

Ejercicio 57

¿En qué consiste la ingeniería genética?

Ejercicio 58

Indica algunas aplicaciones de la ingeniería genética en la agricultura, la ganadería, el medio ambiente y la salud.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

¿Qué es el ciclo celular?

El ciclo celular es la secuencia de acontecimientos que tienen lugar desde que se origina una célula por división de otra célula anterior, hasta que vuelve a dividirse para dar lugar a nuevas células hijas**.**

Ejercicio 2

¿Cuáles son las fases del ciclo celular? Descríbelas

Interfase: es la etapa más larga de la vida de la célula. Comprende el período que transcurre entre el final de una división (mitosis) y la siguiente. Los principales procesos que ocurren durante la interfase son:

- La célula aumenta de tamaño.
- Al final de la interfase (cuando la célula decide dividirse) se produce la duplicación o replicación del ADN en el núcleo, de tal forma que cada cromosoma esté formado por dos filamentos idénticos. Así, cada célula hija recibirá la misma cantidad de ADN que la célula madre.
- Se producen nuevos orgánulos celulares.
- Se duplican los centriolos.

División: En las células eucariotas la división se puede hacer por **mitosis** o por **meiosis**

Ejercicio 3

Lea el párrafo que aparece abajo y complete con las siguientes palabras que faltan:

hereditaria	cromatina	equitativa	cromátidas	cromosomas
ADN	genes	duplica	brazos	centrómero

Los <u>cromosomas</u> son los portadores de nuestros <u>genes</u>. A su vez, nuestros genes son los que transmiten la información <u>hereditaria</u> de padres a hijos.

El <u>ADN</u> se encuentra en el núcleo de la célula, unido a proteínas, formando la <u>cromatina</u>. Cuando la célula se va a dividir, la cromatina se <u>duplica</u> para poder distribuir la información genética de forma <u>equitativa</u> entre las dos células hijas.

Tras la duplicación, cuando la célula empieza a dividirse, los cromosomas estarán formados por dos partes idénticas denominadas <u>cromátidas</u>, unidas entre sí por el <u>centrómero</u>, que divide a cada cromátida en dos partes denominadas <u>brazos</u>.

Ejercicio 4

Observa el dibujo del núcleo y completa con las palabras que faltan.

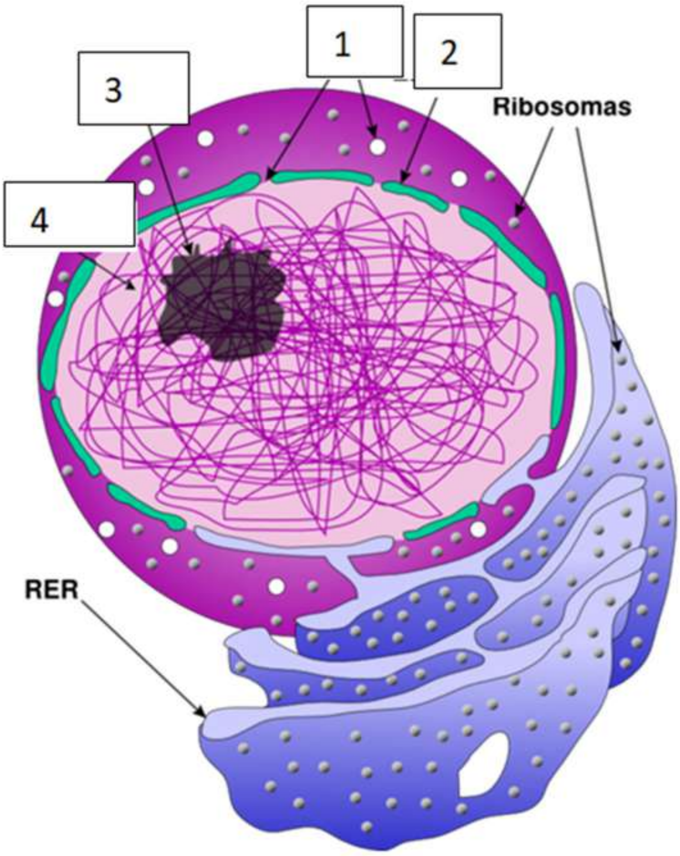


Imagen 5: Núcleo.

Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_Nucleus_ER.png.
Autor: Magnus Manske. Licencia: Creative commons (CC).

El dibujo corresponde a un núcleo en interfase

Sus partes son:

El número 1 corresponde con los poros

El número 2 es la membrana nuclear.

El 3 es el nucléolo.

El 4 es la cromática.

Ejercicio 5

Observa el dibujo del cromosoma y completa con las palabras que faltan.

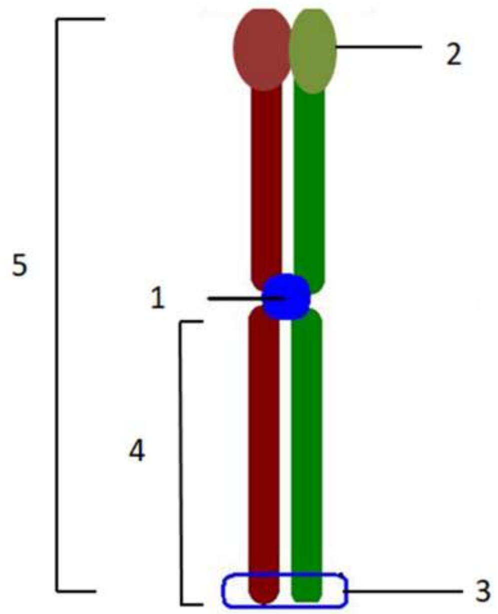


Imagen 6: Cromosoma. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cromosoma_metaf%C3%A1sico.JPG. Autor:J.L. Pérez-Figueroa. Licencia: Dominio público.

El dibujo es un cromosoma metafásico que solo es visible en la fase de división del ciclo celular.

Las partes son las siguientes:

El número 1 es el centrómero

El 2 son los satélites

El 3 son los telómeros

El 4 son los brazos

El 5 son las cromátidas

Ejercicio 6

Completa el siguiente cuadro sobre las diferencias entre el núcleo celular en interfase y en división, poniendo: si o no

	Núcleo en interfase	Núcleo en división
Tiene membrana nuclear	SI	NO
El ADN esta en forma de cromosomas	NO	SI
El ADN esta en forma de cromatina	SI	NO

Ejercicio 7

Relaciona cada número con la fase de la mitosis que corresponde:

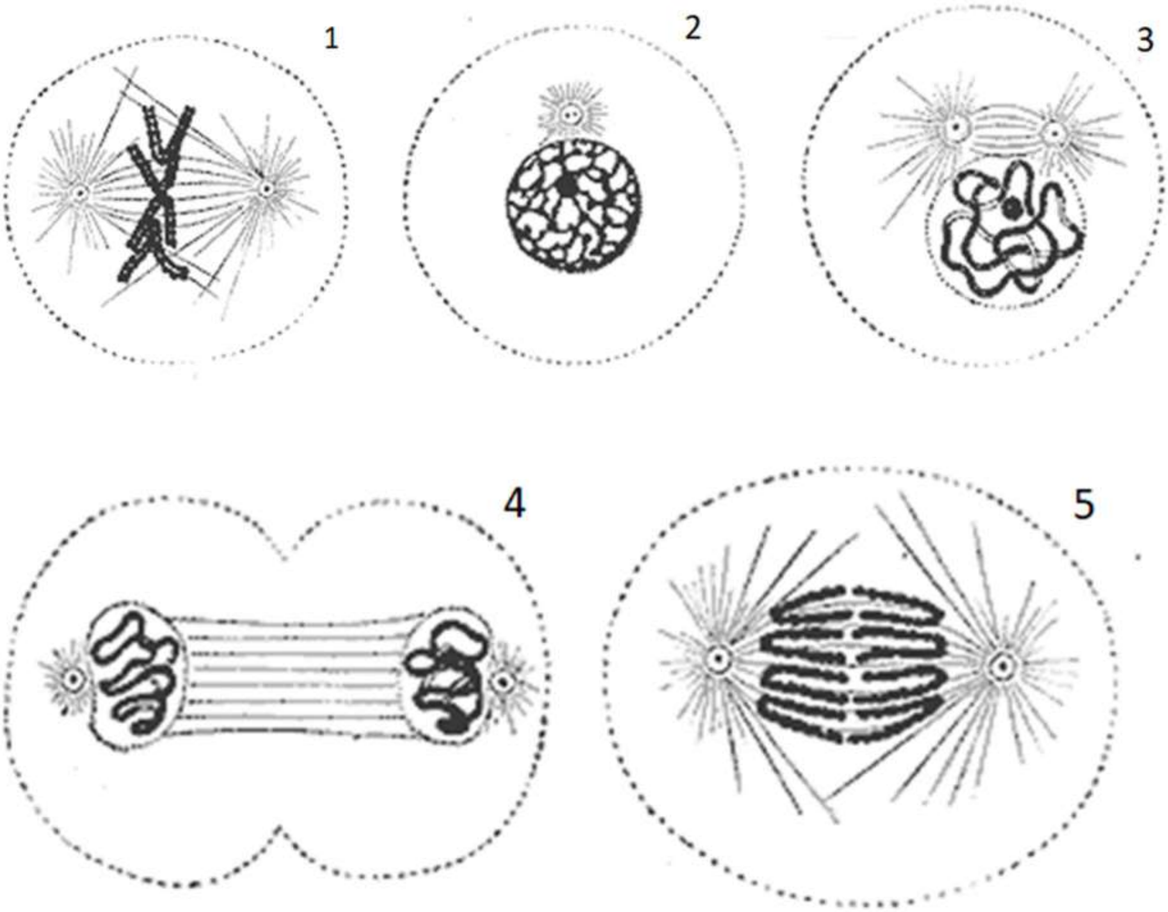


Imagen 13: Fases de la mitosis.
Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gray2.png.
Autor: Henry Vandyke. Licencia: Dominio público.

La interfase es el número **2**

La profase es el número **3**

La metafase es el número **1**

La anafase es el número **5**

La telofase es el número **4**

Ejercicio 8

Indica la finalidad de la mitosis en los seres unicelulares.

La reproducción asexual del organismo.

Ejercicio 9

Indica la finalidad de la mitosis en los seres pluricelulares.

Aumentar las células para que el organismo pueda crecer, renovar las células dañadas y renovar tejidos.

Ejercicio 10

Si una célula humana de 46 cromosomas se divide por mitosis. ¿Qué cantidad de cromosomas tendrán las células hijas?

	a) 23
	b) 32
X	c) 46
	d) 92

Ejercicio 11

Si una célula humana de 46 cromosomas se divide por mitosis. ¿Cuántas células hijas se formaran?

	a) 1
X	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 12

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

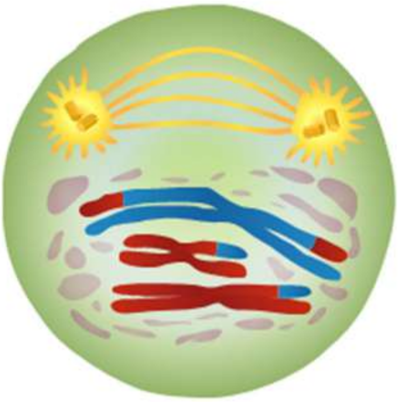
La división del citoplasma se llama citocinesis, en las células animales se hace por estrangulación.

Ejercicio 13

Observa el dibujo y completa si se trata de la profase I o II de la meiosis.

Profese II

Profase I



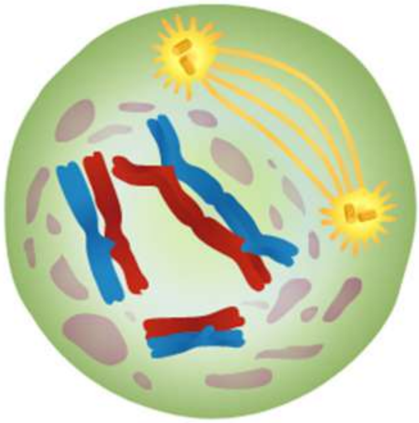


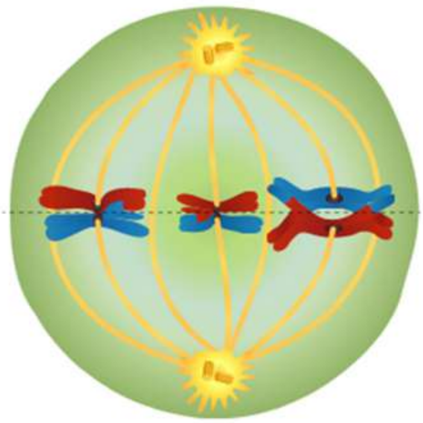
Imagen 19: Profases de la meiosis.
Fuente: Adaptación de
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 14

Observa el dibujo y completa si se trata de la metafase I o II de la meiosis.

Metafase I

Metafase II



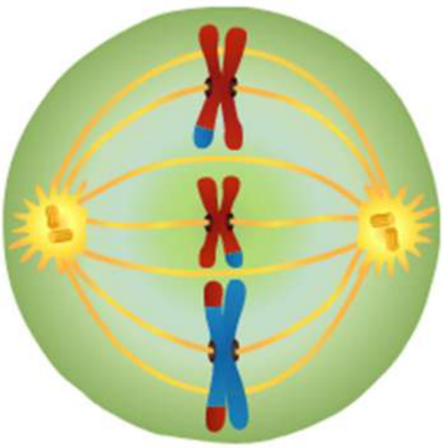


Imagen 20: Metafases de la meiosis.
Fuente: Adaptación de
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 15

Observa el dibujo y completa si se trata de la anafase I o II de la meiosis.

Anafase I Anafase II

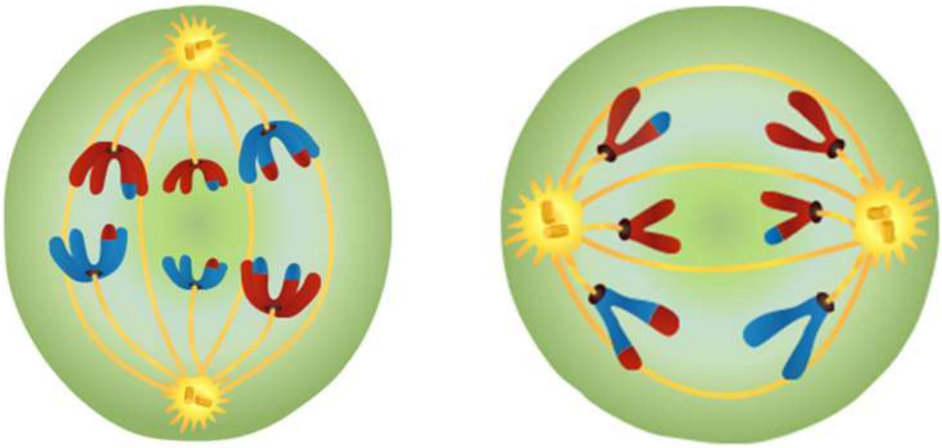


Imagen 21: Anafases de la meiosis. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC)

Ejercicio 16

Observa el dibujo y completa si se trata de la telofase I o II de la meiosis.

Telofase II Telofase I

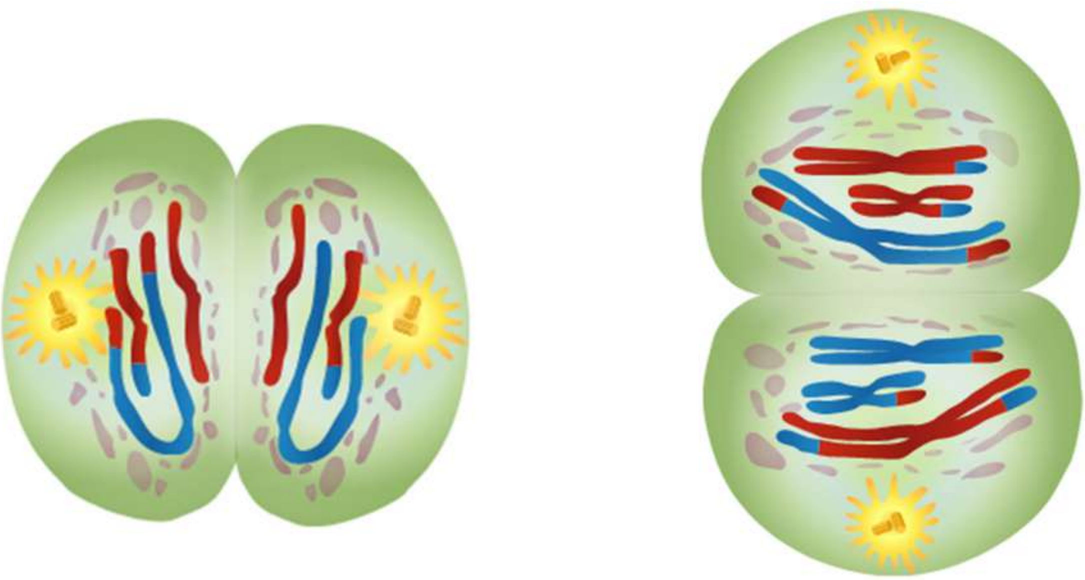


Imagen 22: Telofases de la meiosis. Fuente: Adaptación de https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Meiosis#/media/File:Meiosis_Stages_-_Numerical_Version.svg.
Autor: Ali Zifan. Licencia: Creative commons (CC).

Ejercicio 17

¿Para que sirve la meiosis?

Produce gametos, para hacer la reproducción sexual.

Aumenta la variabilidad genética, favoreciendo la evolución de los seres vivos.

Ejercicio 18

Si una célula tiene 24 cromosomas y se divide por meiosis. ¿Cuántos cromosomas tendrán las células hijas?

	a) 24
X	b) 12
	c) 48
	d) 46

Ejercicio 19

Si una célula tiene 24 cromosomas y se divide por meiosis. ¿Cuántas células hijas se formaran?

	a) 1
	b) 2
	c) 3
X	d) 4

Ejercicio 20

Completa los huecos sobre las diferencias entre mitosis y meiosis, poniendo las siguientes palabras o números:

2	1	4	2	Si	La mitad	No	Igual

	MITOSIS	MEIOSIS
Número de células que se forman	2	4
Número de cromosomas de las células hijas	Igual que la célula madre	La mitad que la célula madre
Hay recombinación	No	Si
Número de divisiones	1	2

Ejercicio 21

Observa la ilustración y responde las preguntas en minúscula y pon las tildes si tiene:

Imagen 25: Nucleótido.
Fuente: Elaboración propia

1) ¿Qué nombre recibe esta molécula que resulta de la unión de 1+2+3? Nucleótido
2) ¿Qué número tiene el ácido fosfórico? 2
3) ¿Qué número tiene la base nitrogenada? 3
4) ¿Qué número tiene la pentosa? 1
5) ¿Qué larga molécula se forma por la unión de moléculas como la representada en el dibujo? Ácido nucleico

Ejercicio 22

¿Qué tipos de ácidos nucleicos tienen todos los seres vivos?

ADN y ARN

Ejercicio 23

Una cadena de ADN es una larga cadena formada por la unión de nucleótidos. A su vez, cada nucleótido es el resultado de la unión de tres moléculas menores: márcalas y comprueba el resultado:

	a) Ribosa
X	b) Base nitrogenada
X	c) Desoxirribosa
X	d) Ácido fosfórico
	e) Cromatina

Ejercicio 24

Marca las cuatro bases nitrogenadas del ADN:

X	a) Timina
	b) Uracilo
X	c) Citosina
X	d) Guanina
	e) Pentamina
X	f) Adenina

Ejercicio 25

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan, en minúscula.

El ADN es, en realidad, no una cadena simple sino una cadena doble. Ello es posible porque una cadena se une a otra mediante las bases nitrogenadas. Escribe el nombre de la base nitrogenada que se une SIEMPRE a la Adenina de la otra cadena simple del ADN: Timina. Y SIEMPRE a la Citosina de la otra cadena simple del ADN: Guanina

Ejercicio 26

¿Dónde crees que está realmente almacenada la información genética?

	a) En el ácido fosfórico
	b) En la desoxirribosa
X	c) En la ordenación de las bases nitrogenadas
	d) No lo sé. No es posible deducirlo

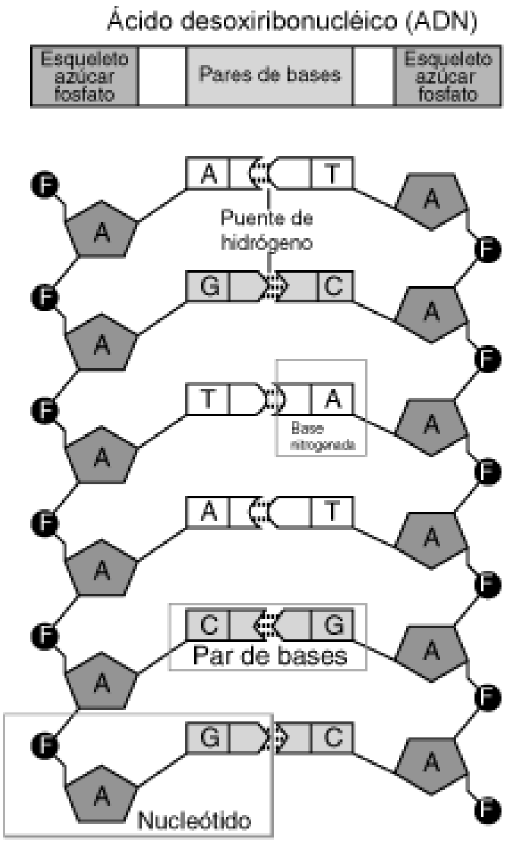
Ejercicio 27

¿Cuantas cadenas de nucleótidos tiene una molécula de ADN?

	a) 1
X	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 28

Escribe las bases complementarias (A, G, C, T) de esta cadena sencilla hasta formar una doble cadena de ADN.



A - T

C - G

T - A

T - A

G – C

G – C

C – G

A – T

T – A

C – G

G – C

Imagen 27: Esquema de una cadena de nucleótidos formando (ADN).
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Nucle%C3%B3tido#/media/File:Nucle%C3%B3tido.png.
Autor:National Human Genome Research Institute. Licencia: Dominio público.

Ejercicio 29

¿Cuál es la función del ADN?

El ADN contiene la información necesaria para regular la síntesis de proteínas. Según la secuencia de bases nitrogenadas de los nucleótidos, se sintetizarán unas proteínas u otras.

La información que contiene el ADN de una célula pasa a la siguiente generación de células, ya que mediante la replicación del ADN, se hacen copias del ADN que se transmiten a las células hijas. Así, en un ser pluricelular que proviene de una célula huevo o cigoto, todas las células tienen el mismo ADN.

Ejercicio 30

¿Dónde se encuentra el ADN en una célula eucariota?

En el núcleo separado del citoplasma por la membrana nuclear.

Ejercicio 31

Marca las 4 bases nitrogenadas que se pueden encontrar en el ARN

X	a) Adenina
	b) Timina
X	c) Citosina
X	d) Guanina
X	e) Uracilo

Ejercicio 32

¿Por cuantas cadenas está formado el ARN?

X	a) 1
	b) 2
	c) 3
	d) 4

Ejercicio 33

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

Hay varios **tipos de ARN**:

- **ARN** <u>ribosómico</u>. Forma parte de los ribosomas, junto con otras proteínas. Este tipo de ARN es el más abundante.
- **ARN** <u>mensajero</u>**.** Lleva la información del ADN del núcleo hasta los ribosomas, en el citoplasma, para que se puedan sintetizar las proteínas.
- **ARN** <u>transferente</u>. El ARNt se une a aminoácidos y los lleva hasta los ribosomas para que se sinteticen las proteínas.

Ejercicio 34

¿Dónde se encuentra el ARN en una célula eucariota?

En el núcleo y en el citoplasma

Ejercicio 35

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

Núcleo	Ribosa	Timina	2	Desoxirribosa	1	Citoplasma	Uracilo

	ADN	ARN
Número de cadenas	2	1
Pentosa	Desoxirribosa	Ribosa
Base nitrogenada	Timina	Uracilo
Localización	Núcleo	Núcleo y Citoplasma

Ejercicio 36

¿Cómo se hace la replicación del ADN?

- La doble hélice de ADN se abre y las dos cadenas se separan.
- Los nucleótidos libres de que dispone la célula en el núcleo pueden unirse a los nucleótidos del ADN, a través de sus bases complementarias (A/T y G/C)
- Los nucleótidos incorporados se unen entre sí y dan lugar a las nuevas cadenas de ADN.

Cada una de las moléculas posee una de las cadenas originales de la molécula madre y una cadena complementaria recién sintetizada. Por esto se dice que la replicación del ADN es **semiconservativa.**

Ejercicio 37

¿Cuándo se hace la replicación del ADN?

En la interfase celular.

Ejercicio 38

¿Qué es la transcripción?

La transcripción consiste en la fabricación de ARN a partir del ADN

Ejercicio 39

¿Qué es la traducción?

Es el proceso de síntesis de proteínas a partir del ARN.

Ejercicio 40

Una cobaya de pelo blanco, cuyos padres son negros, se cruza con otra cobaya de pelo negro, nacida de un padre de pelo negro y una madre de pelo blanco. ¿Cómo serán los genotipos de las cobayas que se cruzan y de su descendencia?

No nos dicen qué carácter es dominante, por lo que será lo primero que trataremos de averiguar.

Como del cruce de dos individuos de color negro nace uno de color blanco, podemos pensar que el negro (N) es el dominante y el blanco (n) es el recesivo.

Así, los padres de la cobaya de pelo blanco (nn), como son de pelo negro (N-) y aportan "n" a la descendencia, tienen que ser Nn. Es así porque la cobaya de pelo blanco (nn) ha tenido que recibir un gameto "n" de cada uno de sus progenitores.

La cobaya negra tiene que ser Nn porque su madre tiene el pelo blanco (nn) y le ha transmitido un gameto "n". El padre de la cobaya negra (Nn) sabemos que también es negro, por lo que tiene que ser (N-, NN o Nn), ya que no tenemos más datos de otros posibles descendientes.

En la segunda parte del problema, se cruzan el cobaya blanco (nn) con el cobaya negro (Nn).

Todos los gametos del cobaya blanco tendrán n.

Los gametos del cobaya negro serán N o n.

Por tanto, los descendientes serán 50% Nn (negros) y 50% nn (blancos).

Ejercicio 41

Un perro de pelo rizado y una perra de pelo rizado tuvieron un cachorro de pelo liso y otro de pelo rizado. ¿Cómo será el genotipo de la pareja y de los cachorros? El pelo rizado (R) domina sobre el liso (r).

¿Cómo se podría saber si el cachorro de pelo rizado es de raza pura para ese carácter mediante un solo cruzamiento?

R = pelo rizado y r = pelo liso. Este dato nos lo dan en el problema, pero si de dos padres de pelo rizado obtenemos un hijo de pelo liso, el rizado no podría ser homocigótico recesivo. Por tanto, podrían no haberlo dado.

El perro liso tiene que ser homocigótico = rr. Por tanto, los padres tienen que ser ambos híbridos Rr, ya que tienen R por ser de pelo rizado, y r por haberlo aportado al hijo de pelo liso.

El cachorro de pelo rizado puede ser RR o Rr, ya que ambos padres podrían aportar gametos con R y con r.

Para averiguar si es raza pura o híbrido lo cruzaríamos con un perro de pelo liso (rr) A ese cruzamiento se le denomina cruzamiento prueba. Si nace algún individuo con pelo liso (rr) quedaría claro que ese pelo de pelo rizado sería heterocigótico (Rr).

Si el cachorro es homocigótico (RR) todos los descendientes tendrán el pelo rizado (Rr), según la primera ley de Mendel.

Si el cachorro fuera híbrido, tendría unos descendientes de pelo liso (rr) y otros de pelo rizado, tal como se muestra a continuación:

P: (Cachorro problema) Rr x rr

Gametos posibles: R o r ; r

F1: Rr 50% Pelo rizado y rr 50% pelo liso.

Ejercicio 42

En una determinada especie de plantas el color azul de la flor, (A), domina sobre el color blanco (a).

¿Cómo serán los descendientes del cruce de plantas de flores homocigóticas azules con plantas de flores blancas, también homocigóticas?

El problema sería tan simple como la Primera ley de Mendel.

Progenitores: AA X aa

Gametos: A a

F1: Aa

Fenotipo: El 100% de los descendientes tendrán flores azules.

Genotipo: El 100% de los descendientes serán híbridos o heterocigóticos para ese carácter (Aa).

Ejercicio 43

Algunos tipos de miopía dependen de la existencia de un gen dominante (A), mientras que el gen para la vista normal es recesivo (a).

¿Qué genotipos y fenotipos tendrán los hijos de un hombre con visión normal y de una mujer miope heterocigótica?

Progenitores: el padre tiene visión normal (aa) y la madre es miope, pero heterocigótica (Aa).

	aa		Aa
Gametos:	a		A a
F1:	50 % Aa	50 % aa	

El 50 % de los hijos serán miopes (heterocigóticos) y el 50 % tendrán visión normal.

Ejercicio 44

El que los humanos puedan "hacer el capazo con la lengua" o "enrollar la lengua en U" depende de un gen dominante (L), mientras que el gen que determina no poder plegarla es recesivo (l). Ramón sí que puede enrollarla, pero María, su mujer, no puede hacerlo. José, el padre de Ramón, tampoco puede enrollarla.

¿Qué probabilidad hay de que los hijos de Ramón y María puedan enrollar su lengua en U?

Ramón puede enrollar la lengua (L-), María no la puede enrollar (ll), y José, tampoco (ll). Así, como José es el padre de Ramón, le habrá aportado el gameto l, por lo que Ramón tiene un genotipo (Ll).

Padres: Ramón Ll X María ll

Gametos   L l   l

F1:   Ll   ll

El 50 % de los hijos podrán enrollar la lengua (Ll) y el 50 % no podrán enrollarla (ll)

Ejercicio 45

En los humanos, el pelo en pico (o pico de viuda) depende de un gen dominante (W), mientras que el gen que determina el pelo recto es recesivo (w).

¿Cómo serán los hijos de un hombre con pelo en pico, homocigótico, y de una mujer con pelo recto, homocigótica?

Nuevamente, tendremos que aplicar la primera ley de Mendel.

Padres: WW x ww

Gametos: W w

F1:   Ww

Todos los descendientes serán heterocigóticos Ww para este carácter, todos tendrán el pelo en pico.

Ejercicio 46

La aniridia (dificultades en la visión) en el hombre se debe a un factor dominante (A). La jaqueca es debida a otro gen también dominante (J). Un hombre que padecía de aniridia y cuya madre no, se casó con una mujer que sufría jaqueca, pero cuyo padre no la sufría. Ni el hombre tenía jaqueca, ni la mujer aniridia. ¿Qué proporción de sus hijos sufrirán ambos males?

El hombre padecía aniridia, y no tenía jaqueca, por lo que es A_jj. Como su madre no padecía aniridia (aa), él es Aajj.

La mujer padecía jaqueca, y no tenía aniridia, por lo que es aaJ_. Como su madre no padecía jaqueca (jj), ella es aaJj.

Cruce: Aajj x aaJj

Gametos: Aj aj x aJ aj

F1:   AaJj Aajj aaJj aajj

Fenotipos:

25 %: AaJj. Con aniridia y con jaqueca.

25 %: Aajj: Con anirida y sin jaqueca.

25 %: aaJj: Sin aniridia y con jaqueca.

25 %: aajj: Sin aniridia y sin jaqueca.

Ejercicio 47

Supongamos que en los humanos, la herencia del color del pelo y de los ojos es sencilla y está determinada por dos genes autosómicos con las siguientes relaciones: Color marrón de los ojos (A) dominante sobre el azul (a) y cabello oscuro (B) dominante sobre el cabello rubio (b).

- **a) Un hombre de ojos marrones y pelo oscuro se casa con una mujer de ojos azules y pelo oscuro y tienen 2 hijos, uno de ojos marrones y pelo rubio y otro de ojos azules y pelo oscuro. Indique razonadamente los genotipos de los padres y de los hijos.**
- **b) Si el hombre del apartado anterior de ojos marrones y cabello oscuro se casara con una mujer de ojos azules y pelo rubio. ¿Qué genotipos y fenotipos podrían tener los hijos de la pareja?**

A (ojos marrones) > a (ojos azules)

B (pelo oscuro) > b (pelo rubio)

a) A_B_ x aaB_

A_bb aaB_

Padre: AaBb: Doble heterocigoto, al tener hijos uno rubio bb y otro de ojos azules aa. Les habrá tenido que trasmitir la a y la b.

Madre: aaBb: Heterocigota para B (tiene un hijo rubio bb, siendo su pareja de pelo oscuro).

Hijo 1: Aabb, heterocigoto para el color de ojos pues su madre es aa.

Hijo 2: aaB-: para el color de cabello puede ser BB o Bb (sus padres portan ambos alelos).

b) AaBb x aabb

Gametos: AB Ab aB ab ab

El padre produce 4 tipos de gametos: AB, Ab, aB, ab. La madre sólo gametos ab.

Los cuatro tipos de descendiente tendrán los genotipos y fenotipos siguientes:

AaBb (ojos marrones, pelo oscuro)

Aabb (ojos marrones, pelo rubio)

aaBb (ojos azules, pelo oscuro)

aabb (ojos azules, pelo rubio)

Ejercicio 48

En humanos, la presencia de una fisura en el iris está regulada por un gen recesivo ligado al sexo (Xf). De un matrimonio entre dos personas normales nació una hija con dicha anomalía. El marido solicita el divorcio alegando infidelidad de la esposa.

Explica el modo de herencia del carácter, indicando los genotipos del matrimonio y a qué conclusión debe llegar el juez en relación con la posible infidelidad de la esposa, teniendo en cuenta el nacimiento de la hija que presenta la fisura.

La mujer es normal (X^F-) y el hombre (X^FY), también. La hija tenía fisura en el iris (X^fX^f). La madre debió aportarle un alelo X^f y su padre también debería haberle aportado otro X^f, por lo que la mujer fue infiel, ya que el marido era X^FY.

Ejercicio 49

a) ¿Puede un hijo normal tener un padre daltónico? ¿Y una madre?

b) ¿Pueden unos padres normales tener un hijo daltónico? ¿Y una hija?

a) Un hijo normal (XY) recibe el cromosoma X de la madre, del que depende que sea o no daltónico. El padre le aporta el cromosoma Y y la madre aportará el X. En el caso que se pregunta, el padre sería X^dY (daltónico) y la madre X^dX^D (portadora) o X^DX^D (no daltónica)

La madre no podría ser daltónica X^dX^d porque transmitiría a su hijo el X^d, por lo que, en todos casos, sería daltónico. Una mujer daltónica no puede tener hijos de visión normal.

b) Un padre normal (X^DY) y una madre normal (X^DX^D) o portadora (X^dX^D) podrían tener la siguiente descendencia:

Si ambos son normales: X^DY x X^DX^D Todos los descendientes son normales.

Si el padre es normal (X^DY) y la madre portadora (XdX^D):

Gametos X^D Y X^d X^D

F1 X^dX^D X^DX^D X^dY X^DY

Todas las hijas tendrían visión normal (el 50% portadoras).

El 50% de los hijos varones tendrían visión normal, y el 50% serían daltónicos.

Ejercicio 50

El daltonismo depende de un gen recesivo (d) (situado en el cromosoma X). Una mujer de visión normal cuyo padre era daltónico, se casa con un varón de visión normal cuyo padre también era daltónico. ¿Qué tipo de visión normal cabe esperar de la descendencia?

La mujer es de visión normal (X^DX^D o X^dX^D), pero como su padre era daltónico(X^dY), ella tiene que ser X^dX^D.

E hombre no es daltónico (X^DY). No influye nada el que el abuelo también lo fuera, ya le transmitió el cromosoma Y, no el X^D.

Padres: X^dX^D x X^DY

Gametos: X^d X^D X^D Y

Descendientes: X^dX^D X^dY X^DX^D X^DY

Fenotipo: todas las hijas tienen visión normal (siendo la mitad portadoras). La mitad de los hijos son normales y la otra mitad daltónicos.

Ejercicio 51

a) ¿Cómo serán los hijos varones de una mujer normal y portadora de la hemofilia y un hombre hemofílico?

b) ¿Qué probabilidad hay de que tengan una hija portadora de la hemofilia?

Mujer normal pero portadora (XhXH) x hombre hemofílico (XhY)

Gametos: Xh X^H Xh Y

	X^h	X^H
X^h	X^hX^h	X^HX^h
Y	X^hY	X^HY

Mujeres: 50% normales portadoras y 50% hemofílicas.

Hombres: 50% normales y 50% hemofílicos.

Ejercicio 52

Un gen recesivo ligado al sexo determina la hemofilia en la especie humana. Una mujer no hemofílica, cuyo padre sí lo era, se empareja con un hombre no hemofílico.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un hijo varón hemofílico?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga una hija hemofílica?

Mujer: X^hX^H porque su padre era hemofílico (X^hY) y le transmitió X^h.

Cruce: X^hX^H x X^HY

Gametos X^h X^H x X^H Y

F1: X^hX^H X^hY X^HX^H X^HY

La probabilidad de que nazca un hijo varón hemofílico es 1/4=25%.

La probabilidad de que nazca una niña hemofílica es 0%.

Ejercicio 53

¿Qué es una mutación?

Es un cambio en la información genética contenida en el ADN de las células.

Ejercicio 54

¿Qué tipos de mutaciones existen según el ADN afectado?

Génica, cromosómica y genómica.

Ejercicio 55

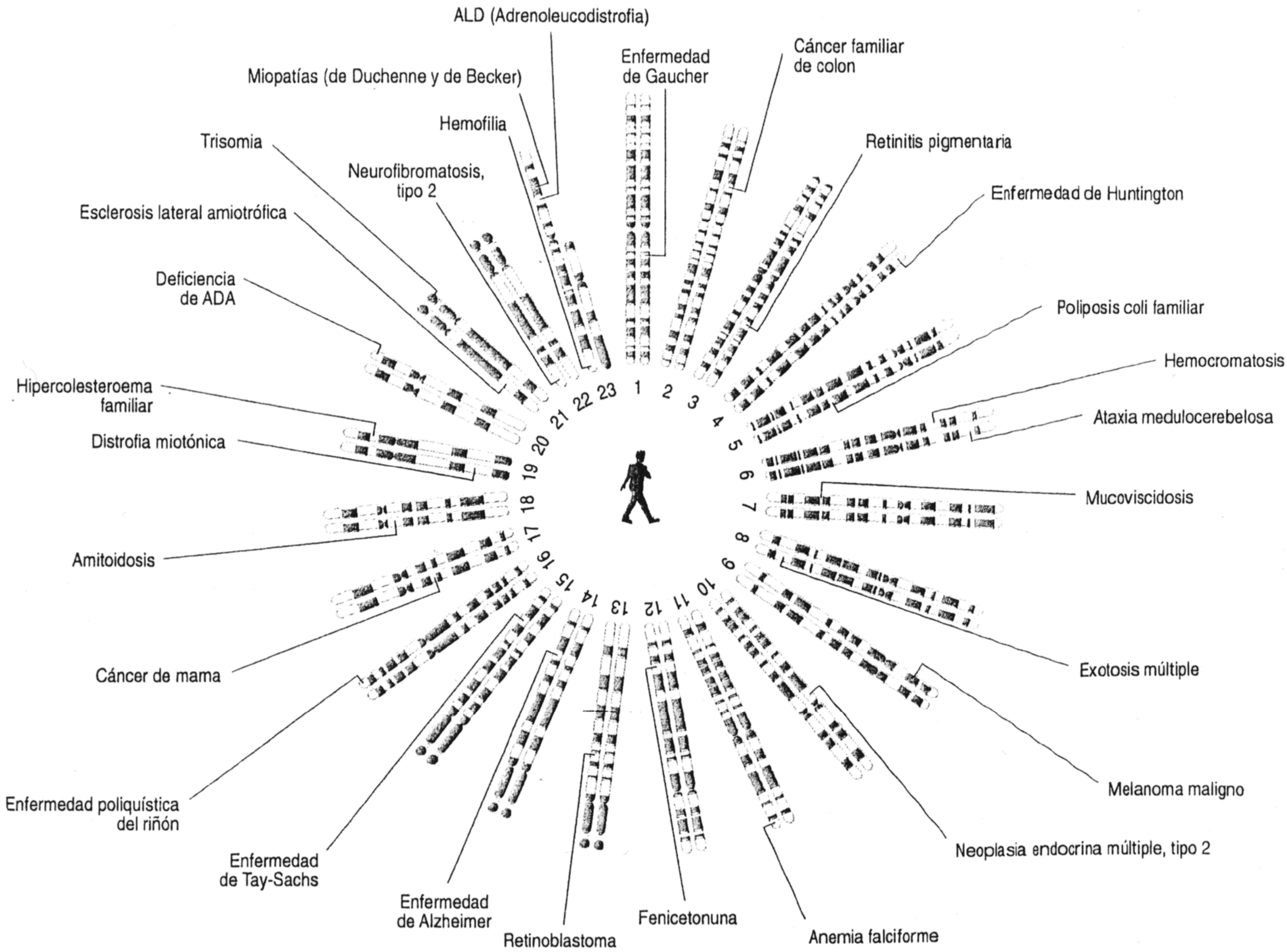
¿Qué relación existe entre las mutaciones y la evolución?

La selección natural hace que tengan mayor probabilidad de **sobrevivir aquellos individuos que estén mejor adaptados a las condiciones del ambiente**, y que aquellos que estén peor adaptados, tengan más dificultades para sobrevivir.

Las mutaciones tienen importancia biológica, ya que **son una fuente de variabilidad o diversidad genética de las poblaciones y permite la evolución de las especies.**

Ejercicio 56

Según la imagen, localiza las siguientes enfermedades en su cromosoma correspondiente:



Mapa genómico humano con algunas de las enfermedades genéticas conocidas. Se indica el estado de conocimientos de 1994 sobre pruebas de diagnóstico.

Imagen 44: Mapa genómico humano. Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/Genetica2/imagenes/enfermedades.gif. Autor: Desconocido. Licencia: Desconociada.

- Anemia falciforme, se encuentra en el cromosoma __11____
- Hemofilia, se encuentra en el cromosoma __23____
- Cáncer de mama, se encuentra en el cromosoma __17____
- Enfermedad de Tay-Sachs, se encuentra en el cromosoma __15____
- Enfermedad de Alzheimer, se encuentra en el cromosoma __14____

Ejercicio 57

¿En qué consiste la ingeniería genética?

La ingeniería genética es el conjunto de técnicas en la manipulación del ADN de organismos con el propósito de que sea aprovechable para las personas. De este modo, ha sido posible modificar el ADN de algunos organismos para poder diseñarlos con unas características determinadas.

Ejercicio 58

Indica algunas aplicaciones de la ingeniería genética en la agricultura, la ganadería, el medio ambiente y la salud.

En la industria agrícola y ganadera, creando OGM que**:**

- Resistan las plagas y sequías.
- Resistan las bajas temperaturas.
- Resistan las variaciones de salinidad.
- Obtengan una mayor producción.
- Produzcan sustancias, como vitaminas o proteínas, que no posea el organismo sin modificar.
- Resistan a los herbicidas.
- Produzcan frutos con maduración retardada.

En medio ambiente, mediante biorremediación, se utilizan microorganismos, hongos, plantas o las enzimas derivadas de ellos para devolver un medio ambiente contaminado a su condición natural. Se utilizan OGM para:

- Recuperar suelos contaminados con metales pesados.
- Obtener energía a partir de aguas residuales en las depuradoras.
- Degradar residuos tóxicos, como por ejemplo, las mareas negras, donde se pueden utilizar bacterias capaces de degradar los hidrocarburos de petróleo y transformarlos en sustancias menos dañinas para el medio ambiente.
- Obtener plásticos biodegradables a partir de bacterias modificadas genéticamente.

En la industria farmacéutica, creando OGM que sean capaces de crear moléculas o sustancias que no generarían de una forma natural. Así, se pueden obtener antibióticos, hormonas, vacunas, y proteínas que no provoquen el efecto de rechazo en la persona que las recibe.

En medicina, mediante:

- Análisis genético, detectando enfermedades genéticas antes de que se desarrollen (Alzheimer, Parkinson, etc.) y poder prevenirlas y actuar sobre ellas en sus inicios.
- Terapia génica, introduciendo determinados genes en el paciente para combatir determinadas enfermedades. Su pueden sustituir genes alterados, inhibir la acción de genes defectuosos o insertar nuevos genes.
- Comparación del ADN de dos personas para la identificación de víctimas, pruebas de paternidad o de autoría de un delito.

Bloque 12. Tema 6.

Probabilidad.

ÍNDICE

1) INTRODUCCIÓN

La **definición de probabilidad** se produjo debido al deseo del ser humano por conocer con certeza los eventos que sucederán en el futuro, por eso a través de la historia se han desarrollado diferentes enfoques para tener un concepto de la probabilidad y determinar sus valores. Por eso su estudio está vinculado a los juegos de azar.

Actualmente la probabilidad se utiliza en muchas disciplinas unidas a la Estadística: predicción de riesgos en seguros, estudios sobre la calidad de procesos industriales, etc.

Las posibles dificultades de la unidad son más de tipo conceptual que de procedimientos, ya que los cálculos numéricos son muy sencillos.

Se debe incidir en la correcta comprensión y aplicación de los conceptos de la unidad: experimento aleatorio o determinista, espacio muestral, suceso, operaciones con sucesos, probabilidad, regla de Laplace y diagrama de árbol.

Vídeo nº1: Descifrar las probabilidades en la vida.Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=p_SWxgyeb-s

2) CONCEPTOS ELEMENTALES EN PROBABILIDAD

Llegados a este punto tenemos que definir los **conceptos fundamentales** que van a establecer las bases de este tema. Por ejemplo, ¿se trata del mismo experimento cuando lanzamos un dado, que cuando volcamos un vaso lleno de agua? ¿Cómo repercute en nuestros cálculos que un suceso sea compatible o incompatible? ¿se trata de la misma probabilidad cuando realizamos el experimento de lanzar un dado o que dos?

La respuesta a todas estas preguntas es no por eso debemos definir todos estos sucesos para posteriormente estudiar cómo repercuten en nuestros cálculos.

Vídeo nº2: Probabilidad poco intuitiva. Fuente: Youtube

https://www.youtube.com/watch?v=_mbO-ndr740

2.1) EXPERIMENTOS DETERMINISTAS

Un **experimento determinista** es aquel que, una vez estudiado, podemos predecir, es decir, que **sabemos lo que sucederá antes de que ocurra**. Algunos ejemplos:

- Si tiramos una piedra al aire esta caerá.
- Si un coche que va a 100 km/h tarda en hacer un trayecto de 1 hora, tenemos la certeza de que ha recorrido 100 km.
- Si ponemos agua en el congelador sabemos que se congelará a 0º C.

Imagen 1: Cubitos de hielo. Fuente:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9e/Ice_cubes_openphoto.jpg
Autor: Darren Hester. Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 1

Escribe algunos ejemplos de experimentos deterministas.

2.2) EXPERIMENTO ALEATORIO

Un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado no se puede predecir, es decir, que por muchas veces que repitamos el experimento en igualdad de condiciones, no se conoce el resultado que se va a obtener.

Por ejemplo:

- Si lanzamos una moneda no sabemos si saldrá cara o cruz.
- Cuando sacamos una bola de una caja que contiene bolas de diferentes colores, no podemos predecir el color que obtendremos.
- Si lanzamos un dado, no podemos predecir el número que saldrá.

Imagen 2: Dados en equilibrio.

Fuente: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/da/Dados.jpg

El concepto de probabilidad se encuentra con frecuencia en la comunicación entre las personas. Por ejemplo:

1) Juan y Antonia tienen un 60% de probabilidades de casarse.
2) Los alumnos de bachillerato tienen un 90% de probabilidades de ingresar a la universidad.

En los ejemplos, se da la "medida" de que suceda realmente un evento que es incierto (casarse o ingresar a la universidad), y ésta se expresa mediante un número entre 0 y 1, o en porcentaje.

Intuitivamente podemos observar que cuanto más probable es que ocurra el evento, su probabilidad estará más próxima a "1" o al 100%, y cuando menos probable, más se aproximará a "0".

De aquí se deduce que un hecho o evento que NO puede ocurrir tendrá probabilidad cero y uno cuya probabilidad es segura tendrá probabilidad uno.

Luego, si A representa un evento o suceso, se cumple que: $\mathbf{0 \le P(A) \le 1}$

Ejercicio 2

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan:

Lanzar un dado es un experimento _________________

El resultado de dividir 10 entre 2 es un experimento _________________

Lanzar una moneda al aire es un experimento _________________

Sacar una carta de una baraja española es un experimento _________________

Saber el resultado de elevar un número al cuadrado es un experimento _________________

Conocer el tiempo que hará mañana se trata de un experimento _________________

Sacar una ficha roja de una caja donde hay 20 fichas rojas y 5 verdes es un experimento _________________

2.3) ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral (E) Es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento. Se representa con la letra E.

Ejemplo 1: **Al lanzar un dado de seis caras**, el espacio muestral es

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Ejemplo 2: ¿Cuántos elementos tiene el Espacio Muestral si se lanza una moneda y un dado de seis caras?

Usamos el principio multiplicativo: 2 • 6 = 12 elementos

En el lanzamiento de monedas, la cantidad de resultados posibles también se determina por el principio multiplicativo:

1 Moneda → 2 posibilidades E = {c, s}

2 Monedas → 2 x 2 = 4 posibilidades E = {(c,c), (c,s), (s,c), (s,s)}.

3 Monedas → 2 x 2 x 2 = 8 posibilidades E = {(c,c,c), (c,c,s), (c,s,c), (c,s,s), (s,c,c), (s,c,s), (s,s,c), (s,s,s)}

n monedas → 2 x 2 x 2 x 2…= 2n posibilidades

Cuando un objeto puede caer de a maneras distintas y se lanzan n objetos, el Espacio Muestral tiene a n elementos.

Ejemplo 3: Al lanzar tres dados de seis caras, el Espacio Muestral tiene = 216 elementos

Imagen 3: Lanzamiento de una moneda al aire.
Fuente: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0f/Pile_ou_face.png.
Autor: Ipipipourax. Licencia. Creative Commons (CC)

Ejercicio 3

¿Qué es el espacio muestral? ¿Por qué letra se representa?

Ejercicio 4

¿Cuál es el espacio muestral de un dado de 8 caras?

2.4) EVENTO O SUCESO

Un evento o Suceso corresponde a un subconjunto de un Espacio Muestral, asociado a un experimento aleatorio.

Cualquier suceso se representa con una letra mayúscula excepto la **E** que reservamos para definir el espacio muestral.

Ejemplo 1: En el lanzamiento de 2 monedas, el Espacio Muestral es E = {(c,c), (c,s), (s,c), (s,s)} y tiene 4 elementos.

Un **suceso** es que salgan **dos caras**, es decir {(c,c)}, que **tiene 1 elemento.**

Imagen 4: Moneda suiza de diez centavos. Fuente: http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/MONEDA_CARA_Y_CRUZ.jpg.
Autor: Padawane Licencia: Dominio público.

Ejemplo 2: En el lanzamiento de un **dado** ¿Cuántos elementos tiene el Espacio Muestral y cuántos el suceso **"que salga un número par"**?

Espacio Muestral = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, 6 elementos. Suceso = {2, 4, 6}, **3 elementos**

Ejercicio 5

¿Qué es un suceso?

Ejercicio 6

En el experimento "lanzar un dado de 6 caras" escribe el espacio muestral y los sucesos A "múltiplo de 3" y B "menor que 3".

2.5) SUCESO ELEMENTAL

Un Suceso Elemental es cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio, es decir, cada uno de los elementos que forman parte del espacio muestral.

Por ejemplo un suceso **elemental** del experimento "sacar una carta de la baraja española" sería:

A={sacar el 5 de copas}

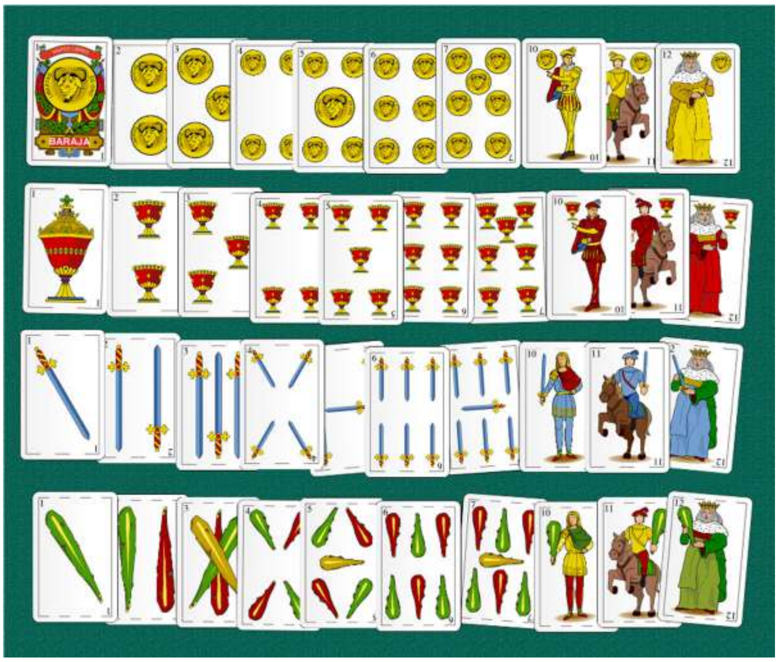


Imagen 5: Juego de cartas estilo español. Fuente: http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/baraja_espanola.png
Autor: Basquetteur. Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 7

Completa la tabla:

Experimento	Espacio muestral	Sucesos elementales
Lanzar una moneda		
Lanzar un dado		

2.6) SUCESO COMPUESTO

Un suceso compuesto es cualquier subconjunto del espacio muestral:

Al lanzar un dado se muestran **dos ejemplos** de sucesos compuestos:

- Salir par: A={2,4,6}
- Salir múltiplo de 2: B={2,4,6}

Imagen 6: Dados en forma de poliedro regular. Fuente: http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/muchos_dados.jpg
Autor: Peng. Licencia: Dominio público.

Ejercicio 8

Escribe 4 ejemplos de sucesos compuestos en el experimento "sacar cartas de una baraja española"

Ejercicio 9

En el experimento "lanzar un dado de 8 caras", cuatro sucesos compuestos serían:

2.7) SUCESO SEGURO

Imagen 7: Número 6. Fuente: Wikipedia.
Autor: Andreas Levers. Licencia: Creative Commons (CC)

Un suceso seguro está formado por todos los posibles resultados, es decir, por el espacio muestral por lo que ocurre siempre.

Ejemplo: al tirar un dado un dado: S={salir 6 o un número menor que 6}

Ejercicio 10

¿Qué es un suceso seguro?

Ejercicio 11

Inventa un ejemplo que sea suceso seguro.

2.8) SUCESO IMPOSIBLE

Un suceso imposible no puede ocurrir nunca. Se representa con el conjunto vacío Ø.

Ejemplo: al tirar un dado obtener una puntuación igual a 7. A={7}

Ejercicio 12

	V / F
De una baraja española de 40 cartas un suceso seguro sería sacar picas	
En una bolsa con 5 bolas rojas y 3 negras un suceso seguro sería sacar una bola verde	
Si tenemos una caja con fichas numeradas del 1 al 4 un suceso seguro sería sacar una ficha con un número menor que 5	
Un suceso imposible sería si al lanzar 2 dados al aire y sumar la puntuación de sus caras obtener 0	
Al lanzar un dado al aire un suceso seguro sería salir un número mayor que 6	

2.9) SUCESOS COMPATIBLES

Dos sucesos, S y T, son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.

S= {salir par}={2,4,6} y T={salir menor que 4}={1,2,3}

Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

Ejercicio 13

Escribe un ejemplo de suceso compatible.

2.10) SUCESOS INCOMPATIBLES

Dos sucesos, A y B, son **incompatibles** cuando no tienen ningún elemento en común, es decir, NO SE PUEDEN DAR A LA VEZ.

S= {salir par}={2,4,6} y T={salir múltiplo de 5}={1,5}

Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

Ejercicio 14

Por ejemplo, en el experimento "sacar cartas de la baraja española" tenemos los sucesos:

A={salir oros}

B={salir copas}

Razona si los sucesos son compatibles o incompatibles

2.11) SUCESOS INDEPENDIENTES

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Ejemplo: Al lazar dos dados los resultados son independientes.

Imagen 8: Ejemplo de dados. Fuente: http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/2_dados.jpg.
Autor: Roland Scheicher. Licencia: Dominio público

Ejercicio 15

Piensa un ejemplo de sucesos independientes.

2.12) SUCESOS DEPENDIENTES

Ejemplo: Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Ejemplo: Si extraemos dos cartas de una baraja y la primera es un rey condiciona a la extracción de la segunda carta, son por tanto sucesos dependientes.

Imagen 9: Reyes de la baraja española.
Fuente: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fe/TuteFourKings.jpg.
Autor: GDuwen. Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 16

Un ejemplo de suceso dependiente sería...

2.13) SUCESO CONTRARIO

Un suceso Contrario: Ā o A' Es aquel que se verifica cuando no ocurre el suceso A.

Ejemplo 1: A={salir cara} Ā = {salir cruz}

Ejemplo 2: Son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

Ejercicio 17

Escribe los sucesos contrarios en los siguientes casos:

A={1,2}

B={1,5}

C={2,5}

D={3,4,5,6}

2.14) EJEMPLOS

En los siguientes ejemplos utilizaremos una baraja española, es decir, una baraja de 40 cartas, para ilustrar los conceptos definidos en los apartados precedentes.

Ejemplo 1: Experimento: "sacar una carta de una baraja española";

En este caso el espacio muestral será: E = {las 40 cartas de la baraja}

- Suceso: "salir el as de bastos"

En este caso el suceso es elemental, ya que incluye a un único elemento del espacio muestral.

- Suceso A: "salir el as de oros o la sota de bastos"
- Suceso B: "salir un as"
- Suceso C: "salir una carta de copas"

Ahora los tres sucesos son compuestos, ya que todos constan de más de un elemento del espacio muestral.

Además los sucesos A y B son compatibles, ya que ambos pueden ocurrir a la vez si la carta extraída es el as de oros.

También los sucesos B y C son compatibles, ya que ocurrirán los dos si la carta que sale es el as de copas, sin embargo, los sucesos A y C son incompatibles, ya que no pueden suceder a la vez, sea cual sea la carta que salga.

El suceso contrario al suceso B será "no salir un as", y se denotará de la forma: B' = {no salir una carta de copas}.

- Suceso seguro es: Suceso seguro es: "cualquier carta"; y Suceso imposible es: "ninguna carta" "cualquier carta"; y Suceso imposible es: "ninguna carta", aunque en este caso podríamos poner como ejemplo cualquier resultado que no pudiera darse al extraer una carta de la baraja.

Ejemplo 2: Experimento: realizar una extracción de la baraja, anotar el resultado y volver a introducir la carta en la baraja, realizar entonces una segunda extracción y anotar el resultado. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas.

- Suceso A: "salir el as de bastos en la primera extracción"
- Suceso B: "salir el as de bastos en la segunda extracción"

Los sucesos A y B son independientes, ya que la carta que salga en la segunda extracción no depende del resultado obtenido en la primera, puesto que el resultado únicamente se anota y la carta vuelve a ponerse en el mazo.

Ejemplo 3: Experimento: realizar una extracción de la baraja, y a continuación realizar una segunda extracción y anotar el resultado de ambas. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas, pero notar que los dos elementos de la pareja deben ser distintos.

- Suceso A: "salir el as de bastos en la primera extracción"
- Suceso B: "salir el as de bastos en la segunda extracción"

Los sucesos son dependientes, ya que si ocurre A, es decir, sale el as de bastos en la primera extracción, no puede ocurrir el suceso B, porque esa carta no estaría en el mazo, mientras que si el suceso A no ocurre, entonces puede ocurrir B.

Ejercicio 18

De una baraja española de 40 cartas extraemos una carta, indica si en cada uno de los apartados siguientes aparecen sucesos compatibles o no:

a) A={Salir una figura} , B={Salir un oro} ________

b) A={Salir el as de bastos}, B={Salir el as de copas} ________

c) A={Salir una copa}, B={Salir el siete de copas} ________

Ejercicio 19

En el experimento de lanzar un dado y anotar su resultado, escribe el suceso contrario a:

A={Sacar un número par menor que 5}

B={1,2,6}

C={3}

Ejercicio 20

En una urna tenemos 3 bolas blancas y dos bolas rojas. Identifica la dependencia o independencia de sucesos en cada uno de los experimentos siguientes:

a) Experimento sin reemplazamiento: sacamos una bola, la dejamos fuera y sacamos otra. Sucesos: A={Roja en la primera extracción} B={Blanca en la segunda extracción}.

b) Experimento con reemplazamiento: sacamos una bola, anotamos su color, volvemos a meterla en la urna y sacamos otra.

Sucesos: A={Roja en la primera extracción}

B={Blanca en la segunda extracción}.

3) RELACIONES ENTRE SUCESOS

La unión de Sucesos: A U B es el suceso formado por todos los sucesos elementales de A y de B.

La intersección de Sucesos: A ∩ B es el suceso formado por los elementos que están simultáneamente en A y en B.

Ejemplo 1: lanzamos un dado tal que dos sucesos:

A={impar}={1,3,5}

B={primo}={2,3,5}

A U B={1,2,3,5}

Ejemplo 2: lanzamos un dado tal que dos sucesos:

A={par}={2, 4, 6}

B={primo}={2,3,5}

A ∩ B={2}

Ejercicio 21

Una bolsa tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Extraemos una bola.

a) **¿Cuál es el espacio muestral?**
b) **A=”obtener numero primo”, B=”múltiplo de 3”. Escribe los sucesos, A, B , A’, B’ , A ∩ B, AUB, AUA’ y A ∩ A’**

Ejercicio 22

Lanzamos dos veces una moneda:

a) **Escribe todos los sucesos elementales**
b) **Escribir el suceso S={la primera sale cara}**
c) **Escribir suceso incompatible con S**

4) PROBABILIDAD CLÁSICA. REGLA DE LAPLACE

En este apartado veremos cómo se asignan probabilidades a sucesos de ciertos experimentos, tener en cuenta que cuando se hace un experimento aleatorio se pueden dar **dos situaciones**:

- **Que conozcamos de anteman**o, o a priori, **los resultados** que pueden darse: por ejemplo en el caso del lanzamiento de una moneda, experimento en el que sólo puede obtenerse cara o cruz. En estos casos se dice que la **asignación de probabilidades se realiza "a priori"**.
- **Que desconozcamos a priori los resultados** que pueden darse: por ejemplo, en el experimento "contar los coches que echan gasolina en una determinada estación de servicio de 9 a 10 de la mañana", evidentemente no sabemos de antemano cuantos valores pueden darse, ya que pueden ser tres coches, cuatro o treinta. Para asignar probabilidades en estos experimentos es preciso tomar muchos datos, diciéndose que la **asignación de probabilidades se realiza a posteriori**.

En este nos referimos a la asignación de probabilidades "a priori", utilizando una regla que lleva el nombre del matemático francés Pierre Simon Laplace, así si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, **equiprobables**, entonces si A es un suceso, la **probabilidad** de que ocurra el suceso A es:

Imagen 10: Pierre Simon Marquis de Laplace. Fuente: http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/Laplace.jpg.
Autor: Guerin. Licencia: Dominio público.

$$P(A) = \frac{casosfavorables}{casosposibles}$$

Ejemplo 1: Hallar la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras.

Por lo tanto:

Casos posibles: {cc, cx, xc, xx}.

Consecuentemente:

Casos favorables: 1.

La solución será:

$$P(2caras) = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2: En una baraja de 40 cartas, hallar la P (as) y P (copas).

Casos posibles: 40.

Casos favorables de ases: 4.

$$P(as) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

Casos favorables de copas: 10.

$$P(copas) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 3: Calcular la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:

a) Un número par.

Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Casos favorables: {2, 4, 6}.

$$P(par) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Un múltiplo de tres.

Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Un múltiplo de tres.

Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

d) Mayor que 4.

Casos favorables: {5, 6}.

$$P(>4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ejercicio 23

En una urna hay tres bolas rojas, dos verdes y cinco blancas. Se saca una bola anotando el color de la bola extraída. Determina la probabilidad de los sucesos: {Salir roja}, {Salir verde} y {Salir blanca}.

Ejercicio 24

De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, determian la probabilidad de los sucesos A = {Salir una figura de copas}, B = {Salir un tres} y C ={Salir una sota}. Calcula también P(B^c).

P(A) = ___________________

P(B) = ___________________

P(C) = ___________________

P(B^c) = ___________________

4.1) PROBABILIDAD DEL SUCESO CONTRARIO

La probabilidad del suceso contrario es la probabilidad de que un suceso NO ocurra, o "probabilidad de un suceso contrario", se obtiene a través de:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Ejemplo: Si La probabilidad de que llueva es 2/5, ¿cuál es la probabilidad de que NO llueva?

Solución: P(no llueva) = 1 - P(llueva) = 1 – 2/5 = 3/5

Ejercicio 25

Calcula la **probabilidad del suceso contrario** en los siguientes casos:

Experimento "lanzar un dado de 6 caras":

Suceso	Probabilidad del suceso contrario
A={Sacar un número menor que 4}={1,2,3}	
B={Sacar un número impar}={1,3,5}	
C={{Sacar un múltiplo de 2}={2,4,6}	
D={Sacar un número mayor 6} = {0}	

Ejercicio 26

La probabilidad de un suceso es 0,3. ¿Cuál es la probabilidad del suceso contrario?

4.2) PROBABILIDAD DEL SUCESO SEGURO

La probabilidad de un suceso seguro es si se tiene certeza absoluta de que un evento A ocurrirá: P(A) = 1

Ejemplo: Al lanzar un dado de 6 caras.

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 6 (1,2,3,4,5,6)

P(A) = 6/6 = 1

Ejercicio 27

Inventa 2 ejemplos de un suceso seguro y calcula su probabilidad.

4.3) PROBABILIDAD DE UN SUCESO IMPOSIBLE

La probabilidad de un suceso imposible es si se tiene certeza absoluta de que un evento A **NO ocurrirá**: P(A) = 0

Ejemplo: La probabilidad de obtener un número mayor que 6 al lanzar un dado común es 0 (0 de 6).

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 0

P(mayor que 6) = 0/6 = 0

Ejercicio 28

Inventa 2 sucesos imposibles y calcula su probabilidad.

5) PROPIEDADES BÁSICAS DEL CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD

En este epígrafe vamos a estudiar algunas de las **propiedades básicas del cálculo de la probabilidad** como son las propiedades de la **unión de sucesos** (distinguiendo los sucesos compatibles e incompatibles) y las propiedades de que ocurran A y B en **experimentos compuestos.**

5.1) PROBABILIDAD DE LA UNIÓN DE SUCESOS

Caso 1: La probabilidad de la unión de sucesos incompatibles viene dada:

p(A ∪ B) = p(A) + p(B)

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un 2 ó un 5 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Caso 2: La probabilidad de la unión de sucesos compatibles:

P (A∪ B) = P(A) + P(B) - P(A∩)

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un múltiplo de 2 ó un 6 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 6) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 29

Lanzamos dos dados y sumamos sus resultados. Dados los sucesos A={salir más de 5}, B={salir un número par} y C={salir 2}, determina:

a) P(A)

b) P(B)

c) P(C)

d) P(A U B)

e) P(B U C)

f) P(A U C)

g) P(A U B U C)

Ejercicio 30

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número menor que 5 ó un número par?

5.2) PROBABILIDAD DE QUE OCURRA EL SUCESO A Y EL B EN EXPERIENCIAS COMPUESTAS

Caso 1: Cuando A y B son eventos independientes: (si la probabilidad de que ocurra el proceso B no depende de que haya ocurrido o no antes A.), se cumple que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo**:**

¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos veces un dado se obtengan dos números pares?

Solución:

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 3 (2,4,6) Entonces: P(dos pares) = P(par) y P(par) = P(par) • P(par) = 3/6 • 3/6 = 9/36 = 1/4

Caso 2: Cuando A y B son eventos dependientes corresponde la **Probabilidad Condicionada.**

Sea un experimento aleatorio en el que hay dos sucesos A y B. Se llama probabilidad condicionada del suceso B respecto al suceso A, y se denota como **P(B/A)** a la probabilidad de que ocurra el suceso B sabiendo que es también A viene dado por **P(B/A)** y cuya fórmula es:

$$\frac{P(A(\cap)B)}{P(A)}$$

Ejemplo**:**

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 4 sabiendo que ha salido par?

B = {Sacar 4} = {**4**}

A = {Número par} = {2,**4**,6}

P(B/A) = 1/3

$$\frac{145}{334} \div \frac{196}{334}$$

Ejercicio 31

La encuesta sobre el agrado del fútbol en la TV según los sexos entre alumnos de 14-18 años es la siguiente:

	A = Varones	**A' = Mujeres**	
B = agrada el fútbol	145	42	187
B' = no agrada el fútbol	51	96	147
	196	138	334

Considerar los sucesos:

A = Ser varón
A' = Ser mujer
B = Le gusta el fútbol
B' = no le gusta el fútbol

Calcula:

- Probabilidad de que siendo varón(A) le guste el futbol(B) p(B/A)=
- Probabilidad que siendo varón(A) no le guste el futbol(B’) p(B’/A)=
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) le guste el futbol(B) p(B/A’)=
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) no guste futbol(B’) p(A’/B’)=
- Probabilidad de que gustándole el futbol(B) sea varón(A) p(A/B)=
- Probabilidad de que gustándole el futbol(B) sea mujer(A’) p(A’/B)=

Ejercicio 32

En lugar de utilizar las tablas de contingencia del problema anterior utiliza la fórmula:

$$\frac{P(A(\cap)B)}{P(A)}$$

Para calcular el problema anterior y comprueba que los resultados son los mismos

Ejercicio 33

Extraemos una carta de una baraja española. Calcular la probabilidad de que la carta sea rey de oros, sabiendo que la carta extraída es una figura.

6) PROBABILIDAD COMPUESTA CON REPOSICIÓN Y SIN REPOSICIÓN

Hasta ahora sólo hemos trabajado el cálculo de la probabilidad con experiencias simples, es decir, sacando sólo una carta de la baraja, sacando una bola de una urna o lanzando un dado al aire. Ahora vamos a estudiar la probabilidad en **EXPERIENCIAS COMPUESTAS**. Ejemplos de ellas sería lanzar dos veces un dado o sacar tres cartas de una baraja.

Ahora bien, esto lo podemos hacer de dos maneras diferenciadas: **CON REPOSICIÓN Y SIN REPOSICIÓN**. Veámoslo.

PROBABILIDAD CON REPOSICIÓN:

Cuando extraemos una carta y miramos el palo, y la volvemos a introducir, estamos en una situación de **REPOSICIÓN**. Y si después extraemos otra carta y la volvemos a mirar, podremos calcular, por ejemplo, la probabilidad de que ambas sean copas. Está claro que son sucesos independientes, ya que al volver a introducir la carta el palo de la segunda extracción no depende del palo de la primera.

Ejemplo:

Se tiene una bolsa con 30 pelotitas entre blancas y rojas, de las cuales 12 son blancas, todas de igual peso y tamaño. Si se extraen 2 pelotitas al azar, con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

Solución:

Primera extracción	Segunda extracción (Con reposición)
Casos posibles: 30	Casos posibles: 30
Casos favorables: 12	Casos favorables: 12

Entonces:

$$\begin{aligned} P(\text{dos blancas}) &= P(\text{blanca}) \text{ y } P(\text{blanca}) \\ &= P(\text{blanca}) \cdot P(\text{blanca}) \\ &= \frac{12}{30} \cdot \frac{12}{30} = \frac{144}{900} = \frac{4}{25} \end{aligned}$$

PROBABILIDAD SIN REPOSICIÓN:

Cuando extraemos una carta y miramos el palo, y **NO** la volvemos a introducir, estamos en una situación **SIN REPOSICIÓN**. Y si después extraemos otra carta y la volvemos a mirar, podremos calcular, por ejemplo, la probabilidad de que ambas sean copas. Está claro que son sucesos dependientes, ya que al no volver a introducir la carta el palo de la segunda extracción depende del palo de la primera.

Ejemplo:

Se tiene una bolsa con 30 pelotitas entre blancas y rojas, de las cuales 12 son blancas, todas de igual peso y tamaño. Si se extraen 2 pelotitas al azar, sin reposición, ¿cuál es la

Solución:

Primera extracción	Segunda extracción (Sin reposición)
Casos posibles: 30	Casos posibles: 29
Casos favorables: 12	Casos favorables: 11

Entonces:

$$\begin{aligned} P(\text{dos blancas}) &= P(\text{blanca}) \text{ y } P(\text{blanca}) \\ &= P(\text{blanca}) \cdot P(\text{blanca}) \\ &= \frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} = \frac{132}{870} = \frac{22}{145} \end{aligned}$$

7) DIAGRAMAS DE ÁRBOL

Para la construcción de un **diagrama en árbol** se partirá poniendo una **rama** para cada una de las **posibilidades**, acompañada de su **probabilidad**.

En el **final** de cada **rama parcial** se constituye a su vez, un **nudo** del cual parten nuevas **ramas**, según las **posibilidades** del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (**nudo final**).

Hay que tener en cuenta: que la **suma de probabilidades** de las **ramas** de cada **nudo** ha de dar **1**.

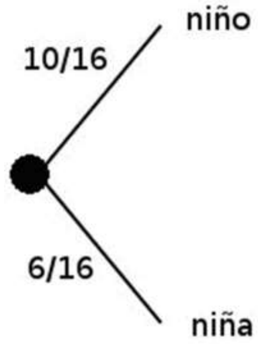
Ejemplos

Una clase consta de 6 niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

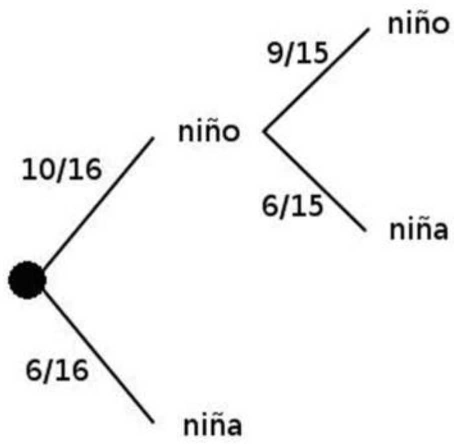
1) Seleccionar tres niños.
2) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
3) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.
4) Seleccionar tres niñas.

Solución: para obtener las probabilidades pedidas, utilizaremos un diagrama de árbol etiquetado con probabilidades. Lo construiremos paso a paso:

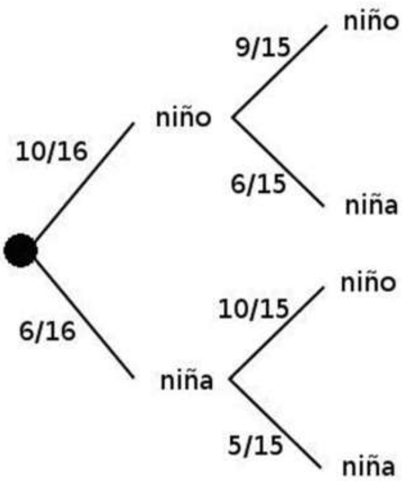
- En primer lugar anotamos la probabilidad de que al escoger por primera vez la elección sea un niño o una niña, siendo, según la Regla de **Laplace** 10/16 la probabilidad de elegir un niño y 6/16 la de que sea niña, escribiendo en forma de diagrama será:

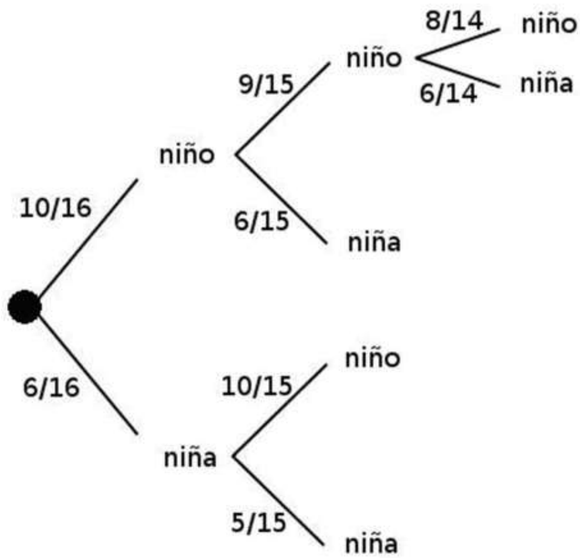


- Ahora la situación es distinta en función de la elección que se ha hecho en primer lugar, puesto que en el caso de haber elegido niño en la primera selección, quedarán 15 alumnos, de los que 9 serán niños y 6 niñas, las probabilidades en forma de diagrama se escribirán entonces así:



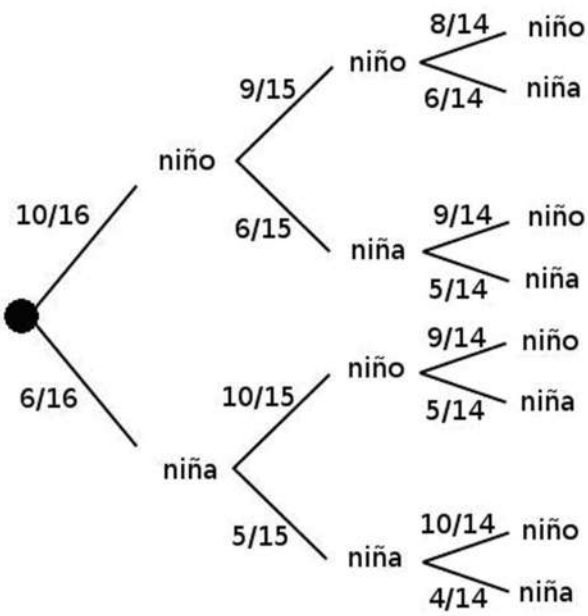
- Sin embargo, si en la primera elección se eligió niña, la situación será que hay 15 alumnos, de los que 10 serán niños y 5 niñas, por lo que las probabilidades para la segunda elección al azar serán diferentes. Así completamos el diagrama con las opciones que faltan para la segunda elección.





- Llegamos así a cuatro posibles situaciones diferentes para realizar la tercera elección, supongamos que la secuencia de elecciones ha sido niño-niño, es decir, estamos en la hoja superior del diagrama de árbol que estamos construyendo, la situación será que hay 14 alumnos de los que 8 son niños y 6 niñas, el árbol se completa como vemos:

- Razonando del mismo modo en las hojas restantes podemos completar el diagrama de árbol que nos ayudará a resolver a las cuestiones planteadas en este ejercicio, y que queda así:



Podemos ahora contestar a los diferentes apartados:

1) Seleccionar tres niños.

   p(3 niños) $=\frac{10}{16}*\frac{9}{15}*\frac{8}{14}=0{,}214$

2) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.

   p (2 niños y 1 niña) = $\frac{10}{16}*\frac{9}{15}*\frac{6}{14}+\frac{10}{16}*\frac{6}{15}*\frac{9}{14}+\frac{6}{16}*\frac{10}{15}*\frac{9}{14}=0{,}482$

3) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.

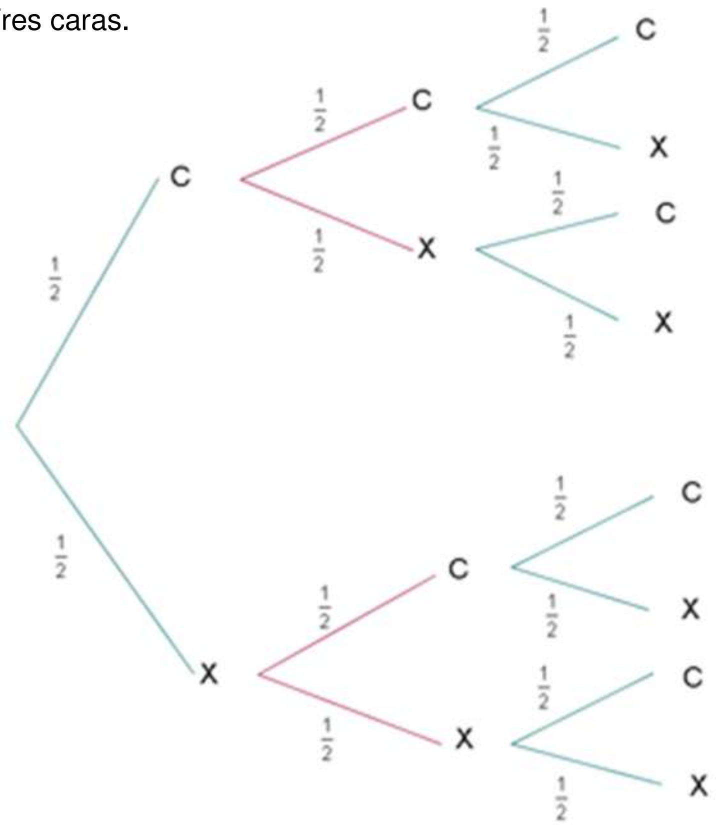
   p (2 niñas y 1 niño) = $\frac{10}{16}*\frac{6}{15}*\frac{5}{14}+\frac{6}{16}*\frac{10}{15}*\frac{5}{14}+\frac{6}{16}*\frac{5}{15}*\frac{10}{14}=0{,}268$

4) Seleccionar tres niñas.

   p (3 niñas) = $\frac{6}{16}*\frac{5}{15}*\frac{4}{14}=0{,}0357$

Calcular la probabilidad de que al arrojar al aire tres monedas, salgan:

Tres caras.



p(3c) = $\frac{1}{2}*\frac{1}{2}*\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

Ejercicio 34

En una urna hay dos bolas rojas y tres verdes. Se realizan tres extracciones sin reemplazamiento (sin meter la bola que se saca). Realiza el desarrollo del correspondiente diagrama de árbol y calcula la probabilidad de que salgan dos rojas y una verde.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Escribe algunos ejemplos de experimentos deterministas.

- El sol sale por el Este y se pone por el Oeste.
- El agua hierve a 100º C.
- Si tiro con fuerza un vaso de vidrio al suelo se romperá.

Ejercicio 2

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan:

Lanzar un dado es un experimento **aleatorio**.

El resultado de dividir 10 entre 2 es un experimento **determinista**.

Lanzar una moneda al aire es un experimento **aleatorio**.

Sacar una carta de una baraja española es un experimento **aleatorio**.

Saber el resultado de elevar un número al cuadrado es un experimento **determinista**.

Conocer el tiempo que hará mañana se trata de un experimento **aleatorio**.

Sacar una ficha roja de una caja donde hay 20 fichas rojas y 5 verdes es un experimento **aleatorio**.

Ejercicio 3

¿Qué es el espacio muestral? ¿Por qué letra se representa?

Es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento. Se representa con la letra E

Ejercicio 4

¿Cuál es el espacio muestral de un dado de 8 caras?

$E = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

Ejercicio 5

¿Qué es un suceso?

Un evento o Suceso corresponde a un subconjunto de un Espacio Muestral, asociado a un experimento aleatorio.

Ejercicio 6

En el experimento "lanzar un dado de 6 caras" escribe el espacio muestral y los sucesos A "múltiplo de 3" y B "menor que 3".

El espacio muestral viene dado: E ={1,2,3,4,5,6}

El suceso A: A={3,6}

El suceso B: B={1,2}

Ejercicio 7

Completa la tabla:

Experimento	Espacio muestral	Sucesos elementales
Lanzar una moneda	E={cara, cruz}	cara (C) y cruz (X)
Lanzar un dado	E={1,2,3,4,5 y 6}	1,2,3,4,5,6

Ejercicio 8

Escribe 4 ejemplos de sucesos compuestos en el experimento "sacar cartas de una baraja española"

A={salir ases}

B={salir copas}

C={salir figuras}

D={salir Reyes}

Ejercicio 9

En el experimento "lanzar un dado de 8 caras", cuatro sucesos compuestos serían:

A={Salir número impar}

B={Salir múltiplo de 2}

C={salir menor que 6}

D={salir mayor 4}

Ejercicio 10

¿Qué es un suceso seguro?

Un suceso seguro está formado por todos los posibles resultados, es decir, por el espacio muestral por lo que ocurre siempre

Ejercicio 11

Inventa un ejemplo que sea suceso seguro.

Al sacar una bola de una caja que sólo contiene bolas azules un suceso seguro sería sacar una bola azul.

Otro ejemplo sería al lanzar u.

Ejercicio 12

	V / F
De una baraja española de 40 cartas un suceso seguro sería sacar picas	**F**
En una bolsa con 5 bolas rojas y 3 negras un suceso seguro sería sacar una bola verde	**F**
Si tenemos una caja con fichas numeradas del 1 al 4 un suceso seguro sería sacar una ficha con un número menor que 5	**V**
Un suceso imposible sería si al lanzar 2 dados al aire y sumar la puntuación de sus caras obtener 0	**V**
Al lanzar un dado al aire un suceso seguro sería salir un número mayor que 6	**F**

Ejercicio 13

Escribe un ejemplo de suceso compatible:

Por ejemplo en el experimento "sacar cartas de la baraja española" tenemos los sucesos:

A={salir oros}

B={salir figura}

Ambos sucesos serían compatibles porque tienen 3 cartas en común: sota, caballo y rey de oros

Ejercicio 14

Por ejemplo, en el experimento "sacar cartas de la baraja española" tenemos los sucesos:

A={salir oros}

B={salir copas}

Razona si los sucesos son compatibles o incompatibles

Ambos sucesos no se pueden dar al mismo tiempo. Si saco una carta que sea del palo "oros" no es compatible con sacar una carta que sea del palo "copas".

Ejercicio 15

Piensa un ejemplo de sucesos independientes.

Extraer dos cartas de una baraja, con reposición, son sucesos independientes.

Ejercicio 16

Un ejemplo de suceso dependiente sería...

Por ejemplo si tenemos una bolsa con calcetines y pañuelos un suceso dependiente sería ir sacando prendas de la bolsa sin reposición.

Ejercicio 17

Escribe los sucesos contrarios en los siguientes casos:

A={1,2}

B={1,5}

C={2,5}

D={3,4,5,6}

En el experimento lanzar un dado de 8 caras los sucesos contrarios serían:

A={1,2} A'={3,4,5,6}

B={1,5} B'={2,3,4,6}

C={2,5} C'={1,3,4,5,6}

D={3,4,5,6} D'={1,2}

Ejercicio 18

De una baraja española de 40 cartas extraemos una carta, indica si en cada uno de los apartados siguientes aparecen sucesos compatibles o no:

a) A={Salir una figura} , B={Salir un oro} __SI___

b) A={Salir el as de bastos}, B={Salir el as de copas} __NO__

c) A={Salir una copa}, B={Salir el siete de copas} __SI___

Ejercicio 19

En el experimento de lanzar un dado y anotar su resultado, escribe el suceso contrario a: A={Sacar un número par menor que 5}; B={1,2,6}; C={3}

A = {1,3,5,6}

B = {3,4,5}

C = {1,2,4,5,6}

Ejercicio 20

Solución

a) La probabilidad de que B ocurra depende de si A ha ocurrido o no, ya que si A ocurre, es más fácil que ocurra B en la segunda que si A no ha ocurrido.

b) En este caso B no depende de A, porque tanto si A ocurre como si no, la urna tiene la misma configuración en la segunda extracción.

Ejercicio 21

Una bolsa tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Extraemos una bola.

a) **¿Cuál es el espacio muestral?**

b) **A=”obtener numero primo”, B=”múltiplo de 3”. Escribe los sucesos, A, B , A’, B’ , A ∩ B, AUB, AUA’ y A ∩ A’**

a) E={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

b) A={2,3,5,7}; B={3,6,9}; A’={1,4,6,8,9,10}, B’={1,2,4,5,7,8,10}, AUB={2,3,5,6,7,9}, A ∩ B={3}, AUA=E, A ∩ A’=∅

Ejercicio 22

Lanzamos dos veces una moneda:

a) **Escribe todos los sucesos elementales**
b) **Escribir el suceso S={la primera sale cara}**
c) **Escribir suceso incompatible con S**

a) Podemos entender el experimento de dos formas

1) Ver el número de caras E={0 caras, 1 cara, 2caras}. No son equiprobables
2) Distintas situaciones (importa el orden). E={cc,cx,xc,xx}. Son equiprobables: un espacio muestral es equiprobable si todos los elementos que lo conforman tienen igual oportunidad de ser elegidos y, en consecuencia, tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

b) S={cx,cc}

c) A={salen dos caras}={cc}

Ejercicio 23

En una urna hay tres bolas rojas, dos verdes y cinco blancas. Se saca una bola anotando el color de la bola extraída. Determina la probabilidad de los sucesos: {Salir roja}, {Salir verde} y {Salir blanca}.

$$P(Salir_r oja) = \frac{3}{10}$$

$$P(Salir_v erde) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(Salir_b lanca) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 24

De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, determian la probabilidad de los sucesos A = {Salir una figura de copas}, B = {Salir un tres} y C ={Salir una sota}. Calcula también $P(B^c)$.

P(A) = 0.075

P(B) = 0.1

P(C) = 0.1

$P(B^c)$ = 0.9

Ejercicio 25

Calcula la **probabilidad del suceso contrario** en los siguientes casos:

Experimento "lanzar un dado de 6 caras":

Suceso	Probabilidad del suceso contrario
A={Sacar un número menor que 4}={1,2,3}	P(A)=1- (3/6) = 3/6
B={Sacar un número impar}={1,3,5}	P(B)=1- (3/6) = 3/6
C={{Sacar un múltiplo de 2}={2,4,6}	P(C)= 1- (3/6) = 3/6
D={Sacar un número mayor 6} = {0}	P(D) = 1 -(0/6) = 1

Ejercicio 26

La probabilidad de un suceso es 0,3. ¿Cuál es la probabilidad del suceso contrario?

P(A') 1- 0,3 =0,7

Ejercicio 27

Inventa 2 ejemplos de un suceso seguro y calcula su probabilidad.

Ejemplo 1: Sacar una bola roja dentro de una caja dónde sólo tenemos bolas rojas.

P(A)=1

Ejemplo 2: Sacar un número menor de 7 cuando lanzo un dado de 6 caras.

P(B) = 1

Ejercicio 28

Inventa 2 sucesos imposibles y calcula su probabilidad.

Ejemplo 1: Sacar un pañuelo rojo dentro de una caja done sólo hay calcetines.

P(A) = 0

Ejemplo 2: Sacar una carta de picas de una baraja española.

P(B) = 0

Ejercicio 29

Lanzamos dos dados y sumamos sus resultados. Dados los sucesos A={salir más de 5}, B={salir un número par} y C={salir 2}, determina:

a) P(A) $\frac{26}{36}=0{,}72$

b) P(B) $\frac{18}{36}=0{,}5$

c) P(C) $\frac{1}{36}=0{,}027$

d) P(A U B) $\frac{26}{36}+\frac{18}{36}-\frac{14}{36}=\frac{30}{36}=0{,}83$

e) P(B U C) $\frac{18}{36}+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}=0{,}5$

f) P(A U C) $\frac{26}{36}+\frac{1}{36}=\frac{27}{36}=0{,}75$

g) P(A U B U C) $\frac{26}{36}+\frac{18}{36}+\frac{1}{36}-\frac{14}{36}-\frac{1}{36}=0{,}83$

Ejercicio 30

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número menor que 5 ó un número par?

Casos posibles 6 {1,2,3,4,5,6}

Casos favorables (menor que 5): 4 {1,2,3,4} P (menor que 5) = 4/6

Casos favorables (número par): 3 {2,4,6} P (número par) = 3/6

Como 2 y 4 son menores que 5, y al mismo tiempo son pares, se estarían considerando como casos favorables dos veces.

Por lo tanto, la probabilidad de que salga un número menor que 5 ó un número par, al lanzar un dado se expresa como:

P (< 5) ó P(par) = P(<5) U P(par) – P(<5 ∩par)= P(< 5) + P(par) – P(<5 y par)= 4/6 + 3/6 – 2/6 = 5/6

Ejercicio 31

- Probabilidad de que siendo varón(A) le guste el fútbol(B) p(B/A)= 145/196
- Probabilidad que siendo varón(A) no le guste el fútbol(B’) p(B’/A)= 51/196
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) le guste el fútbol(B) p(B/A’)=42/138
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) no guste fútbol(B’) p(A’/B’)= 96/138
- Probabilidad de que gustándole el fútbol(B) sea varón(A) p(A/B)= 145/187
- Probabilidad de que gustándole el fútbol(B) sea mujer(A’) p(A’/B)= 42/187

Ejercicio 32

- Probabilidad de que siendo varón(A) le guste el fútbol(B) p(B/A)= 145/196
- Probabilidad que siendo varón(A) no le guste el fútbol(B’) p(B’/A)= 51/196
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) le guste el fútbol(B) p(B/A’)=42/138
- Probabilidad de que siendo mujer(A’) no guste fútbol(B’) p(A’/B’)= 96/138
- Probabilidad de que gustándole el fútbol(B) sea varón(A) p(A/B)= 145/187
- Probabilidad de que gustándole el fútbol(B) sea mujer(A’) p(A’/B)= 42/187

Ejercicio 33

Extraemos una carta de una baraja española. Calcular la probabilidad de que la carta sea rey de oros, sabiendo que la carta extraída es una figura.

1/12

Ejercicio 34

En una urna hay dos bolas rojas y tres verdes. Se realizan tres extracciones sin reemplazamiento (sin meter la bola que se saca). Realiza el desarrollo del correspondiente diagrama de árbol y calcula la probabilidad de que salgan dos rojas y una verde.

P({dos rojas y una verde})= $\frac{2}{3}*\frac{1}{4}*1+\frac{2}{5}*\frac{3}{4}*\frac{1}{3}+\frac{3}{5}*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}=0{,}36$

Bloque 12. Tema 7.

Movimientos y fuerzas

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En este tema vamos a tratar dos partes fundamentales de la Física: la Cinemática y la Dinámica y cómo se aplican en la vida real.

La **Cinemática** estudia el **movimiento**, desde el que realiza una simple hormiga que se mueve por una mesa, hasta el que sigue La Tierra alrededor del Sol.

La **Dinámica** se encarga de analizar las causas de esos movimientos, es decir de las **fuerzas**. Entender las fuerzas significa saber por qué se mueven las cosas y sus efectos cubren todo un abanico de intensidades, porque tanto un terremoto como un parpadeo son consecuencia de fuerzas. En cada una de estas dos situaciones también podemos detectar movimiento.

1) MOVIMIENTO

Un cuerpo se mueve si cambia su posición respecto al sistema de referencia, en caso contrario decimos que está en reposo. Por comodidad, a un objeto que se mueve, **le vamos a llamar "móvil"**, aunque no coincida exactamente con el concepto de móvil que estás pensando.

Por lo tanto, lo primero que tenemos que definir es el **sistema de referencia**. A continuación veremos las **magnitudes** que intervienen en el estudio del movimiento, acompañadas de sus correspondientes **unidades**. Por último veremos las **trayectorias** que puede seguir un móvil, que dan lugar a los diferentes tipos de movimientos que trataremos en las siguientes preguntas.

1.1) SISTEMA DE REFERENCIA

La **posición** es el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio con respecto a un punto que consideramos fijo. El sistema de referencia es el marco con respecto al cual vamos a indicar la posición de un cuerpo.

Antes de comenzar el estudio de los movimientos, es preciso indicar que se dice que un cuerpo está en **reposo** cuando su posición no varía con respecto a un punto fijo y que se toma como referencia a medida que transcurre el tiempo. En caso contrario se dice que el objeto está en **movimiento**. Es de interés resaltar que no existen puntos de referencia fijos y que todos están dotados de movimiento. Los cuerpos que aparecen en reposo con respecto a nosotros, tales como un árbol o una casa, se mueven con la Tierra y ésta, como los demás planetas, alrededor del Sol, el cuál, a su vez, se mueve en el Universo. En consecuencia, resulta evidente que el concepto de reposo es relativo.

En Física, un sistema de referencia es un punto y un sistema de ejes, que suponemos fijos en el Universo, y que se toman como referencia para medir la distancia a la que se encuentra el objeto.

Entre los puntos que forman el sistema de referencia hay que destacar el origen de coordenadas (O). Es el punto donde se cruzan los ejes de coordenadas. Es el punto de origen de las medidas por lo que le corresponden las coordenadas.

Se utilizan tres sistemas de referencia, dependiendo de las dimensiones necesarias para describir el movimiento:

- Una dimensión - Movimientos Lineales
- Dos dimensiones - Movimientos en el Plano
- Tres dimensiones - Movimientos en el Espacio

A partir de ahora vamos a utilizar sólo una dimensión.

1.2) MAGNITUDES

Antes de comenzar con el estudio de los movimientos debemos conocer sus magnitudes y unidades.

Magnitud física es todo aquello que se puede medir (el tiempo, la masa, el espacio, el volumen, etc.). Hay otras cualidades que no se pueden medir, como el color, el olor, etc.

Hay dos tipos de magnitudes:

- **Fundamentales**: Son aquellas que se definen por si solas. Por ejemplo, la masa, el tiempo, el espacio, etc.
- **Derivadas**: Son aquellas que se definen a partir de otras; necesitan de otras para conocer su valor. Por ejemplo, la velocidad, la aceleración, la densidad, etc. Es decir, tenemos que hacer una operación matemática para conocer su valor.

En física hay muchas magnitudes, pero en cinemática emplearemos, como fundamentales espacio (e) y tiempo (t) y como derivadas velocidad (v) y aceleración (a).

- Velocidad (v): Es el espacio recorrido por un objeto en la unidad de tiempo. Hay que distinguir entre velocidad media y velocidad instantánea, pero esto lo iremos viendo poco a poco.
- Aceleración (a): Nos indica el ritmo o tasa con la que aumenta o disminuye la velocidad de un móvil en función del tiempo.

1.3) UNIDADES

Unidad es en lo que se mide una magnitud, en lo que se expresa. Todas las magnitudes físicas tienen muchas unidades con las cuales se pueden expresar. Conviene recordar el Sistema Métrico Decimal, así como el **Sistema Internacional de Unidades (S.I.)**, que se estudian en el Módulo 2.

Por ejemplo, una distancia se puede medir en metros (m), en centímetros (cm) o en kilómetros (km) y tienes que recordar cómo se pasa de una unidad a otra.

Las magnitudes que utilizaremos en Cinemática, con sus unidades son:

MAGNITUDES	UNIDADES
Espacio (e)	metro (m)
Tiempo (t)	segundo (s)
Velocidad (v)	m/s
Aceleración (a)	m/s^2

1.4) TRAYECTORIA

Para clasificar los movimientos debemos conocer su trayectoria.

Se define la **trayectoria** como la **sucesión de puntos por donde pasa un móvil**. Hay dos tipos de movimientos según sea su trayectoria:

- **Rectilíneo**: cuando su trayectoria es una recta.
- **Curvilíneo**: cuando su trayectoria una curva. El más conocido es el **movimiento circular**.

Espacio recorrido es la longitud de la trayectoria descrita por un cuerpo. **Desplazamiento** es la diferencia entre la posición inicial y final de un cuerpo. Ambas magnitudes son longitudes y su unidad en el S.I. es el **metro (m)**.

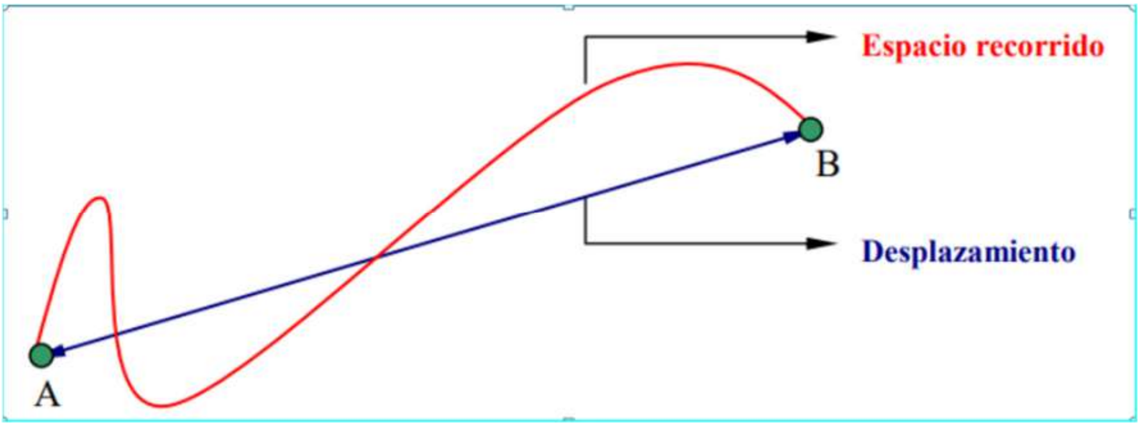


Imagen 1: Trayectoria. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Sólo coincidirá espacio recorrido y desplazamiento en el caso de que la trayectoria sea rectilínea y el móvil no cambie de sentido

2) MRU

El movimiento rectilíneo y uniforme (MRU) es aquel cuya trayectoria es la línea recta y **su velocidad** (módulo, dirección y sentido) **permanece constante**, no varía, durante todo el recorrido.

2.1) FÓRMULAS

La ecuación que usaremos para resolver los problemas de este tipo de movimiento es:

$$v = \frac{e}{t}$$

Y las que se obtienen despejando el espacio y el tiempo: $\left\{ \begin{array}{l} e = v \cdot t \\ \text{y} \\ t = \frac{e}{v} \end{array} \right.$

En este movimiento, coinciden la velocidad instantánea con la velocidad media, ya que la velocidad, siempre es la misma.

2.2) GRÁFICAS

Existen dos graficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):

En esta gráfica se representa el espacio en el eje de ordenadas y el tiempo en el eje de abscisas. Hay que dar valores al tiempo, y mediante la ecuación se calcula el espacio recorrido en cada tiempo, completándose así, la tabla de valores.

Ejemplo:

Un hombre va a una velocidad constante de 2 m/s. Representa su grafica e - t.

Lo primero que hay que hacer es la tabla de valores que corresponde a la función: e = 2 · t

t	0	1	2	3
e	0	2	4	6

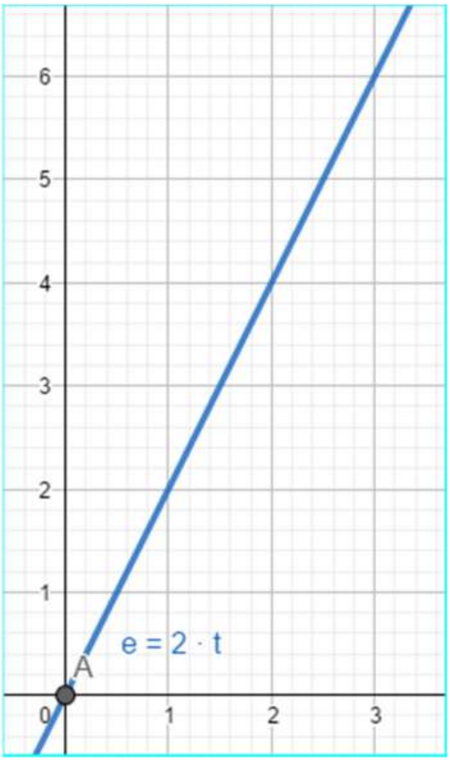


Imagen 2: Gráfica e-t. Fuente: Elaboración propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- Siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad del móvil, mayor es la pendiente.

B) Grafica velocidad-tiempo (v - t):

En esta gráfica se representa la velocidad en el eje de ordenadas y el tiempo en el eje de abscisas. Como la velocidad no varía, se trata de una función constante, ya que para cualquier valor del tiempo la velocidad siempre vale lo mismo.

Ejemplo:

Un hombre va a una velocidad constante de 2 m/s. Representa su grafica v - t.

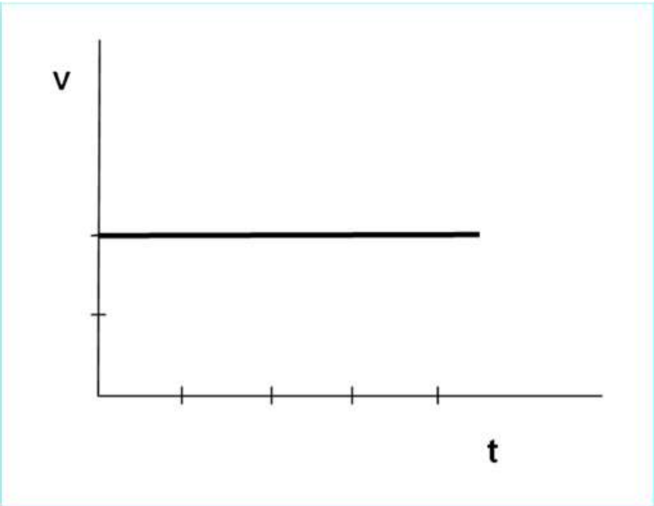


Imagen 3: Gráfica v-t.
Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido.
Licencia: Desconocida.

2.3) PROBLEMAS

Para resolver un problema se recomienda seguir los siguientes pasos:

1º) Se ponen los datos conocidos, con sus correspondientes unidades.
2º) Se revisan las unidades y en caso necesario se cambian, para que todas estén en el S.I.
3º) Se elige la fórmula a utilizar.
4º) Se calcula la incógnita pedida.
5º) Se analiza el resultado obtenido.

Veámoslo con el siguiente ejemplo:

Si un coche va a una velocidad de 25 m/s, calcular que espacio recorrerá en 2 h.

1º) Datos: v = 25 m/s, t = 2 h
2º) Unidades: hay que pasar las horas a segundos, 2 h · 3600 s/h = 7200 s
3º) Fórmula: e = v · t ,
4º) Cálculos: e = 25 · 7200 = **180000 m.**
5º) Análisis: Es correcto, ya que si recorre 25 m en un segundo, en 7200 s, recorrerá 180000 m.

3) MRUA

Es aquel cuya trayectoria es una línea recta, y **su velocidad** no permanece constante, **varía con el tiempo**, es decir, es aquel que tiene aceleración y que además es constante.

3.1) FÓRMULAS

Las ecuaciones que verifican este tipo de movimiento son:

$$\mathbf{e = v_o \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2} \qquad v = v_o + a \cdot t$$

Donde:

- $e \rightarrow$ es el espacio recorrido en metros
- $v_o \rightarrow$ es la velocidad inicial en m/s
- $t \rightarrow$ es el tiempo en segundos
- $a \rightarrow$ es la aceleración en m/s^2
- $v \rightarrow$ es la velocidad en un determinado momento del recorrido en m/s, es decir, es la velocidad instantánea.

Si quisiéramos calcular la velocidad media (v_m) de todo el recorrido, aplicaríamos la ecuación:

$$\mathbf{v_m = e/t}$$

Cuando un cuerpo cae por la acción de la gravedad, el movimiento que sigue es uniformemente acelerado y su aceleración es la gravedad (g), quedando las siguientes fórmulas:

$$\mathbf{e = v_o \cdot t + 1/2 \cdot g \cdot t^2} \qquad v = v_o + g \cdot t$$

Veremos más adelante cuánto vale la gravedad.

3.2) GRÁFICAS

Existen dos gráficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t) :

El tiempo se representa en el eje " x " y el espacio en el eje " y ". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación del espacio se calcula el espacio recorrido en cada tiempo.

Si queremos representar el espacio que recorre un móvil que lleva una velocidad inicial de 30 m/s y una aceleración de 20 m/s^2, sustituimos estos datos en la fórmula del espacio:

$$e = 30 \cdot t + 1/2 \cdot 20 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad \mathbf{e = 30t + 10t^2}$$

Resulta una función cuadrática, que para representar, completamos la siguiente tabla de valores:

t	0	1	2	3	4
e	0	40	100	180	280

Representando estos datos en unos ejes de coordenadas, obtenemos la siguiente gráfica:

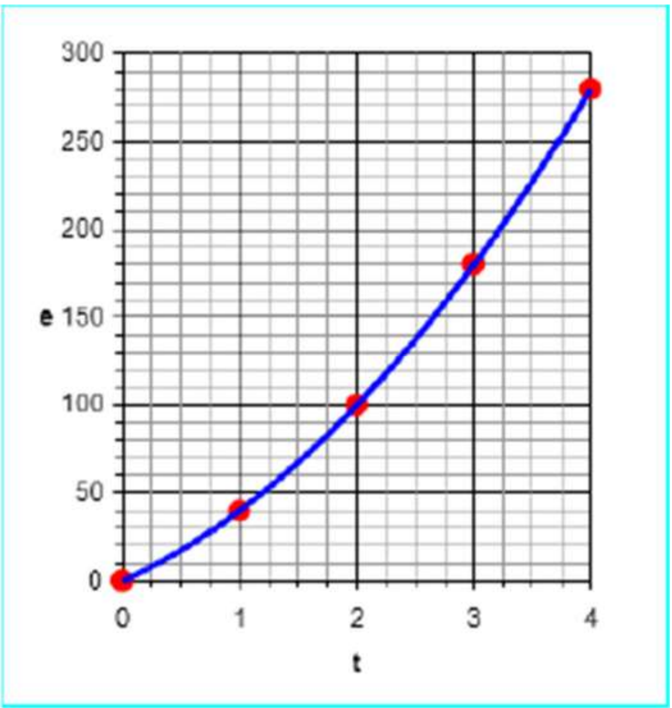


Imagen 4: Gráfica e-t. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Características de la gráfica:

- Siempre pasa por el punto (0,0).
- Siempre nos sale una parábola.
- La abertura de las ramas viene dada por la aceleración, cuanto mayor sea la aceleración menor es la abertura y viceversa.

B) Gráfica velocidad-tiempo (v - t) :

El tiempo se representa en el eje " x " y la velocidad en el eje " y ". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación de velocidad se calcula la velocidad en cada tiempo.

Para el mismo ejemplo anterior, la función a representar sería;

v = 30 + 20t

Y dándole valores al tiempo, resulta la siguiente tabla de valores:

t	0	1	2	3	4
v	30	50	70	90	110

Representando estos datos en unos ejes de coordenadas, obtenemos la siguiente gráfica:

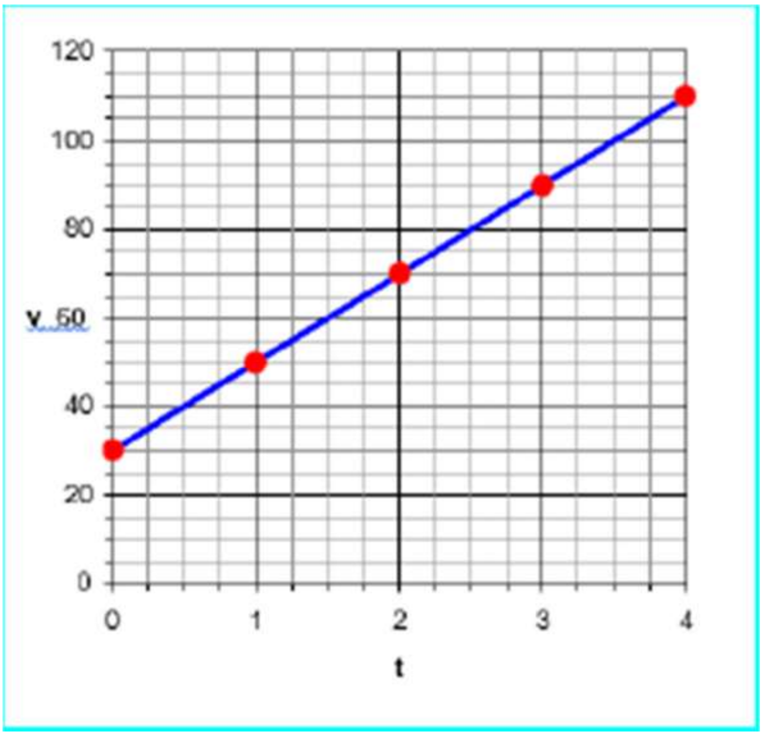


Imagen 5: Gráfica v-t. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- No siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la aceleración, cuanto mayor es la aceleración mayor es la pendiente.
- Si el movimiento tuviera aceleración negativa, es decir, si disminuye la velocidad con el tiempo, la recta sería decreciente y el punto de corte de la gráfica con el eje del tiempo, nos daría el tiempo que tarda el móvil en pararse.

3.3) PROBLEMAS

Vamos a seguir los mismos pasos recomendados en el apartado "2.3", con el siguiente ejemplo:

Un ciclista se está moviendo a 12 m/s cuando tiene que frenar al cruzársele un gato a 2,5 m delante de él. Consigue detenerse transcurridos 0,4 segundos. Se pide:

a) ¿Qué aceleración tuvo el ciclista?

b) ¿Qué distancia recorrió antes de detenerse?

c) ¿Atropelló al gato?

Resolución:

1º) Datos: v_0 = 12 m/s; v = 0 (puesto que se detiene); t = 0,4 s; distancia del gato = 2,5 m

2º) Unidades: En este caso no hay que hacer cambios.

3º) Fórmulas: "$v = v_o + a \cdot t$" y "$\mathbf{e = v_o \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2}$"

4º) Cálculos:

a) $v = v_o + a \cdot t$, utilizando esta fórmula y sustituyendo los datos que tenemos podemos calcular la aceleración del ciclista:

$0 = 12 + a \cdot 0{,}4 \rightarrow$ despejando: $a = -12/0{,}4 \rightarrow$ **a = -30 m/s²**.

b) De forma análoga pero con esta fórmula: $\mathbf{e = v_o \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2}$
$e = 12 \cdot 0{,}4 + ½ \cdot (-30) \cdot 0{,}4^2 = 4{,}8 - 2{,}4 \rightarrow$ **e = 2,4 m**

5º) Análisis: Es lógico que nos salga una aceleración negativa ya que el ciclista va frenando. El espacio que nos sale hasta que se para nos permita contestar a la tercera cuestión:

c) Según el resultado obtenido en el apartado anterior vemos que el ciclista recorre 2,4 m antes de detenerse. Como el gato estaba a 2,5m del ciclista cuando éste comienza a frenar, podemos concluir que **el gato se salva por los pelos**.

4) MCU

Los movimientos de trayectoria curvilínea son muchos más abundantes que los movimientos rectilíneos.

El movimiento circular uniforme está presente en multitud de situaciones de la vida cotidiana: las manecillas de un reloj, las aspas de un aerogenerador, las ruedas, el plato de un microondas, las fases de la Luna...

En el movimiento circular uniforme (MCU) el móvil describe una **trayectoria circular con velocidad constante.** Es decir, recorre arcos iguales en tiempos iguales.

4.1) FÓRMULAS

La unidad de medida de **ángulo (φ)** en el S.I. es el **radian (rad)**. Existe una relación matemática sencilla entre los arcos descritos y los ángulos que sustentan: "el ángulo es la relación entre el arco y el radio con que ha sido trazado".

Si llamamos ΔS al arco recorrido e $\Delta\varphi$ al ángulo barrido por el radio: $\mathbf{\Delta\varphi = \Delta S/R}$

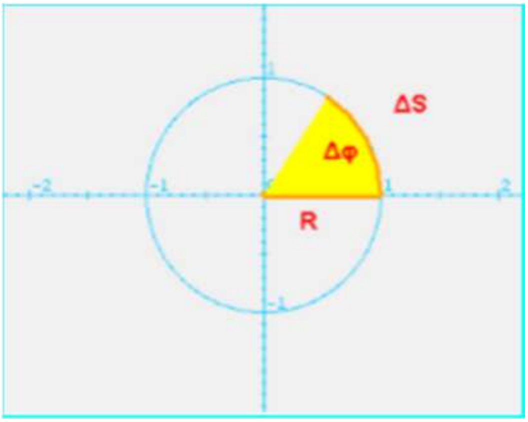


Imagen 6: MCU. Fuente: Desconocida.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

El radian es el ángulo cuya longitud del arco es igual al radio.

Por lo tanto, una circunferencia completa equivale a 2πrad.

La **velocidad angular (ω)** en el MCU es el ángulo barrido, $\Delta\varphi$, en un intervalo de tiempo, Δt.

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t$$

La unidad de velocidad angular en el S.I es el radián por segundo (**rad/s**). La velocidad angular se expresa también en **revoluciones por minutos (rpm)**.

Su equivalencia es: 1 rpm = 2π/60 rad/s

4.2) Relación entre magnitudes lineales y angulares

Cuando un disco gira, la velocidad lineal definida sobre la trayectoria y la velocidad angular definida sobre el ángulo barrido en un tiempo dado se producen de forma simultánea. Por lo tanto, es posible establecer una relación entre la velocidad lineal y la angular.

Para llegar a ello tenemos que recordar la primera fórmula del apartado anterior: $\Delta\varphi = \Delta S/R$

Si despejamos el espacio lineal, tendremos: $\mathbf{\Delta S = \Delta\varphi \cdot R}$

Como por definición, la velocidad lineal es: $\mathbf{v = \Delta S/t}$

La relación entre ambas velocidades será: $\mathbf{v = \omega \cdot R}$

4.3) Problemas

Veamos un ejemplo de problema de MCC:

Una rueda de coche tarda 20 s en recorrer 500 m, si su radio es de 25 cm. Halla su velocidad lineal y su velocidad angular.

Resolución:

1º) Datos: $t = 20$ s; $\Delta S = 500$ m; $R = 25$ cm

2º) Unidades: En este caso hay que hacer el siguiente cambio: $R = 0{,}25$ m

3º) Fórmulas: "$\mathbf{v = \Delta S/t}$" y "$\mathbf{v = \omega \cdot R}$"

4º) Cálculos: $v = 500/20 = 25$ m/s; luego ya tenemos la **velocidad lineal: v = 25 m/s**

Para calcular la **velocidad angular**, despejamos en la segunda fórmula: $\omega = v/R = 25/0{,}25 =$ **100 rad/s**

5º) Análisis: Es lógico.

5) CONCEPTO DE FUERZA

La fuerza puede definirse como **toda acción o influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo**.

La fuerza es una **magnitud vectorial** y se representan mediante un vector. Para definir un vector, y por lo tanto una fuerza, debemos conocer las siguientes características:

- Módulo: es el valor numérico de la fuerza, la cuantía de la fuerza. La unidad en que se miden las fuerzas es el Newton (N)
- Dirección: es la recta que incluye a la fuerza.
- Sentido: es la orientación que toma el vector (fuerza) dentro de su dirección. Todas las direcciones tienen dos sentidos.
- Punto de aplicación: es el punto donde se ejerce la fuerza. Salvo que se diga lo contrario, coincidirá con el centro de gravedad del cuerpo, que es su centro geométrico.

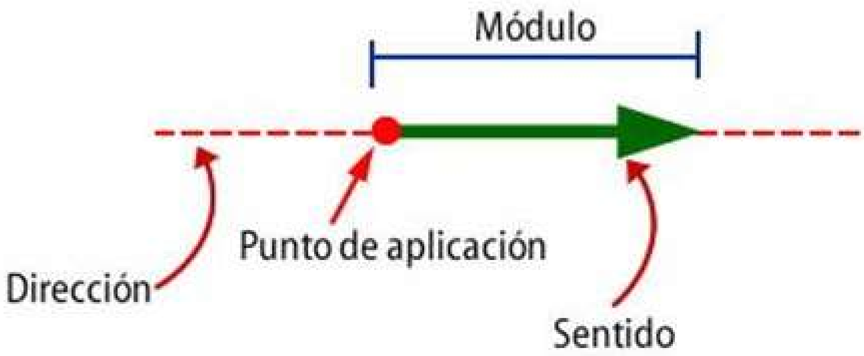


Imagen 7: Vector. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

La unidad de fuerza en el S.I. es el **newton (N)**, aunque también se utiliza el **kilopondio (kp).**

Más adelante veremos su definición y su relación.

Ejercicio 1

En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

	a) La que tenga más edad
	b) La que tenga peor carácter
	c) La que tire con más fuerza

5.1) Composición de fuerzas

Componer varias fuerzas consiste en calcular una fuerza única (resultante) que haga el mismo efecto que todas ellas juntas.

Los principales casos que pueden darse son:

1.- Fuerzas de la misma dirección y sentido: La resultante es otra fuerza de la misma dirección y sentido, y de módulo, la suma de los módulos.

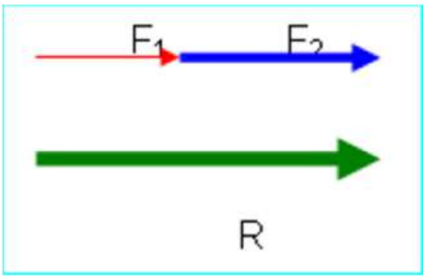


Imagen 8: Composición de vectores. Fuente: Elaboración propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejemplo: F_1 = 3 N, F_2 = 4 N → R= 3 + 4 = 7 N

2.- Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario: La resultante es otra fuerza de la misma dirección, sentido el de la mayor, y de módulo, la diferencia de los módulos.

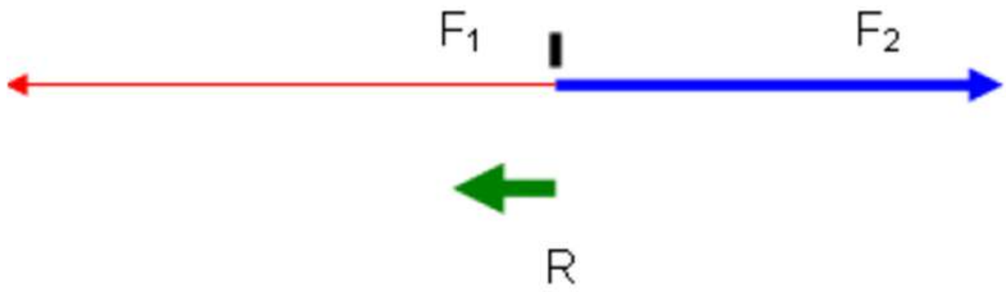


Imagen 9: Composición de vectores. Fuente: Elaboración propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejemplo: F_1 = 3 N, F_2 = 4 N → R = 4 – 3 = 1 N

3.- Fuerzas perpendiculares: Para calcular gráficamente la resultante, se emplea la regla del paralelogramo:

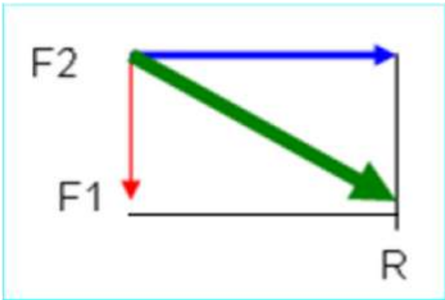


Imagen 10: Composición de vectores. Fuente: Elaboración propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Para realizar el cálculo numérico se emplea el Teorema de Pitágoras.

Ejemplo: F_1 = 3 N, F_2 = 4 N → R = 5 N

5.2) DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Descomponer una fuerza en otras varias es hallar un sistema de fuerzas que produzcan el mismo efecto que la fuerza dada.

Un caso muy interesante es la descomposición de una fuerza en dos componentes que sean perpendiculares entre sí. Para facilitar su descomposición, se realiza sobre los ejes de coordenadas y a las componentes obtenidas se las llama F_x y F_y y se calculan aplicando las razones trigonométricas:

$$\boxed{sen\,\alpha = \frac{Fy}{F} \Rightarrow Fy = F\,.\,sen\,\alpha}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{Fx}{F} \Rightarrow Fx = F\,.\cos\alpha}$$

Imagen 11: Componentes de un vector. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

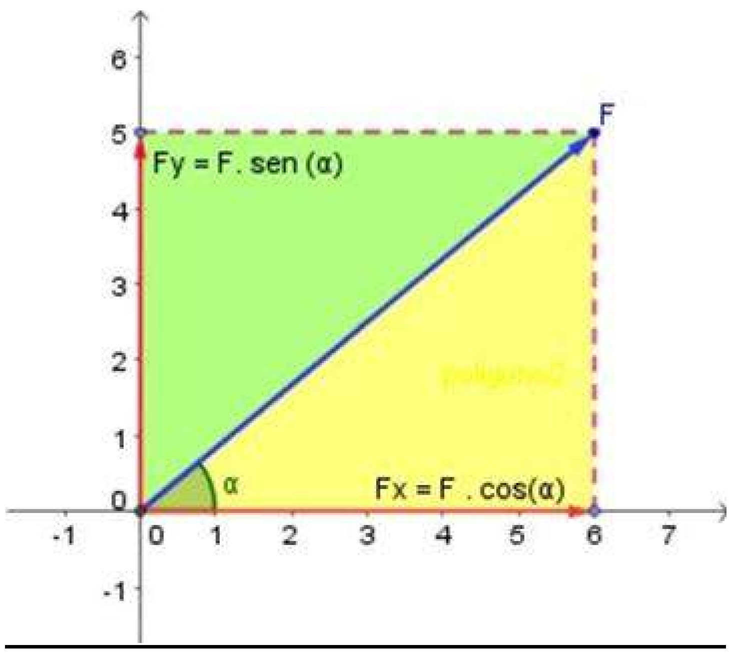


Imagen 12: Componentes de un vector. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

6) TIPOS DE FUERZAS

Las fuerzas pueden ser interiores o exteriores:

- Fuerzas interiores: Son aquellas que se ejercen entre partes de un mismo cuerpo o sistema. Ejemplo. La fuerza que hace que un muelle recupere su forma después de estirarlo.
- Fuerzas exteriores: Son aquellas que se ejercen entre cuerpos o sistemas diferentes. Ejemplo. La fuerza que una persona hace al empujar un libro sobre una mesa.

Las fuerzas que se producen entre los cuerpos pueden actuar a distancia o por contacto entre ellos:

- Fuerzas a distancia: Son la atracción gravitatoria de los cuerpos en el Universo, la atracción o repulsión entre cargas o entre imanes…
- Fuerzas por contacto: Es la fuerza que hace un caballo tirando de un carro, una cuerda sujetando un objeto, la fuerza con que el suelo responde a un cuerpo apoyado en él…

Además de todas las fuerzas comentadas, vamos a ver con más detalle las tres siguientes: **peso**, **normal** y **fuerza de rozamiento**.

6.1) PESO

El **peso** es la fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto. Está originado por la acción del campo gravitatorio que crea un planeta, en nuestro caso La Tierra, sobre todos los objetos que están en sus inmediaciones.

Por ser una fuerza, el peso se representa como un vector, definido por su módulo, dirección y sentido, aplicado en el centro de gravedad del cuerpo y dirigido aproximadamente hacia el centro de la Tierra (por eso siempre se dibuja vertical y hacia abajo). Por la misma razón, al ser una fuerza, se mide en el S.I. en **newton (N)**.

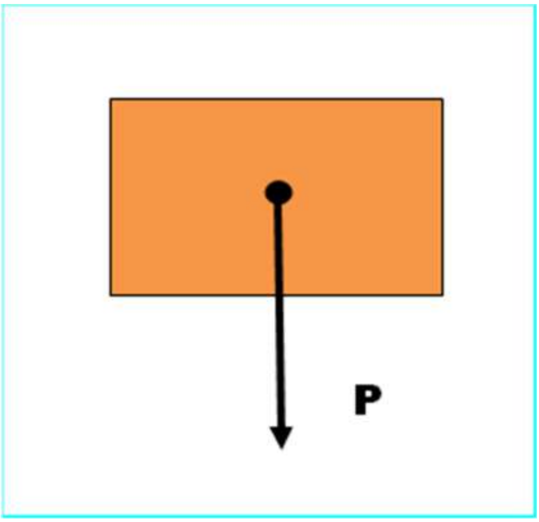


Imagen 13: Peso. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Peso y masa son dos magnitudes físicas muy diferentes, aunque aún en estos momentos, en el habla cotidiana, el término “peso” se utiliza a menudo erróneamente como sinónimo de masa. La masa es una propiedad de la materia y es una magnitud escalar, es decir no necesita de vectores como el peso. Además, la masa de un objeto no varía con su posición, mientras que el peso depende de la gravedad del planeta en el que se encuentre, pudiendo incluso ser cero, cuando se aleja de ellos, lo que se conoce como ingravidez.

La relación entre peso y masa es la siguiente:

$$\mathbf{P = m \cdot g}$$

Donde **P** es el peso del cuerpo en N, **m** es la masa en kg del cuerpo y **g** es la **gravedad**, que en nuestro planeta vale 9,8 m/s^2. Aunque en ocasiones se redondea a 10m/s^2. Como ves, tiene unidades de aceleración, precisamente es la aceleración con la que los cuerpos caen debido a la atracción gravitatoria de La Tierra.

La gravedad en la Luna vale 1,7 m/s^2, por lo que los objetos allí pesan bastante menos, unas cinco veces menos.

6.2) NORMAL

La **normal (N)** es la fuerza que ejercen las superficies sobre los cuerpos colocados sobre ellas, ya que si no estuviera esa superficie, el objeto se caería debido a la acción del peso. La dirección de la normal siempre es perpendicular a la superficie y su sentido hacia arriba.

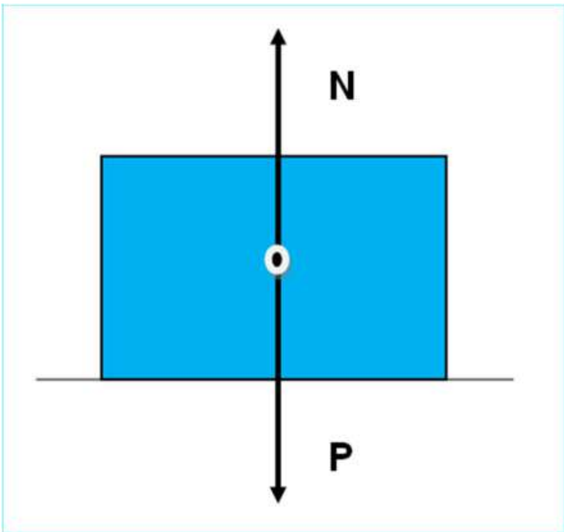


Imagen 14: Normal. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Cuando un cuerpo está apoyado en una **superficie horizontal**, la normal tiene que compensar al peso, ya que el objeto ni sube ni baja, por lo tanto, se calculará de la siguiente forma:

$$\mathbf{N = P = m \cdot g}$$

6.3) FUERZA DE ROZAMIENTO

La Fuerza de rozamiento (**F_r**) es la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos cuando se intenta deslizar uno sobre otro. La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento, por tanto siempre la dibujaremos en sentido contrario al movimiento. La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos se debe a que la superficie de contacto nunca es perfectamente lisa, sino que presenta rugosidades.

Si sobre un objeto, por ejemplo un coche, actúa una fuerza horizontal y hacia la derecha (F), por ejemplo la que hace el motor, se moverá con esa misma dirección y sentido y automáticamente aparecerá otra fuerza en sentido contrario, que es la fuerza de rozamiento (F_r). El esquema de estas fuerzas es el siguiente:

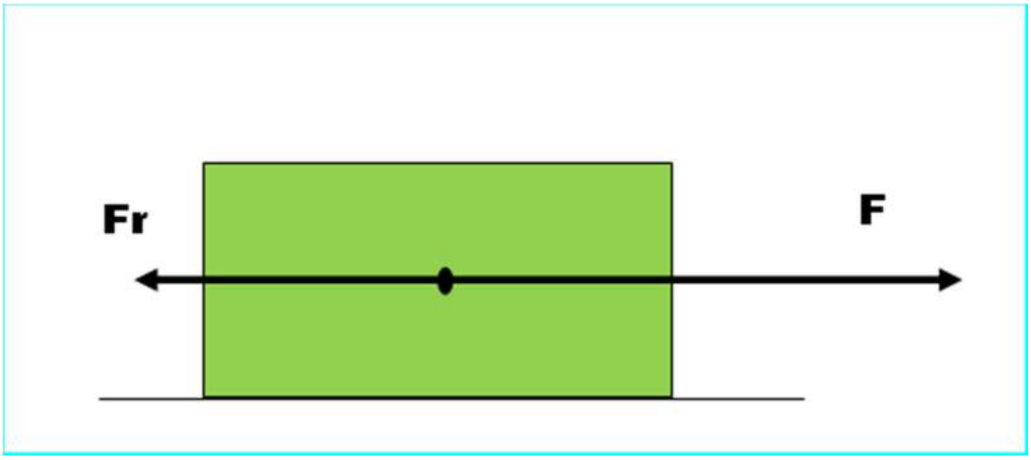


Imagen 15: Fuerza de rozamiento. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

La fuerza de rozamiento se calcula con la ecuación:

$$F_r = \mu \cdot N$$

Donde "**μ**" es el **coeficiente de rozamiento,** que no tiene unidades y depende de las superficies en contacto, es mayor cuanto más rozan. Por ejemplo, es mucho mayor entre un neumático y el asfalto, que entre la cuchilla de un patín y el hielo.

Como ya hemos visto antes, "**N**" es la **normal.**

7) LEYES DE NEWTON

Isaac Newton (1643-1727), científico y matemático inglés, promulgó las denominadas “Leyes de la Dinámica”, en las cuales expuso los principios sobre los que se basa el estudio de las fuerzas.

Imagen 16: Newton. Fuente: Wikipedia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Son tres leyes, en las que se fundamenta toda la Física clásica, que siguen siendo aplicables a la mayoría de los casos. Tan sólo a nivel microscópico o cuando nos acercamos a la velocidad de la luz, es necesario acudir a la Física moderna que inició Einstein.

7.1) PRINCIPIO DE INERCIA

También conocida como 1ª Ley de Newton, dice lo siguiente: **“Sí sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero, el cuerpo estará en reposo o se moverá con movimiento rectilíneo y uniforme”.**

Imagen 17: 1ª Ley de Newton. Fuente: Wikipedia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Las principales conclusiones de esta ley son:

1ª. Todo cuerpo en reposo seguirá en reposo mientras no se le aplique una fuerza.

2ª. Todo cuerpo libre (no sometido a interacciones) en movimiento, seguirá moviéndose con velocidad constante en trayectoria recta.

3ª. La tendencia de los cuerpos a conservar su estado de reposo o de movimiento se llama inercia. La inercia es la propiedad de un cuerpo que mide la resistencia del mismo a variar su estado de reposo o de movimiento. Cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, mayor será su inercia.

7.2) PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA

También conocida como 2ª Ley de Newton, es la más importante de las tres y dice: **"Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones que se producen en el mismo, siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo."**

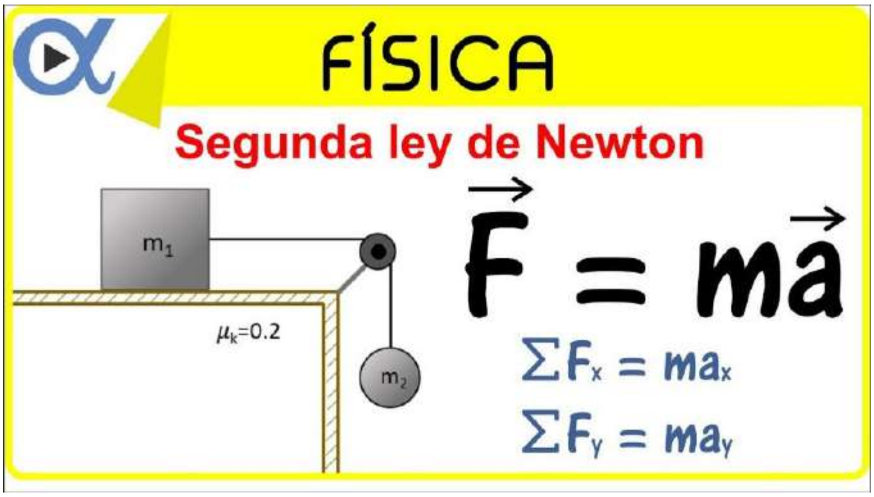


Imagen 18: 2ª Ley de Newton. Fuente: Wikipedia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Matemáticamente se expresa: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Es decir, la fuerza resultante (suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración.

Las consecuencias de esta ley son:

- La unidad de fuerza en el S. I. es el **Newton (N)**

  1 Newton = 1N = 1 kg · 1 m/s^2

  Se define el Newton como la fuerza que aplicada a 1 kg de masa le produce una aceleración de 1 m/s^2.

- Se justifica el concepto de peso de un cuerpo, como un tipo de fuerza. Como el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae: **P = m · g** ↔ **F = m · a** vemos que ambas ecuaciones son muy similares, ya que a = g = 9,8 m/s^2

- Otra unidad de fuerza es el **kilopondio (kp),** que es la fuerza con que la Tierra atrae a 1 kg de masa:

  1 kp = 1 kg · 9,8 m/s^2 = 9,8 · 1 kg · 1 m/s^2 = 9,8 N; es decir: **1 kp = 9,8 N**

7.3) PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Es la 3ª Ley de Newton: **"Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza (acción), éste reacciona contra el primero con una fuerza igual y de sentido contrario (reacción)".**

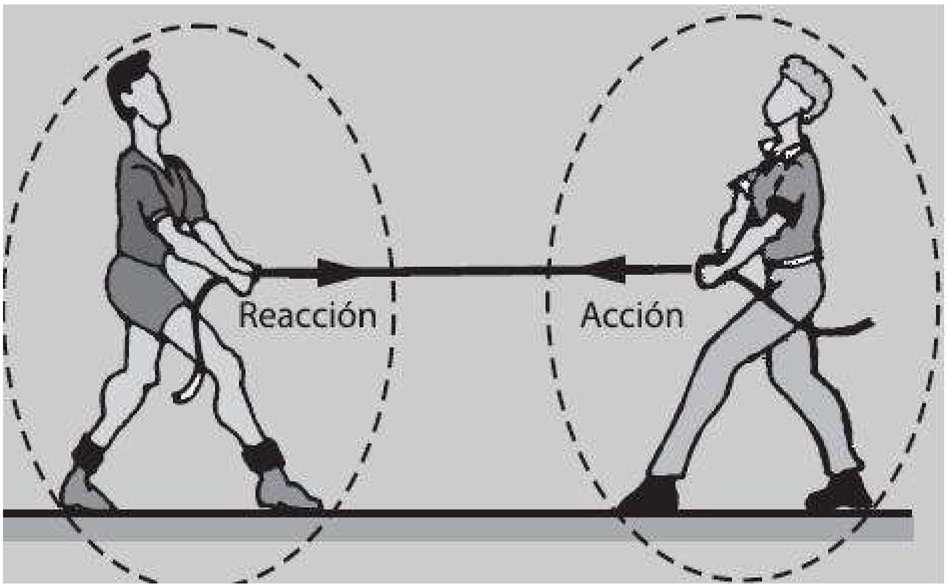


Imagen 19: 3ª Ley de Newton. Fuente: Wikipedia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Ejemplos de dos fuerzas no se anulan porque actúan sobre cuerpos diferentes:

- Cuando una persona intenta saltar a tierra desde una barca, la persona empuja la barca hacia atrás (acción) para que la barca le empuje hacia adelante (reacción).
- Al disparar una bala con un rifle, el arma ejerce una fuerza sobre el proyectil (acción), mientras que la bala ejerce otra sobre el rifle (reacción), que se conoce como retroceso y que es fácilmente apreciable en el hombro al disparar.

8) LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La Ley de Gravitación Universal fue descubierta por Newton. Se puede enunciar de la siguiente forma:

"Toda partícula material del universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa".

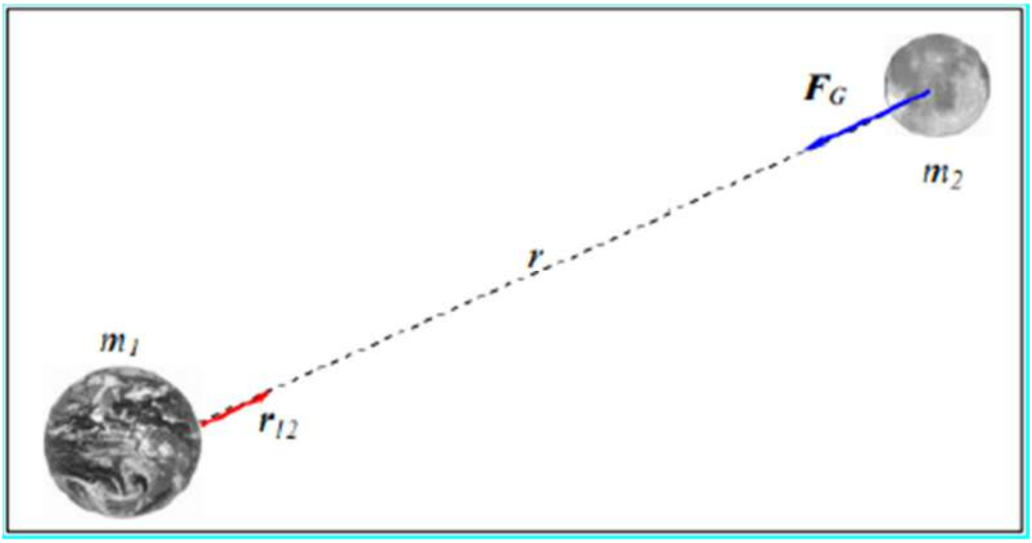


Imagen 20: Ley de Gravitación. Fuente: Elaboración propia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Si las partículas que tienen masas m_1 y m_2 están separadas una distancia r medida desde sus centros, como se ve en la figura, entonces, de acuerdo a la ley de gravitación universal, la fuerza de atracción gravitacional F_G ejercida por la masa m_1 sobre la masa m_2 es:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Donde:

- G→ constante de gravitación universal G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$
- m_1 y m_2 → masas de los cuerpos que interaccionan
- r → distancia entre los cuerpos
- F_G → fuerza de atracción entre los cuerpos

Como hemos visto en apartados anteriores, sabemos que el peso de un cuerpo lo calculamos como P = m · g, y sabiendo que el peso en la Tierra de un cuerpo es la fuerza con que ésta atrae a dicho objeto, podríamos calcular el valor de la gravedad si sabemos el valor de la masa de la Tierra y su radio:

$$F = P = m_1 \cdot g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Y despejando la gravedad (g) nos queda:

$$g = G \cdot \frac{m_2}{r^2}$$

Donde m_2 sería la masa de la Tierra y r su radio.

Esto mismo, lo podríamos extrapolar para cualquier planeta.

Ejemplo:

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3 m, ¿Cuál es la fuerza de atracción entre dichas masas?

$\mathbf{F} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2 \cdot 800\ kg \cdot 500\ kg/3^2\ m^2 = \mathbf{2{,}964.10^{-6}\ N}$

Podemos comprobar que cuando las masas no son muy grandes, las fuerzas de atracción entre ellas no son significativas, por lo que la Ley de Gravitación Universal solo tiene aplicación real cuando hablamos de interacciones entre planetas, o entre un planeta y otro objeto cualquiera.

9) PRESIÓN

En nuestra vida cotidiana hablamos muchas veces de presión: "voy a revisar la presión de los neumáticos", "ten cuidado con la olla a presión", "hay que cuidarse la presión arterial"...

Imagen 21: Presión. Fuente: Wikipedia.
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Pero, qué es realmente la presión. Pues la **presión** es una magnitud que mide el efecto deformador o capacidad de penetración de una fuerza y se define como la **fuerza ejercida por unidad de superficie.** Se expresa como:

$$\mathbf{p = F/S}$$

La presión explica por qué un cuchillo afilado corta más, ya que al tener menos superficie de corte, ejerce más presión. También justifica el uso de los esquís, ya que al tener más superficie de contacto con la nieve, la presión es menor y el esquiador se hunde menos.

Su unidad de medida en el S.I. es el **N/m²**, que se conoce como **Pascal** (**Pa**). Un pascal es la presión que ejerce una fuerza de un newton sobre una superficie de un metro cuadrado.

Como hemos comentado anteriormente la unidad de medida en el S.I. es el Pascal, sin embargo es común encontrar la presión expresadas en otras unidades.

- **kp/cm²** (Kilopondio por centímetro cuadrado): Muy utilizada en la Industria. 1 kp/cm² = 98000 Pa.
- **atm** (atmósfera): Es la presión que ejerce la atmósfera a nivel del mar. 1 atm = 101325 Pa. En ocasiones se redondea a 101300 Pa.
- **bar:** Muy utilizada en meteorología. 1 bar = 100000 Pa.
- **mmHg** (milímetro de mercurio): 760 mmHg = 1 atm = 101325 Pa.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

	a) La que tenga más edad
	b) La que tenga peor carácter
X	c) La que tire con más fuerza

Bloque 12. Tema 8.

Trabajo. Potencia. Energía y Calor

ÍNDICE

1) TRABAJO

En el lenguaje cotidiano se confunde el concepto de esfuerzo con el de trabajo. En Física, cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un cambio en el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo. Si no se produce cambio, no hay trabajo. Por ejemplo, una persona que está empujando un cuerpo pesado, si no lo mueve, no está realizando trabajo. Realiza un gran esfuerzo, pero trabajo no.

Son distintos los conceptos de esfuerzo y trabajo. Hacemos esfuerzo cuando aplicamos una fuerza y realizamos un trabajo cuando la fuerza que ejercemos produce una transformación.

El trabajo se representa por la letra "W" debido a que en inglés "work" significa trabajo y se define del siguiente modo:

El **trabajo (W)** que realiza una fuerza constante F que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del módulo de la fuerza F (valor numérico de la fuerza) por el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza (Δx) por el coseno del ángulo α formado entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento.

$$\mathbf{W = F. \Delta x. \cos \alpha}$$

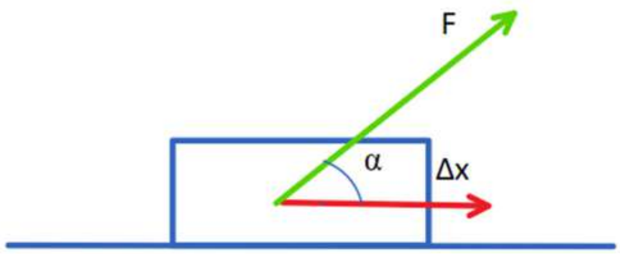


Imagen 1: Trabajo realizado por una fuerza F.
Fuente: Elaboración propia

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional (S.I.) es el Julio (J). Un julio es el trabajo que realiza una fuerza de 1N al desplazar un cuerpo 1m en la misma dirección de su desplazamiento.

1 J = 1N. 1m

Según sea el valor del ángulo α (ángulo formado por las direcciones de la fuerza y el desplazamiento) el trabajo tendrá los siguientes valores:

a) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido, α = 0º y el cos α = cos 0º = 1.

W = F. Δx. cos α = F. Δx. cos 0º = F.Δx.1 = **F.** Δ**x.** Es decir, en este caso el trabajo es máximo (**W máximo).**

α = 0º → cos 0º = 1 → W máximo

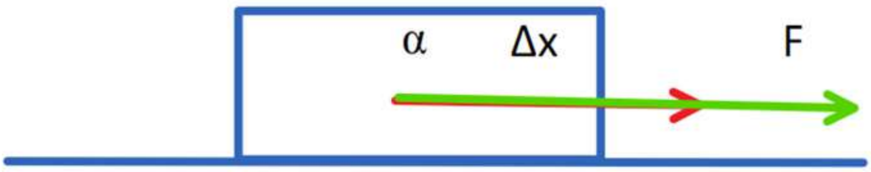


Imagen 2: α = 0º
Fuente: Elaboración propia

b) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre 0º y 90º, el cos α es mayor que 0 y el W es positivo.

0º < α < 90º → cos α > 0 → w > 0

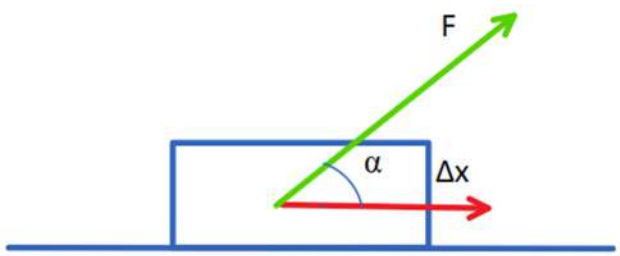


Imagen 3: 0º < α < 90º
Fuente: Elaboración propia

c) Cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares, α = 90º y el cos α = cos 90º = 0. por lo tanto, el trabajo es cero.

W = F. ∆x. cos α = F. ∆x. cos 90º = F.∆x.0 = **0**. Es decir, en este caso el trabajo es nulo.

Por lo tanto, las fuerzas perpendiculares nunca producen trabajo mecánico.

α = 90º → cos 90º = 0 → W = 0.

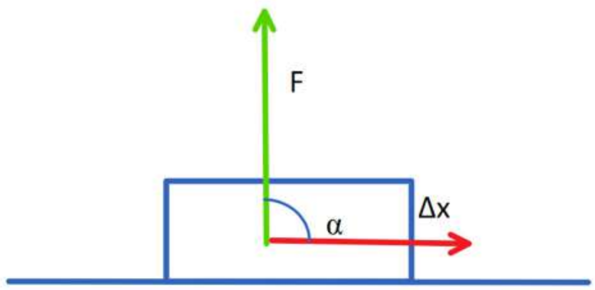


Imagen 4: α = 90º
Fuente; Elaboración propia

Un ejemplo es la fuerza normal (N) que nunca realiza trabajo porque siempre es perpendicular a la superficie y, por lo tanto, al desplazamiento de los cuerpos sobre los que actúan.

El trabajo será nulo cuando no haya desplazamiento (∆x = 0) o cuando cos α =0, es decir cuando α = 90º.

d) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre 90º y 180º, el cos α es menor que 0 y el W es negativo.

90º < α < 180º → cos α < 0 → w < 0

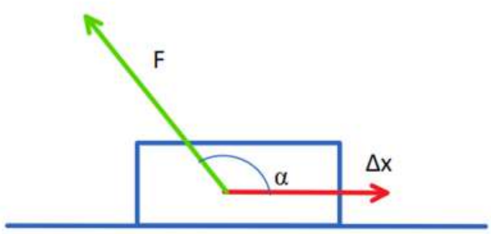


Imagen 5: 90º < α < 180º
Fuente: Elaboración propia

e) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido contrario, α = 180º y el cos α = cos 180º = -1.

W = F. ∆x. cos α = F. ∆x. cos 180º = F.∆x.(-1) = **- F. ∆x.**

Un ejemplo es la fuerza de rozamiento que siempre lleva la dirección del movimiento pero el sentido contrario.

α = 180º → cos 0º = - 1 → W < 0

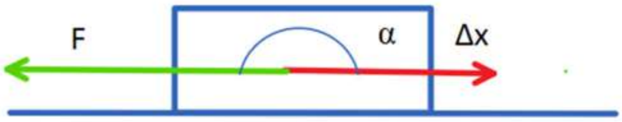


Imagen 6: α = 180º
Fuente: Elaboración propia

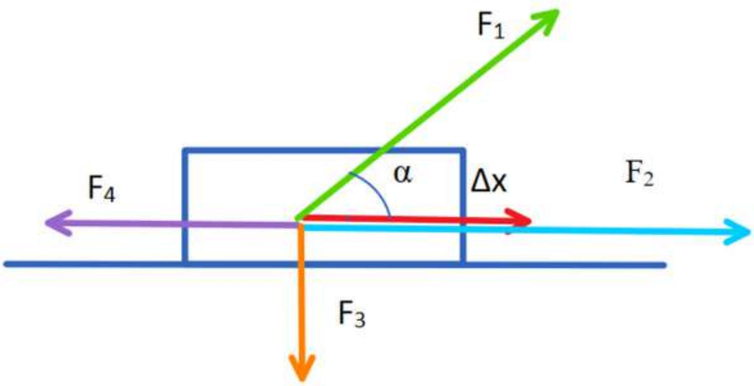
Ejercicio 1

¿En cuál de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

	a) Empujamos con fuerza la pared de la habitación
	b) Levantamos un paquete del suelo
	c) Empujamos el coche hasta el garaje
	d) Estudiamos

Ejemplo 1:

Calcular el trabajo realizado por cada fuerza si el cuerpo sobre el que actúan se desplaza 50 m.



$F_1 = 10$ N
$F_2 = 10$ N
$F_3 = 19{,}6$ N
$F_4 = 7$ N
$\alpha = 60º$
m = 2 kg

Imagen 7: Trabajo realizado por un sistema de fuerzas
Fuente: Elaboración propia

El trabajo realizado por cada fuerza es:

$W_1 = F.\Delta x.\cos\alpha = 10$ N . 50m . cos 60º = 10 N . 50m . 0,5 = 250 J.

$W_2 = F.\Delta x.\cos\alpha = 10$ N . 50m . cos 0º = 10 N . 50m . 1 = 500 J.

$W_3 = F.\Delta x.\cos\alpha = 19{,}6$ N . 50m . cos 90º = 19,6 N . 50m . 0 = 0 J.

$W_4 = F.\Delta x.\cos\alpha = 7$ N . 50m . cos 180º = 10 N . 50m . (-1) = - 350 J.

Para calcular el trabajo total (W_t) basta con sumar los trabajos realizados por cada fuerza:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 250 \text{ J} + 500 \text{ J} + 0 \text{ J} - 350 \text{ J} = 400 \text{ J}.$$

Ejercicio 2

Para arrastrar un objeto atamos una cuerda al mismo y tiramos del otro extremo. ¿Depende el esfuerzo a realizar de la longitud de la cuerda?

Imagen 8: Cuerpo arrastrado por cuerdas de distinta longitud
Fuente: Elaboración propia

Ejercicio 3

Una grúa eleva un coche de 800 Kg hasta una altura de 20 metros. ¿Qué trabajo realiza?

$g = 9{,}8\ m/s^2 = 9{,}8\ N/kg$.

Ejercicio 4

Sobre un cuerpo de 2 Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:

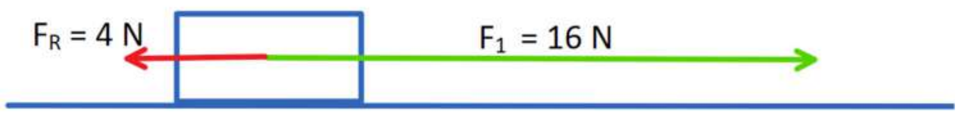


Imagen 9: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo
Fuente: Elaboración propia

Calcula el trabajo que realiza cada fuerza en 3 s.

2) POTENCIA

Imagínate que dos personas suben tres cajas de 10 Kg cada una, a una mesa de 1 m de altura. Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una. ¿Cuál de las dos realiza más trabajo?

Persona (1) : $W_{Total} = m * g * h = 30 \text{ kg} . 9{,}8 \text{ N/kg} . 1 \text{ m} = 294 \text{ J}$

Persona (2) : $W_{caja} = m * g * h = 10 \text{ kg} . 9{,}8 \text{ N/kg} . 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$

$$W_T = 3\ W_{caja} = 3 * 98 \text{ J} = 294 \text{ J}$$

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo independientemente del tiempo empleado. La persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una.

La magnitud física que relaciona el trabajo realizado con el tiempo empleado para ello, se denomina **potencia.** Es el trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Se representa por le letra " P". Su fórmula es:

P = W / t P = Potencia

W = Trabajo realizado

t = Tiempo empleado

La unidad de potencia en el sistema internacional es el vatio (W) . Se define como la potencia necesaria para realizar un trabajo de 1 J en 1 s.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} / 1 \text{ s}$$

Otras unidades de potencia muy utilizadas son:

- El kilovatio (kW) → **1 kW = 1000 W**
- El caballo de vapor (CV) → **1 CV = 735 W**

El kilovatio-hora (kW.h) es una unidad de energía (no de potencia). Si despejamos el W de la expresión P = W / t, queda que

$$W = P . t$$

Si la potencia la expresamos en kW y el tiempo en h, el trabajo realizado se expresará en kW.h.

W= P . t = 1 kW . 1 h = **1 kW.h**

Como 1 kW = 1000 W y 1 h = 3600 s

1 kW.h = 1000 w . 3600 s = 3600000 w.s = 3600000J → **1 kW.h = 3600000 J**

<u>Ejemplo 2</u>

Dos grúas suben un cuerpo de 100 Kg. a una altura de 20 m. La primera tarda 40 s y la segunda 50 s. Calcula la potencia que desarrolla cada grúa.

$P = W / t = m . g . h / t$

$P_1 = m . g . h / t = (100 . 9{,}8 . 20) \text{ J} / 40 \text{ s} = 490 \text{ w.}$

$P_2 = m . g . h / t = (100 . 9{,}8 . 20) \text{ J} / 50 \text{ s} = 392 \text{ w.}$

Como se puede comprobar, el trabajo realizado por cada grúa es el mismo pero como emplean distintos tiempos para ello, la grúa que lo realiza en menos tiempo tiene más potencia.

Ejemplo 3

Sobre un cuerpo de 2 kg, inicialmente en reposo, actúan horizontalmente las siguientes fuerzas:

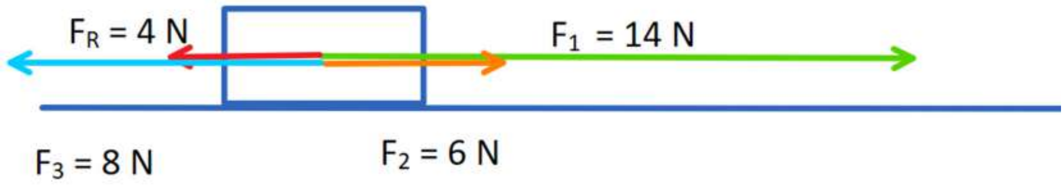


Imagen 10: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
Fuente: Elaboración propia.

Calcula la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 s.

m = 2 kg

Inicialmente en reposo → $v_0 = 0$ m/s

$F_1 = 14$ N

$F_2 = 6$ N

$F_3 = 8$ N

$F_r = 4$ N

t = 10 s

$P_{F1} = ?$

$P_{F2} = ?$

$P_{F3} = ?$

$P_{Fr} = ?$

Para poder calcular el W realizado por cada fuerza: W = F. **Δx**. cos α

Tenemos que averiguar el desplazamiento del cuerpo (Δx).

Como sobre el cuerpo actúa un sistema de fuerzas cuya resultante es distinta de cero, el cuerpo llevará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Δx = espacio recorrido = $v_o \cdot t + 1/2 \cdot \mathbf{a} \cdot t^2$

Para poder calcular el espacio recorrido tenemos que hallar la aceleración a la que se mueve el cuerpo, lo haremos aplicando la segunda Ley de Newton en el eje x

$Rx = F_1 + F_2 - F_3 - Fr = m \cdot a$

14 N + 6 N - 8 N - 4 N = 2 kg · a

a = 8 N / 2 kg = **4 m / s²**

Una vez conocida la aceleración podemos calcular el espacio recorrido en 10 s, utilizando la ecuación anterior.

Como parte del reposo $v_o = 0$ m/ s

Δx = espacio recorrido = $v_o \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 0$ m/s . 10 s + 1/2 . 4 m/s². (10s)² = 0 + 1/2. 4. 100 = **200 m**

Para calcular el trabajo realizado por las fuerzas aplicamos la siguiente ecuación

$W_{F1} = F_1 . \Delta x. \cos \alpha = 14 \text{ N} . 200\text{m} . \cos 0^{\circ} = 14 \text{ N} . 200\text{m} . 1 = 2800 \text{ J}$

$W_{F2} = F_2 . \Delta x. \cos \alpha = 6 \text{ N} . 200\text{m} . \cos 0^{\circ} = 6 \text{ N} . 200\text{m} . 1 = 1200 \text{ J}$

$W_{F3} = F_3 . \Delta x. \cos \alpha = 8 \text{ N} . 200\text{m} . \cos 180^{\circ} = 8 \text{ N} . 200\text{m} . (-1) = - 1600 \text{ J}$

$W_{Fr} = F_r . \Delta x. \cos \alpha = 4 \text{ N} . 200\text{m} . \cos 180^{\circ} = 4 \text{ N} . 200\text{m} . (-1) = - 800 \text{ J}$

Para calcular la potencia desarrollada por cada fuerza aplicamos esta ecuación:

$P = W / t$

$\mathbf{P_{F1}} = W / t = 2.800 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{280 \text{ w}}$

$\mathbf{P_{F2}} = W / t = 1.200 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{120 \text{ w}}$

$\mathbf{P_{F3}} = W / t = - 1.600 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{- 160 \text{ w}}$

$\mathbf{P_{Fr}} = W / t = - 800 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{- 80 \text{ w}}$

Ejercicio 5

Un saco de ladrillos de 200 Kg tiene que llevarse desde el suelo hasta el quinto piso (20 m) de una obra en construcción. Un obrero realiza esta tarea en media hora, y una grúa en 2 minutos. ¿Qué trabajo realiza la grúa? ¿y el obrero? Calcula la potencia en cada uno de los dos casos.

Ejercicio 6

En Gran Bretaña existe una unidad de potencia un tanto rara pero cuyo uso se ha extendido gracias al pasado poderío industrial de ese país: Es el caballo de vapor (CV), su equivalencia ya la conoces. Expresa las potencias halladas en el ejemplo anterior en caballos de vapor.

3) ENERGÍA

Es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar trabajo y producir cambios. Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio (J).

Hay muchos tipos de energías como por ejemplo: energía solar, eléctrica, luminosa, eólica, térmica, nuclear, etc. Nosotros vamos a estudiar tres tipos de energías que son, la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica.

3.1) ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (EP)

Energía potencial gravitatoria (Ep) es la que posee un cuerpo debido a la posición que ocupa, es decir, por estar situado a una cierta altura. Matemáticamente, se define como:

Ep = m ⋆ g ⋆ h

m = masa del cuerpo (kg)

g = intensidad del campo gravitatorio (N / kg) = aceleración de la gravedad (m / s^2)

h = altura a la que se encuentra el cuerpo con respecto al nivel cero (podemos considerar el nivel cero el suelo)

La energía potencial gravitatoria se suele designar normalmente como energía potencial.

Como se puede observar a partir de la ecuación anterior, la energía potencial depende de la masa y la altura a la que se encuentre un cuerpo. A mayor masa y mayor altura, mayor energía potencial.

Ejemplo 4

Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 kg que se encuentra a 50 m de altura.

m = 8 kg

h = 50 m

g = 9,8 N / kg

Ep = ?

Ep = m. g . h = 8 kg ⋆ 9,8 N / kg ⋆ 50 m = **3920 J**

Ejemplo 5

Un cuerpo que se encuentra a 20 m de altura tiene una Ep de 1000 J. Calcular cuál es su masa.

h = 20 m

Ep = 1000 J

g = 9,8 N / kg

m = ?

como la Ep = m ⋆ g ⋆ h

Despejamos la m de la ecuación anterior

m = Ep / g . h = 1000 J / 9,8 N / kg . 20 m = **5,1 kg**

Ejemplo 6

Una maceta de 500 g de masa tiene una energía potencial de 49 J cuando se encuentra en el balcón de un segundo piso, ¿a qué altura se encuentra?

Primero tenemos que expresar la masa en unidades del Sistema Internacional

m = 500 g = 500 g . 1 kg / 1000 g = 0,5 kg

Ep = 49 J

g = 9,8 N / kg

h = ?

como la Ep = m . g . h

Despejamos la h de la ecuación anterior

h = Ep / m . g = 49 J / 0,5 kg . 9,8 N / kg = **10 m**

Ejemplo 7

Completa la siguiente tabla.

Masa (kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	**5**		
4		**500**	
	10		**19600**

Tenemos que completar la tabla con los datos que poseemos, utilizando la ecuación

Ep = m . g . h

a) m = 20 kg

h = 5 m

Ep = ?

Ep = m . g . h = 20 kg . 9,8 N / kg . 5 m = **980 J**

b) El trabajo que puede producir es igual a la Ep almacenada.

c) m = 4 kg

Ep = 500 J

h = ?

Despejamos la altura (h) de la expresión Ep = m . g . h

h = Ep / m . g = 500 J / 4 kg . 9,8 N / kg = **12,76 kg**

d) El trabajo que puede producir es igual a la Ep almacenada.

e) El trabajo que puede producir es igual a la Ep almacenada.

f) h = 10 m

Ep = 19600 J

m = ?

Despejamos la masa (m) de la expresión Ep = m . g . h

m = Ep / g . h = 19600 J / 9,8 N / kg . 10 m = **200 kg**

Masa (Kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	**5**	980	980
4	12,76	**500**	500
200	**10**	19600	**19600**

Ejercicio 7

Calcula la energía potencial de una avioneta de 1500 kg que vuela a 700 m de altura.

Ejercicio 8

Un libro de 200 g se encuentra en una estantería. Si su energía potencial en ese punto es igual a 2,94 J, calcula a qué altura se encuentra.

3.2) ENERGÍA CINÉTICA (EC)

Energía cinética es la que posee un cuerpo por el hecho de tener una velocidad. Su expresión matemática es la siguiente:

$Ec = 1 / 2 \cdot m \cdot v^2$

Ec = Energía cinética (J)

m = masa del cuerpo (kg)

v = velocidad a la que se mueve dicho cuerpo (m/s)

Como vemos a partir de la expresión anterior, la energía cinética depende de la masa y de la velocidad. A mayor masa y mayor velocidad, mayor energía cinética.

Ejemplo 8

Calcula la energía cinética que tiene un coche de 600 kg, que lleva una velocidad de 20 m/s .

m = 600 kg
v = 20 m/s
Ec = ?

$\mathbf{Ec} = 1/2 \, . \, m \, . \, v^2 = 1/2 \cdot 600 \text{ kg} \cdot 20^2 \, (m/s)^2 = \mathbf{120000\ J}$

Ejemplo 9

Un cuerpo de 10 kg tiene una Ec de 4500 J, calcula su velocidad.

m = 10 kg

Ec = 4500 J

v = ?

$Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2$

Despejamos la velocidad de la ecuación anterior

$v^2 = 2 \, . \, Ec / m = 2. \, 4500 \text{ J} / 10 \text{ kg} = 900 \, (m/s)^2$

v = 30 m/s

Ejercicio 9

Un coche de 1000 Kg marcha a una velocidad de 108 Km/h ¿Cuál es su energía cinética?

Ejercicio 10

Completa la siguiente tabla:

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
10	20	
	10	2000
5		2250

3.3) ENERGÍA MECÁNICA (EM)

La energía mecánica (Em) que posee un cuerpo es igual a la suma de su energía potencial (Ep) y su energía cinética (Ec) .

Em = Ep + Ec

Ejemplo 10

Un avión de 14000 kg vuela a 200 m de altura a una velocidad de 400 m/s. Calcula su energía mecánica.

Como Em = Ep + Ec y conocemos

m = 14000 kg

h = 200 m

v = 400 m/s

Em = ?

calcularemos primero sus Ep y Ec

Ep = m . g. h = 14000 kg . 9,8 N/kg . 200 m = 27440000 J = $2{,}774.10^7$ J

Ec = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 14000 kg . 400^2 $(m/s)^2$ = 1120000000 J = $1{,}12.10^9$ J

Em = Ep + Ec = $2{,}774.10^7$ J + $1{,}12.10^9$ J = **1147440000 J**

Ejemplo 11

Calcula la altura a la que se encuentra una piedra de 2 kg, cuando cae verticalmente, si su energía mecánica es 114 J y su velocidad 4 m/s al pasar por ese punto.

m = 2 kg

Em = 114 J

V = 4 m/s

h =?

Para poder calcular la h debemos averiguar la Ep en ese punto, ya que Ep = m . g .h

conocida la Ep, se despejaría la h de la ecuación anterior.

Como Em = Ep + Ec, calculamos la Ec ya que conocemos la velocidad de la piedra y despejamos la Ep de la ecuación anterior.

Ec = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 2 kg . 4^2 $(m/s)^2$ = 16 J

Ep = Em - Ec = 114 J – 16 J = 98 J

Una vez conocida la Ep, se despeja la altura de la ecuación Ep = m . g. h

h = Ep / m . g = 98 J / 2 kg . 9,8 N /kg = **5 m**

Ejercicio 11

Calcula la energía mecánica de un objeto de 3 kg que se mueve a 36 km/h a una altura de 15 m.

Ejercicio 12

Una niña de 20 kg corre por un puente de 30 m de altura. Si su energía mecánica es 9880 J ¿Cuál es su velocidad?

4) PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

El principio de conservación de la energía afirma que la energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma.

En las transformaciones que ocurren en la naturaleza se producen transferencias de energía de unos sistemas a otros en forma de trabajo o de calor. Como el trabajo que realiza un sistema físico es igual a la variación de energía mecánica.

$$W = \Delta Em$$

Si sobre un sistema no se realiza trabajo, ni el sistema realiza trabajo al exterior, el trabajo será nulo (W = 0) y la Em será constante. Por lo tanto, la energía mecánica de un sistema permanece constante cuando el trabajo es nulo. Por ello, se puede decir que la energía mecánica es constante siempre que no haya pérdidas en forma de rozamiento o calor.

Vamos a demostrar con el siguiente ejercicio que si no hay rozamiento (W = 0) se conserva la energía mecánica.

Ejemplo 12

Se lanza desde el suelo, y verticalmente hacia arriba, un cuerpo de 2 kg con una velocidad de 40 m/s. Se supone que no hay rozamiento.

Toma $g = 10\ m/s^2 = 10\ N/kg$

$m = 2\ kg$

$v = 40\ m/s$

- En el momento de lanzar el cuerpo (punto más bajo del recorrido del cuerpo) (punto A):

Como $h_A = 0\ m \rightarrow Ep_A = m\ .\ g.\ h_A = 2\ kg\ .\ 10\ N/kg.\ 0\ m = 0\ J$

$v_A = 40\ m/s \rightarrow Ec_A = 1/2\ .\ m.\ v_A^2 = 1/2\ .\ 2\ kg\ .\ 40^2\ (m/s)^2 = 1600\ J$

Em_A (punto más bajo) = $Ep_A + Ec_A = 0 + 1.600 =$ **1.600 J**

Esta energía mecánica es la que se conserva constante durante todo el recorrido del cuerpo, porque suponemos que no hay rozamiento entre el cuerpo que se lanza y el aire.

A medida que el cuerpo va subiendo su Ec va disminuyendo (ya que disminuye su velocidad), mientras que la Ep va aumentando (ya que aumenta su altura). La misma cantidad que disminuye la Ec, aumenta la Ep. Esto es debido a que la Ec se está transformando en Ep, pero siempre la Em vale lo mismo (permanece constante).

- Vamos a comprobar que se cumple este principio, calculando la Em al cabo de 1 s de ser lanzado el cuerpo (punto B):

Para poder hallarla tenemos que averiguar la altura que alcanza el cuerpo para poder saber cuál es su Ep y la velocidad para hallar su Ec al cabo de ese tiempo.

Cuando t = 1 s

Como el cuerpo lleva un MRUA

$$v_B = v_o + at = 40\ m/s - 10\ m/s^2 * 1\ s = 30\ m/s$$

$$\mathbf{Ec_B} = 1/2\ .\ m.\ v_B^2 = 1/2\ .\ 2\ kg\ .\ 30^2\ (m/s)^2 = \mathbf{900\ J}$$

$$h_B = e = vo\ t + 1/2\ at^2 = 40\ m/s * 1\ s + 1/2\ (-10\ m/s^2)\ 1^2\ s^2 = 35\ m.$$

$$\mathbf{Ep_B} = m \cdot g \cdot h_B = 2\ kg \cdot 10\ N/kg \cdot 35\ m = \mathbf{700\ J}$$

$$\mathbf{Em_B} \text{ (al cabo de 1s de su lanzamiento)} = Ec_B + Ep_B = 900\ J + 700\ J = \mathbf{1.600\ J}$$

Vemos que efectivamente se conserva la energía mecánica, y que lo que ha disminuido la Ec (1600J -900 J = 700 J) es la misma cantidad en la que ha aumentado su Ep (700 J – 0 J = 700 J).

- Veremos que ocurre lo mismo cuando han transcurrido 2 s desde el lanzamiento del cuerpo (punto C):

  Para ello, haremos los mismos cálculos que en el apartado anterior.

  Cuando t = 2 s

  Como el cuerpo lleva un MRUA

$$v_C = v_o + at = 40\ m/s - 10\ m/s^2 * 2\ s = 20\ m/s$$

$$\mathbf{Ec_C} = 1/2 \cdot m \cdot v_C^2 = 1/2 \cdot 2\ kg \cdot 20^2\ (m/s)^2 = \mathbf{400\ J}$$

$$h_C = e = vo\ t + 1/2\ at^2 = 40\ m/s * 2\ s + 1/2\ (-10\ m/s^2)\ 2^2\ s^2 = 60\ m.$$

$$\mathbf{Ep_C} = m \cdot g \cdot h_C = 2\ kg \cdot 10\ N/kg \cdot 60\ m = \mathbf{1200J}$$

$$\mathbf{Em_C} \text{ (al cabo de 1s de su lanzamiento)} = Ec_C + Ep_C = 400\ J + 1200\ J = \mathbf{1.600\ J}$$

  De nuevo, se ve que la energía mecánica tiene el mismo valor y que la cantidad en la que ha disminuido la Ec (1200 J) es la misma en la que ha aumentado el valor de su Ep (1200 J).

- Por último, calcularemos la Em cuando el cuerpo alcanza su altura máxima (punto más alto del recorrido del cuerpo) (punto D):

  En el momento en el que el cuerpo alcanza su altura máxima, éste se para (v = 0 m/s)

  Como $v_D = 0\ m/s$ → $\mathbf{Ec_D} = 1/2 \cdot m \cdot v_D^2 = 1/2 \cdot 2\ kg \cdot 0^2\ (m/s)^2 = \mathbf{0\ J}$

  Para calcular su Ep, tenemos que calcular la altura a la que ha llegado. Puesto que el cuerpo lleva un MRUA.

  $h_D = e = vo\ t + 1/2\ at^2$

  para poder hallar el espacio recorrido (h_D) por el cuerpo tenemos que calcular primero el tiempo que ha tardado en llegar a ese punto.

  Como conocemos

  $v_0 = 40\ m/s$

  $v = 0\ m/s$

  despejamos el t de esta ecuación $v = v_o + at$

  $t = v - v_0 / a = 0 - 40\ m/s / -10\ m/s^2 = 4\ s$

  $h_D = e = vo\ t + 1/2\ at^2 = 40\ m/s * 4\ s + 1/2\ (-10\ m/s^2)\ 4^2\ s^2 = 80\ m$

  $\mathbf{Ep_D} = m \cdot g \cdot h_D = 2\ kg \cdot 10\ N/kg \cdot 80\ m = \mathbf{1600\ J}$

  $\mathbf{Em_D}$ (punto más alto) $= Ec_D + Ep_D = 0\ J + 1600\ J = \mathbf{1.600\ J}$

  Como vemos, la energía mecánica siempre permanece constante y se cumple el principio de conservación de la energía si se supone que no hay rozamiento.

Cuando el cuerpo está bajando, su altura va disminuyendo, con lo que su Ep va disminuyendo. En cambio, su velocidad va aumentando con lo que su Ec va también aumenta. Esto significa que la Ep se está transformando en Ec, lo mismo que se pierde en Ep, se gana en Ec. Cuando llega al suelo se considera que h = 0 m, con lo que la Ep = 0 y la Em = Ec.

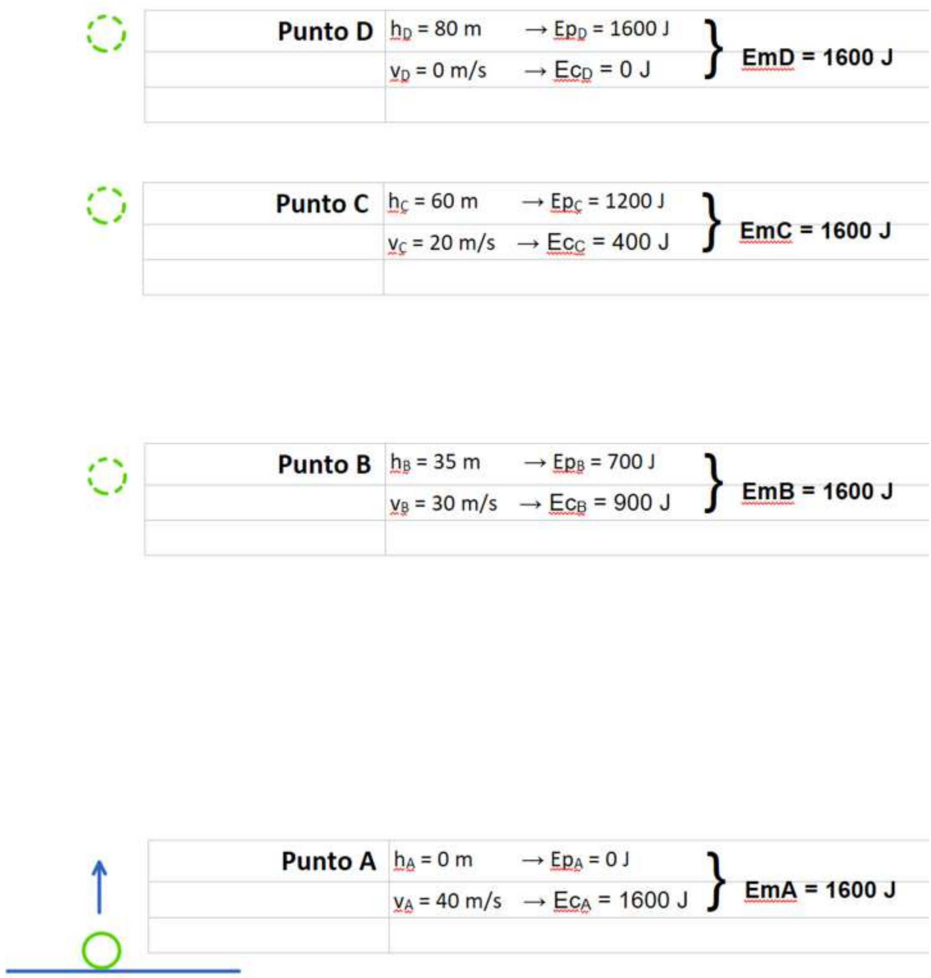


Imagen 11: Conservación de la energía en el tiro vertical.
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 13

Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba, un cuerpo de 4 kg, con una velocidad de 60 m/s. Calcula la Ec y la Ep en los siguientes casos:

a) **En el momento de lanzarlo**
b) **Cuando su velocidad es de 20 m/s**
c) **Cuando está a 120 m de altura**
d) **En su altura máxima**

Ejercicio 14

Se lanza hacia arriba un balón de baloncesto cuya masa es de 650 g con una velocidad inicial de 7 m/s. Determina el valor de la energía mecánica en cada uno de los siguientes casos:

a) **En el instante del lanzamiento.**

b) **Al cabo de medio segundo de haber sido lanzado.**

c) **En el punto más alto de su trayectoria.**

d) **Suponiendo que no la toque ninguno de los jugadores, calcula la energía mecánica que tendrá cuando choque contra el suelo, si llega con una velocidad de 7m/s.**

Utilizando el principio de conservación de la energía podemos demostrar algunas de las características del movimiento de tiro vertical y caída de cuerpos, como las siguientes:

1.- La altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza verticalmente hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa (**Tiro vertical**).

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la Em en el suelo (punto más bajo) es la misma que la Em en su punto más alto, con lo que las podemos igualar.

- Em (punto más bajo):

  h = 0 m → **Ep** = m . g. h = m . g . 0 m = **0 J**

  Ec = 1/2 . m. v_o^2

  Em (punto más bajo) = Ep + Ec = 0 + Ec = **Ec =** 1/2 . m. v_o^2

  En el punto más bajo toda la Em es Ec.

- Em (punto más alto):

  Como v = 0 m/s → **Ec** = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . m . 0^2 $(m/s)^2$ = **0 J**

  Ep = m . g . h = m . g . h máxima

  Em (punto más alto) = Ep + Ec = Ep + 0 = **Ep =** m . g . h máxima

  En el punto más alto toda la Em es Ep.

Como la Em permanece constante

Em (punto más bajo) = Em (punto más alto)

1/2 . m. v_o^2 = m . g . h máxima

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

1/2 . v_o^2 = g . h máxima

Despejando la altura máxima: **h máxima = v_o^2 / 2g**

v_o = velocidad de lanzamiento

Como vemos, la altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa.

Ejemplo 13

¿Qué altura máxima alcanzará una pelota cuando es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s? Se supone que no hay rozamiento.

Como la Em permanece constante

Em (punto más bajo) = Em (punto más alto)

$1/2 \cdot m \cdot v_o^2 = m \cdot g \cdot h$ máxima

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$1/2 \cdot v_o^2 = g \cdot h$ máxima

Despejando la altura máxima:

h máxima = $v_o^2 / 2g$

v_o = velocidad de lanzamiento

h máxima = $v_o^2 / 2g = 5^2\ (m/s)^2 / 2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 =$ **1,28 m**

2.- La velocidad con que llega al suelo un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, solo depende de la altura desde la que cae y no de la masa (**Caída libre**).

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la Em en el punto de lanzamiento (punto más alto) es la misma que la Em en su punto más bajo, con lo que las podemos igualar.

- Em (punto más alto):

  Ep = $m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h$ máxima

  Ec = 0 J , ya que se deja caer y eso significa que v = 0 m/s

  Em (punto más alto) = Ep + Ec = $m \cdot g \cdot h$ máxima

  Si se deja caer un cuerpo (v = 0 m/s) en ese punto toda la Em es Ep.

- Em (punto más bajo):

  Ep = $m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot 0\ m =$ **0 J**

  Ec = $1/2 \cdot m \cdot v^2$

  v = velocidad con la que llega al suelo.

  Em (punto más bajo) = Ep + Ec = 0 + Ec = **Ec** **=** $1/2 \cdot m \cdot v^2$

  En el punto más bajo toda la Em es Ec.

  Como la Em permanece constante

  Em (punto más alto) = Em (punto más bajo)

  $m \cdot g \cdot h$ máxima $= 1/2 \cdot m \cdot v^2$

  Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación y en los dos sumandos del primer miembro, se puede eliminar

$g \cdot h$ máxima = $1/2 \cdot v^2$

Despejando la velocidad con la que llega al suelo:

$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$ máxima

Lo mismo pasa en este caso, la velocidad con que llega al suelo (v) un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, no depende de la masa del cuerpo.

Ejemplo 14

Se deja caer un cuerpo desde una altura de 20 m. Si se supone que no hay rozamiento, ¿con qué velocidad llegará al suelo?

Como la Em permanece constante

Em (punto más alto) = Em (punto más bajo)

$m \cdot g \cdot h$ máxima = $1/2 \cdot m \cdot v^2$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación y en los dos sumandos del primer miembro, se puede eliminar

$g \cdot h$ máxima = $1/2 \cdot v^2$

Despejando la velocidad con la que llega al suelo:

$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$ máxima = $2 \cdot 9{,}8$ N/kg $\cdot$ 20 m = 392 m/s

v = 19,8 m/s

Ejercicio 15

Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, un cuerpo con una velocidad de 80 m/s, calcula cuál es la altura máxima que alcanza.

Ejercicio 16

Se deja caer un cuerpo desde una altura de 180 m. Calcular la velocidad con que llega al suelo.

5) TEMPERATURA Y CALOR

Todos sabemos que cuando calentamos un objeto su temperatura aumenta. Con frecuencia, en el lenguaje cotidiano se tiende a confundir los conceptos de calor y temperatura. Ambos están relacionados, pero son diferentes.

La temperatura, como vimos en el tema 4, es una magnitud física relacionada con la energía cinética media de las partículas de un cuerpo.

El calor (Q) es la cantidad de energía que transfiere un cuerpo a mayor temperatura ("caliente") a otro a menor temperatura ("frio") al estar en contacto. Es decir, el calor es una energía en tránsito, pasa de un cuerpo a otro.

Un cuerpo tiene temperatura pero no tiene calor, absorbe o cede calor. Los cuerpos transfieren calor y, debido a ello, pierden o ganan energía y, por ello, aumentan o disminuyen su temperatura. Para que exista transferencia de energía en forma de calor es necesario que haya una diferencia de temperatura entre los cuerpos entre los que se produce.

Como el calor es energía en tránsito, su unidad en el S. I. es el Julio (J). Otras unidades muy utilizadas son: 1 kJ = 1000 J

1 caloría (cal) = 4,18 J

Se denomina caloría " la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente 1ºC su temperatura" (más exactamente para pasar de 14,5 º a 15,5º).

1 kcal = 1000 cal

No todos los cuerpos transmiten el calor con igual facilidad, aunque sea igual la variación de la temperatura. El agua se ha utilizado para establecer la escala Celsius de temperaturas y tiene una excepcional cualidad que hizo que se eligiera para definir el patrón de la energía calorífica. El agua es una de las sustancias que, aunque reciba mucha energía calorífica, incrementa muy poco su temperatura. Esta cualidad del agua es la responsable del clima benigno (poco oscilante entre el día y la noche) en las proximidades del mar para una misma latitud terrestre.

Esta capacidad del agua de variar poco su temperatura aunque absorba o ceda mucho calor se representa mediante una magnitud llamada "**calor específico**" (c_e). El calor específico se define como el calor que absorbe 1 g de una sustancia para aumentar 1ºC su temperatura.

Calor específico del agua = 1 cal /g.ºC

En el S.I., calor específico del agua = 4180 J/kg.K

CALOR ESPECÍFICO (a 25 °C)

SUSTANCIA	cal/g ºC	J/kg ·K
Agua (líquida)	1,00	4180
Agua (hielo)	0,49	2050
Agua (vapor)	0,47	1960
Aceite de oliva	0,47	2000
Aire	0,24	1010
Aluminio	0,22	900
Alcohol etílico	0,59	2450
Oro	0,03	130
Granito	0,19	800
Hierro	0,11	460
Plata	0,06	240
Acero inoxidable	0,12	510
Madera	0,42	1760

Imagen 14: Tabla de calores específicos.
Fuente: image.slidesharecdn Autor: Desconocido Licencia: desconocida

Para calcular la cantidad de calor ganado o cedido por un cuerpo se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$\mathbf{Q = m.\ c_e.\ (t_f - t_i)}$$

Q = calor ganado o cedido
m = masa del cuerpo
ce = calor específico del cuerpo
t_f = temperatura final
t_I = inicial

- Cuando un cuerpo absorbe o gana calor aumenta su temperatura → $\mathbf{t_f > t_i}$ → $t_f - t_i > 0$ → **Q ganado > 0.**
- Cuando un cuerpo desprende o cede calor disminuye su temperatura → $\mathbf{t_f < t_i}$ → $t_f - t_i < 0$ → **Q cedido < 0.**

Ejemplo 15

¿Qué cantidad de calor hay que comunicarle a 1,5 kg de agua para elevar su temperatura de 10ºC a 50ºC?

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.ºC

Q = ?

m = 1,5 kg

t_i = 10ºC

t_f = 50ºC

Para calcular el calor que tiene que ganar esa masa de agua para aumentar su temperatura utilizamos la expresión siguiente:

La variación de temperatura tiene el mismo valor en ºC que en K.

Q ganado = m. c_e. ($t_f - t_i$) = 1,5 kg . 4180 J/kg.ºC . (50 - 10) ºC = **250800 J**

Como es calor absorbido o ganado es positivo.

Ejemplo 16

Calcula el calor cedido por 1500 g de agua si su temperatura disminuye de 50ºC a 10ºC.

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.ºC

Q = ?

m = 1500 g = 1,5 kg

t_i = 50ºC

t_f = 10ºC

Q cedido = m. c_e. ($t_f - t_i$) = 1,5 kg . 4180 J/kg.ºC . (10 - 50) ºC = **- 250800 J**

Como es calor cedido es negativo.

Como se puede comprobar en los ejemplos 15 y 16, los calores ganado y cedido por la misma masas de agua para el mismo aumento de temperatura son iguales pero de distinto signo. El calor ganado positivo y el calor cedido negativo.

Cuando se ponen en contacto dos cuerpos a distinta temperatura, se transfiere calor del cuerpo a mayor temperatura al cuerpo a menor temperatura hasta que se igualan las temperaturas, consiguiendo lo que se llama el **equilibrio térmico.**

$$Q_{cedido} + Q_{ganado} = 0$$

$Q_{cedido} = m_{cede} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i)$

$Q_{ganado} = m_{gana} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i)$

$$m_{cede} \cdot c_e \cdot (t_f - t_1) + m_{gana} \cdot c_e \cdot (t_f - t_2) = 0$$

Ejemplo 17

Se mezclan 200 gramos de agua a 20ºC con 400 gramos de agua a 80ºC ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.ºC

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo que se encuentre a menor temperatura (20ºC) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (80ºC). Es decir

20ºC < t final < 80ºC

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

m gana = 200g = 200g . 1 kg / 1000 g = 0,2 kg

t_i = 20ºC

t_f = ?

m cede = 400 g = 400g . 1 kg / 1000 g = 0,4 kg

t_i = 80ºC

t_f = ?

Para aplicar la t final aplicamos la siguiente ecuación $Q_{cedido} + Q_{ganado} = 0$

$m_{cede} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) + m_{gana} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) = 0$

y sustituimos los datos

0,4 kg . 4180 J/kg.ºC . (tf - 80) ºC + 0,2 kg . 4180 J/kg.ºC . (tf - 20) ºC = 0

1672 . tf - 133760 + 836. tf - 16720 = 0

2508 . tf - 150480 = 0

t final = 150480 / 2508 = **60ºC**

Ejercicio 17

Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final?

Calor específico del agua = 4180 J / kgºC

Densidad del agua = 1 kg/l

Ejercicio 18

Mezclamos medio kilo de hierro a 550ºC con un litro de agua a 20ºC. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?

Calor especifico de hierro 0,50 cal/g ºC

Calor especifico del agua 1cal/g ºC.

El calor además de una variación en la temperatura de los cuerpos puede producir cambios de estado físico en ellos. El calor que interviene en el cambio de estado se denomina calor latente. Para cada cambio de estado existe un calor latente distinto. Así, se habla de **calor latente de fusión (L_f)** y **calor latente de vaporización (L_v).** Su valor es distinto para cada sustancia.

Ejemplos de Calor Latente

Cuerpos	Fusión		Vaporización	
	Temperatura [ºC]	Calor Latente [Kcal/Kg]	Temperatura [ºC]	Calor Latente [Kcal/Kg]
Alcohol	-114	25	78	201
Plata	960	25	1950	520
Cobre	1083	50	2330	1110
Agua	0	80	100	580
Fundición	1100	34	100	531
Mercurio	-39	2,8	357	72
Plomo	327	5,7	1730	220
Carbono	3540	5,7	4000	12000

Imagen 14: Tabla de calores latentes
Fuente: hernanleon1002.files.wordpress Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Para calcular el calor necesario para fundir (Q fusión) o vaporizar (Q vaporización) una determinada cantidad de sustancia se multiplica la masa de la sustancia por el valor del calor latente correspondiente.

(Calor de fusión) $\mathbf{Q_f = L_f \,.\, m}$

(Calor de vaporización) $\mathbf{Q_v = L_v \,.\, m}$

Para procesos de solidificación y de licuación sirven las mismas fórmulas y los mismos calores latentes, pero el signo del calor será negativo, si se desprende.

Ejemplo 18

¿Qué cantidad de calor será necesaria para fundir una pieza de 300 g de hierro?

m = 300 g = 0,3 kg (Hay que expresar la masa en kg ya que el calor latente está expresado en J/kg)

L_f = 293000 J/kg

Q_f = ?

$\mathbf{Q_f}$ = m. L_f = 0,3 kg . 293000 J/kg = **87900 J**

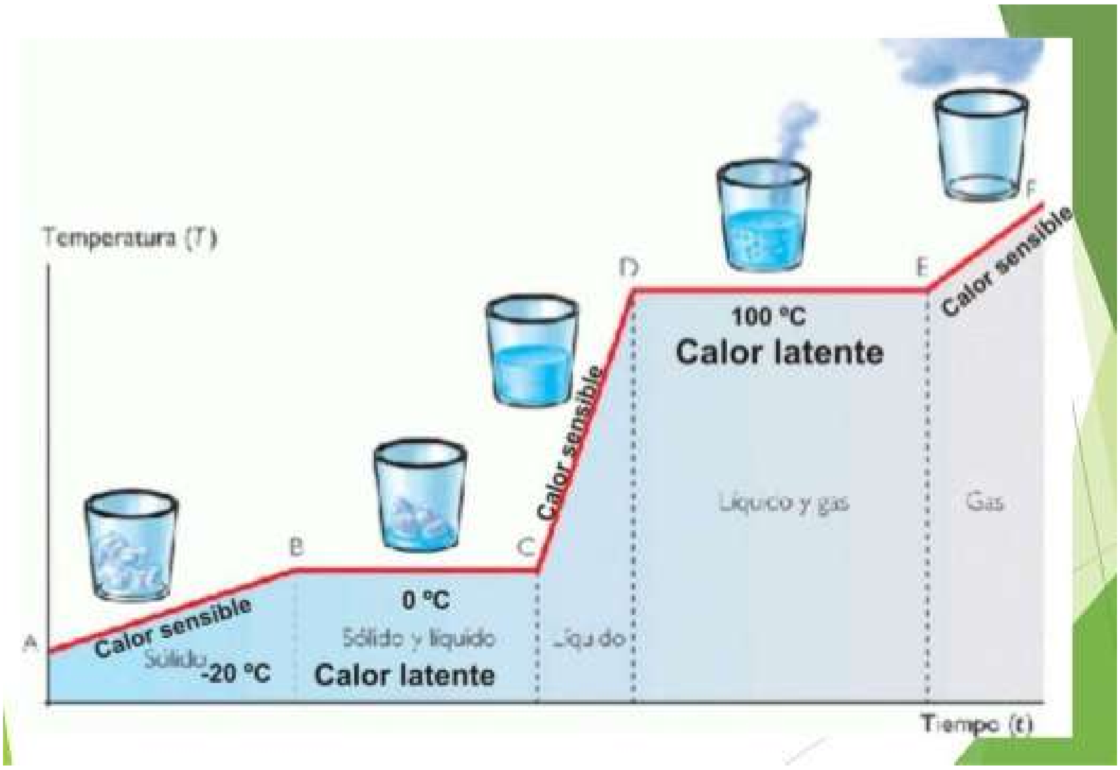


Imagen 15: Gráfica cambios de estado del agua.
Fuente: image.slidesharecdn. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

¿En cuál de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

	a) Empujamos con fuerza la pared de la habitación
X	b) Levantamos un paquete del suelo
X	c) Empujamos el coche hasta el garaje
	d) Estudiamos

Ejercicio 2

Como podemos observar en el dibujo: $\mathbf{L_1 < L_2}$ y $\boldsymbol{\alpha > \beta}$

Es decir, a mayor longitud de la cuerda menor ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento. La dirección de la fuerza con la que arrastramos el cuerpo es la misma que la de la cuerda cuando está tensada.

Al atar una cuerda de mayor longitud (L_2) conseguimos que al tirar la cuerda forme con la dirección del desplazamiento un ángulo menor (β), sin necesidad de agacharnos, siendo por tanto mayor el coseno de dicho ángulo. Con la misma fuerza realizamos un trabajo mayor.

Nota: El valor del coseno es máximo, vale 1, para un ángulo de 0º, y desciende hasta su valor mínimo, 0, al formar un ángulo de 90º.

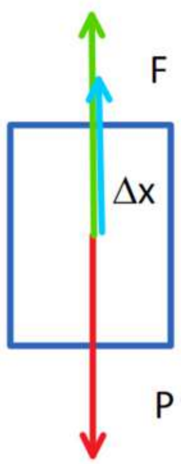
Ejercicio 3

$m = 800$ kg

$h = 20$ m

$W_{grúa} = ?$

La Fuerza que hace la grúa para subir el coche a una velocidad constante es igual al peso del coche.



F grúa = P coche

$W_{grúa} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$

$F = P = m \cdot g = 800$ kg. 9,8 N/kg = 7840 N

$\Delta x = h = 20$ m

$\alpha = 0º$ (ya que F e Δx tienen la misma dirección y sentido) $\rightarrow$ $\cos 0º = 1$

$W_{grúa} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = P \cdot \Delta x \cdot \cos 0º = 7840\ N \cdot 20\ m \cdot 1 = 156800\ J$

como $P = m \cdot g$ e $\Delta x = h$, también se puede hacer así: $W_{grúa} = P \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot h$

Imagen 9: Fuerzas que actúan sobre el coche.
Fuente: Elaboración propia

Cuando una máquina o alguien eleva un cuerpo a una determinada altura, el trabajo que realiza para hacerlo es: $W = P \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot h$, como se ha deducido anteriormente.

Ejercicio 4

m = 2 kg

Inicialmente en reposo → v_0 = 0 m/s

F1 = 16 N

Fr = 4 N

t = 3s

W_{F1} = ?

W_{Fr} = ?

Para poder calcular el W realizado por cada fuerza: W = F. **Δx.** cos α, tenemos que averiguar el desplazamiento del cuerpo (Δx).

Como sobre el cuerpo actúa un sistema de fuerzas cuya resultante es distinta de cero, el cuerpo llevará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_o \cdot t + 1/2 \cdot \mathbf{a} \cdot t^2$$

Para poder calcular el espacio recorrido tenemos que hallar la aceleración a la que se mueve el cuerpo, lo haremos aplicando la segunda Ley de Newton en el eje x

$Rx = F_1 - Fr = m \cdot a$

16 N - 4 N = 2 kg * a

a = 6 m / sg²

Una vez conocida la aceleración podemos calcular el espacio recorrido en 3 s, utilizando la ecuación anterior

Δx = espacio recorrido = $v_o \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$ = 0 m/s . 3 s + 1/2 . 6 m/s². (3s)² = 0 + 1/2. 6. 9 = **27 m**

Para calcular el trabajo realizado por las dos fuerzas aplicamos la siguiente ecuación

$\mathbf{W_{F1}}$ = F_1. Δx. cos α = 16 N . 27m . cos 0º = 16 N . 27m . 1 = **432 J**

$\mathbf{W_{Fr}}$ = F_r. Δx. cos α = 4 N . 27m . cos 180º = 4 N . 27m . (-1) = **- 108 J**

Ejercicio 5

El trabajo es el mismo el que realiza el obrero que el realizado por la grúa.

m = 200 kg

g = 9,8 m / s² = 9,8 N / kg

h = 20 m

El W realizado por ambos es W = m . g . h = 200 kg . 9,8 N / kg . 20 m = 39200 J

Para calcular la potencia aplicamos la siguiente ecuación: P = W / t

a) Potencia obrero:

t= 0,5 h = 30 minutos = 30 minutos . 60 s / 1 minuto = 1800 s

P obrero = W / t = 39200 J / 1800 s = **21,8 W**

b) Potencia grúa:

t = 2 minutos = 2 minutos. 60 s / 1 minuto = 120 s

P grúa = W / t = 39200 J / 120 s = **326,7 W**

Ejercicio 6

1 CV = 735 W

P obrero = 21,8 W = 21,8 W . 1 CV / 735 W = **0,03 CV**

P grúa = 326,7 W = 326,7 W . 1 CV / 735 W = **0,44 CV**

Ejercicio 7

m = 1500 kg

h = 700 m

Ep =?

Ep = m . g . h

Ep = 1500 kg . 9,8 N / kg . 700 m = 10290000 J = 10290 kJ

Cuando hablamos de cantidades grandes de energía podemos usar sus múltiplos, en este caso el kilojulio. 1 kJ = 1000 J

Ejercicio 8

Primero tenemos que expresar la masa en unidades del Sistema Internacional

m = 200 g = 200 g . 1 kg / 1000 g = 0,2 kg

Ep = 2,94 j J

g = 9,8 N / kg

h = ?

como la Ep = m . g . h

Despejamos la h de la ecuación anterior

h = Ep / m . g = 2,94 J / 0,2 kg . 9,8 N / kg = **1,5 m**

Ejercicio 9

En primer lugar debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir en m/s.

v = 108 km/h = 108 km/h. 1000 m / 1 km . 1 h / 3600 s = 30 m/s

m = 1000 kg

Ec = ?

Ec = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 1000 kg . 30^2 $(m/s)^2$ = **450000 J**

Ejercicio 10

Tenemos que completar la tabla con los datos que poseemos, utilizando la ecuación

$$Ec = 1/2.\ m\ .\ v^2$$

a) m = 10 kg

v = 20 m/s

Ec = ?

$$\mathbf{Ec} = 1/2\ .\ m.\ v^2 = 1/2\ .\ 10\ kg\ .\ 20^2\ (m/s)^2 = \mathbf{2000\ J}$$

b) v = 10 m/s

Ec = 2000 J

m = ?

como $Ec = 1/2 * m * v^2$

Despejamos la masa de la ecuación anterior

$$\mathbf{m} = 2\ .\ Ec / v^2 = 2.\ 2000\ J / 10^2\ (m/s)^2 = \mathbf{40\ kg}$$

c) m = 5 kg

Ec = 2250 J

v = ?

como $Ec = 1/2 * m * v^2$

Despejamos la velocidad de la ecuación anterior

$$v^2 = 2\ .\ Ec / m = 2.\ 2250\ J / 5\ kg = 900\ (m/s)^2$$

v = 30 m/s

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
10	**20**	2000
40	**10**	**2000**
5	30	**2250**

Ejercicio 11

En primer lugar, debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir a m/s.

v = 36 km/h = 36 km/h. 1000 m / 1 km . 1 h / 3600 s = 10 m/s

Como Em = Ep + Ec y conocemos

m = 3 kg

v = 10 m/s

h = 15 m

calcularemos sus Ep y Ec

Ep = m . g. h = 3 kg . 9,8 N/kg . 15 m = 441 J

Ec = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 3 kg . 10^2 $(m/s)^2$ = 150 J

Em = Ep + Ec = 441 J + 150 J = **591 J**

Ejercicio 12

m = 20 kg

h = 30 m

Ec = 9880 J

v = ?

Para poder calcular la v debemos averiguar la Ec en ese punto, ya que Ec = 1/2 . m. v^2

conocida la Ec, se despejaría la v de la ecuación anterior.

Como Em = Ep + Ec

Calculamos la Ep ya que conocemos la altura a la que se encuentra la niña y despejamos la Ec de la ecuación anterior.

Ep = m . g . h = 20 kg . 9,8 N/Kg . 30 m = 5880 J

Ec = Em - Ep = 9880 J – 5880 J = 4000 J

Una vez conocida la Ec, se despeja la velocidad de la ecuación Ec = 1/2 . m. v^2

v^2 = 2 . Ec / m = 2 . 4000 J / 20 kg = 400 $(m/s)^2$

v = 20 m/s

Ejercicio 13

m = 4 kg

v = 60 m/s

Ec = ?

Ep = ?

a) En el momento de lanzarlo

h = 0 m → **Ep** = m . g. h = 4 kg . 9,8 N/kg. 0 m = **0 J**

v = 60 m/s → **Ec** = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 4 kg . 60^2 $(m/s)^2$ = **7200 J**

Em (punto más bajo) = Ep + Ec = 0 J + 7200 J = 7200 J

b) v = 20 m/s → **Ec** = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 4 kg . 20^2 $(m/s)^2$ = **800 J**

Como la Em se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

Em = Ep + Ec

Despejamos la Ep de la ecuación anterior

Ep = Em - Ec = 7200 J – 800 J = **6.400 J**

c) h = 120 m → **Ep** = m . g. h = 4 kg . 9,8 N/kg. 120 m = **4704 J**

Como la Em se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

Em = Ep + Ec

Despejamos la Ec de la ecuación anterior

Ec = Em - Ep = 7200 J – 4704 J = **2496 J**

d) En el punto más alto se para (v = 0 m/s)

v = 0 m/s → **Ec** = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 4 kg . 0^2 $(m/s)^2$ = **0 J**

Como la Em se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

Em = Ep + Ec

Despejamos la Ep de la ecuación anterior

Ep = Em - Ec = 7200 J – 0 J = **7200 J**

Al llegar al punto más alto, toda la Ec se transforma en Ep y, por tanto, toda la Em es Ec.

Ejercicio 14

a) En el instante inicial, el árbitro sostiene el balón a muy poca altura del suelo; por lo que para simplificar los cálculos supondremos como referencia de alturas (h = 0m), la altura desde la que se lanza el balón.

Expresamos la m en unidades del S.I.

m = 650 g = 650 g . 1 kg / 1000 g = 0,650 kg

Por lo tanto, en el punto de lanzamiento

h = 0 m → **Ep** = m . g. h = 0,650 kg . 9,8 N/kg. 0 m = **0 J**

v = 7 m/s → **Ec** = 1/2 . m. v^2 = 1/2 . 0,650 kg . 7^2 $(m/s)^2$ = **15,925 J**

Em (punto más bajo) = Ep + Ec = 0 J + 15,925 J = **15,925 J**

b) c) y d) Como se supone que no hay rozamiento la Em se conserva (Em = constante) y tendrá el mismo valor en cualquier punto del recorrido. Para estos apartados la

Em = 15,925

En todos los puntos de la trayectoria el balón posee la misma energía mecánica, E = 15,925 J. Es decir, que dicho valor permanece constante a lo largo de la misma. Si sobre un cuerpo en movimiento sobre una superficie de la Tierra no actúa ninguna fuerza salvo la de la gravedad, su energía mecánica, es decir, la suma de la energía cinética y la energía potencial, permanece constante en todo momento.

Ejercicio 15

Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, un cuerpo con una velocidad de 80 m/s, calcula cuál es la altura máxima que alcanza.

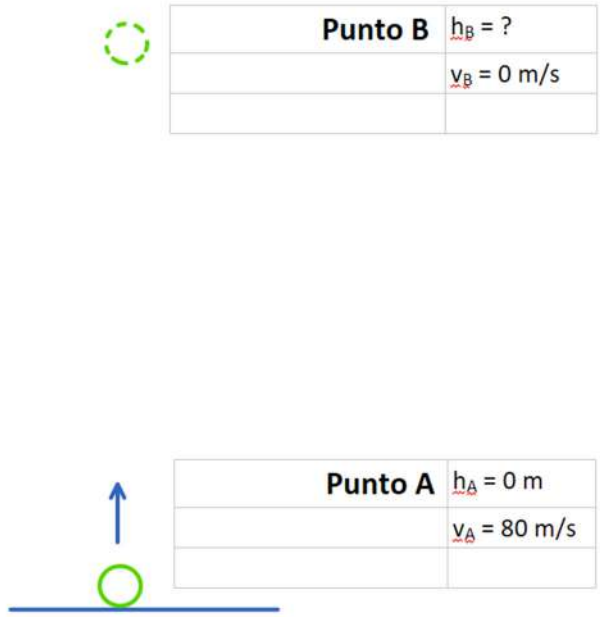


Imagen 12: Ejemplo tiro vertical
Fuente: Elaboración propia

v = 80 m/s

h máxima = ?

Como la energía mecánica permanece constante porque se supone que no hay rozamiento

Em punto más bajo (punto A) = Em punto más alto (punto B)

$Ep_A + Ec_A = Ep_B + Ec_B$

0 J (ya que h_A = 0 m) + 1/2 . m. v_A^2 = m . g . h_B + 0 J (ya que la v_B = 0 J)

1/2 . m. v_A^2 = m . g . h_B

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

1/2 . v_A^2 = g . h_B

Despejando h_B (h máxima)

$\mathbf{h_B}$ = v_A^2 / 2 . g = 80^2 $(m/s)^2$ / 2 . 9,8 m/s^2 = **326,5 m**

A partir de los datos del ejercicio podemos calcular la altura máxima a la que llega el cuerpo pero no sus energías potencial, cinética y mecánica. Para ello, necesitamos conocer la masa del cuerpo.

Ejercicio 16

Se deja caer un cuerpo desde una altura de 180 m. Calcular la velocidad con que llega al suelo.

Se deja caer significa que la v_A al soltarlo es 0 m/s (la velocidad en el punto más alto es 0). Este ejercicio es un ejemplo de caída libre de un cuerpo.

$h_A = 180$ m

$v_B = ?$

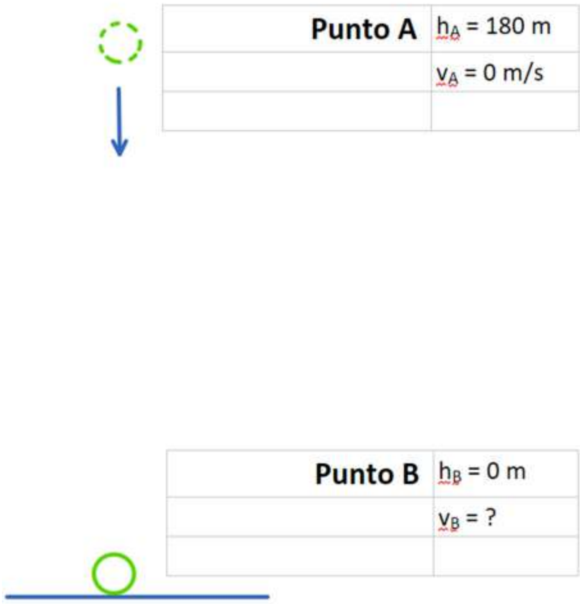


Imagen 13: Ejemplo caída libre.
Fuente: Elaboración propia.

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la Em en el punto de lanzamiento (punto más alto) es la misma que la Em en su punto más bajo, con lo que las podemos igualar.

Em punto más alto (punto A) = Em punto más bajo (punto B)

$Ep_A + Ec_A = Ep_B + Ec_B$

$m \,.\, g \,.\, h_A + 0$ J (ya que la $v_A = 0$ J) $= 0$ J (ya que $h_B = 0$ m) $+ 1/2 \,.\, m.\, v_B^2$

$m \,.\, g \,.\, h_A = 1/2 \,.\, m.\, v_B^2$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$g \,.\, h_A = 1/2 \,.\, v_B^2$

Despejando v_B (velocidad con la que llega al suelo):

$v_B^2 = 2 \,.\, g \,.\, h_A = 2 \,.\, 9{,}8 \text{ m/s}^2 \,.\, 180 \text{ m} = 3528 \text{ (m/s)}^2$

$v_B = 59{,}4$ m/s

<u>Ejercicio 17</u>

Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final?

Calor específico del agua = 4180 J / kgºC

Densidad del agua = 1 kg/l

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo que se encuentre a menor temperatura (20ºC) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (40ºC). Es decir

20ºC < t final < 40ºC

En este ejercicio en lugar de darnos la masa de agua nos dan su volumen. Como conocemos la densidad del agua. utilizaremos la fórmula d (densidad) = m (masa) / V (volumen).

Despejamos la masa de esa ecuación

m cede = d . V = 1 kg/l . 2 l = 2 kg

m gana = d . V = 1 kg/l . 1 l = 1 kg

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

m gana = 1 kg

t_i = 20ºC

t_f = ?

m cede = 2 kg

t_i = 40ºC

t_f = ?

Para aplicar la t final aplicamos la siguiente ecuación $Q_{cedido} + Q_{ganado} = 0$

$m_{cede} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) + m_{gana} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) = 0$

y sustituimos los datos

2 kg . 4180 J/kg.ºC . (tf - 40) ºC + 1 kg . 4180 J/kg.ºC . (tf - 20) ºC = 0

8360 . tf - 334400 + 4180 . tf - 83600 = 0

12540 . tf - 418000 = 0

t final = 418000 / 12540 = **33,33 ºC**

Ejercicio 18

Mezclamos medio kilo de hierro a 550ºC con un litro de agua a 20ºC. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?

Calor especifico de hierro 0,50 cal/g ºC

Calor especifico del agua 1cal/g ºC.

Vamos a realizar ese ejercicio usando unidades distintas de las del Sistema Internacional y una mezcla con dos cuerpos distintos, en este caso agua y hierro. Calor en calorías, masa en gramos y temperatura en Celsius. Así podemos usar los calores específicos que nos da el problema.

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo (agua) que se encuentre a menor temperatura (20ºC) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (550ºC) (hierro). Es decir

20ºC < t final < 550ºC

como el calor específico está expresado en cal/g . ºC

la masa la expresaremos en g

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

V agua = 1l → m = d . V = 1 kg/l . 1 l = 1 kg

m gana = 1 kg = 1000 g

ce agua = 1 cal/g.ºC

t_i = 20ºC

t_f = ?

m cede = 0,5 kg = 0,5 kg . 1000g / 1 kg = 500 g

t_i = 550ºC

ce hierro = 0,5 cal/g.ºC

t_f = ?

Para aplicar la t final aplicamos la siguiente ecuación $Q_{cedido} + Q_{ganado} = 0$

$m_{cede} . c_e . (t_f - t_i) + m_{gana} . c_e . (t_f - t_i) = 0$

y sustituimos los datos

500 g . 0,5 cal/g.ºC . (tf - 550) ºC + 1000 g . 1 cal/g.ºC . (tf - 20) ºC = 0

250 . tf - 137500 + 1000 . tf - 20000 = 0

1250 . tf - 157500 = 0

t final = 157500 /1250 = **126 ºC**

1. CONCEPTO DE SALUD Y ENFERMEDAD

La Organización Mundial de la Salud (OMS) define la **salud** como el estado de completo **bienestar físico, mental y social**, y no sólo como la ausencia de enfermedad.

Una buena salud está condicionada por aspectos como:

- Vivir en un ambiente sano.
- Disponer de una asistencia sanitaria eficaz.
- Las características genéticas personales.
- Llevar un estilo de vida saludable, es decir:
  - Hacer ejercicio físico.
  - Tener una alimentación adecuada.
  - La higiene corporal.
  - Cuidar la postura, sobre todo al sentarse.
  - No consumir substancias tóxicas: tabaco, alcohol, etc.

Por tanto, la salud depende fundamentalmente del ambiente y del estilo de vida que llevamos.

El estado de la salud de una persona se puede valorar objetivamente a partir de una serie de parámetros como la temperatura corporal, el peso, el pulso, la presión arterial, la capacidad vital, el hemograma o la composición química de la orina.

- **La temperatura corporal:** en humanos está controlada por el hipotálamo y es muy estable. Oscila entre 36,5ºC y 37,2ºC, con un valor medio de 37º C. En las axilas tiene un valor 5 décimas más bajo que en la boca. En el recto, por lo contrario, presenta un valor 5 décimas mayor que en la boca.
- **El peso:** indica el grado de normalidad nutricional en nuestro organismo. Varía según la talla, el sexo, la edad y la constitución. En el periodo de desarrollo

corporal (entre los 13 y 20 años) estos valores son muy cambiantes y por lo tanto poco significativos para evaluar la salud corporal salvo que sobrepasen determinados límites. El peso debe medirse en ayunas, descalzo y con la menor ropa posible.

- **El pulso:** es el resultado de las variaciones de presión que se producen durante un ciclo cardíaco, las cuales provocan la dilatación y contracción de las paredes de las arterias.
- **La presión arterial:** es la presión sanguínea en el interior de las arterias.
- **La capacidad vital:** representa el volumen máximo de aire que puede intercambiarse en una sola ventilación pulmonar (inspiración y espiración).
- **El hemograma:** es el análisis de sangre, con indicación del número y tipo de células sanguíneas, así como de la composición química del plasma sanguíneo.
- **La composición química de la orina**: indica las sustancias que hay en la orina, de modo que la existencia de alguna extraña, o las normales en cantidades excesivas, pueden indicar alguna enfermedad.

Cuando algo no funciona correctamente, se produce la **enfermedad**, que es una alteración orgánica o funcional que afecta negativamente al estado de bienestar de una persona.

Según el tipo de alteración las enfermedades se clasifican en:

- **Infecciosas**, como la gripe, producidas por un agente infeccioso, un microorganismo, que puede transmitirse de una persona a otra y extender la enfermedad.
- **Traumáticas**, como las fracturas de huesos, causadas por accidentes de tráfico, domésticos, deportivos, laborales, etc.
- **Ambientales**, como las quemaduras, debidas a causas externas, es decir, a los agentes del medio (frío, calor, radiaciones).
- **Tóxicas**, como las debidas a productos químicos, causadas por la ingesta o inhalación de productos nocivos para el organismo.
- **Metabólicas**, como la diabetes, debidas a alteraciones del metabolismo por herencia o como consecuencia de una alimentación inadecuada.
- **Neoplásicas**, como la leucemia, causadas por la proliferación de células en un órgano.
- **Mentales**, que afectan al comportamiento psíquico del individuo y pueden ser debidas a lesiones orgánicas del cerebro, psicosis y demencias, o no tener base anatómica conocida como es el caso de las fobias.
- **Degenerativas**, como la artrosis, debidas a la alteración anatómica y funcional de los tejidos de cualquier órgano, aparato sistema.

2. FACTORES SOCIALES QUE AFECTAN A LA SALUD

Hay una serie de comportamientos sociales que favorecen el desarrollo de enfermedades. Entre ellos, podemos destacar los siguientes:

- El consumo de drogas (alcohol, tabaco, ciertos medicamentos y psicotrópicos).
- Las modas y estereotipos físicos (causan la anorexia y la bulimia, entre otras).
- El uso de automóviles, que causa gran número de accidentes de tráfico.

2.1. EL CONSUMO DE DROGAS

Se entiende por **droga** cualquier sustancia que, introducida en el organismo, afecta al sistema nervioso y produce cambios en el comportamiento de una persona. El concepto de droga incluye sustancias con las que convivimos habitualmente. Muchas drogas tienen aplicación en el campo de la medicina y, por tanto, si se utilizan siguiendo las indicaciones del médico, su consumo es beneficioso. Sin embargo, las drogas pueden producir graves problemas de salud, ya que crean dependencia y tolerancia:

La dependencia es el conjunto de reacciones que crean la necesidad de tomar una sustancia determinada, ya sea para sentir sus efectos o para evitar el malestar que produce la privación de esa sustancia.

La tolerancia se produce cuando el organismo se adapta a sustancias consumidas en repetidas ocasiones, lo que hace que para conseguir los mismos efectos que se buscan es necesario aumentar la dosis.

2.2. EL ALCOHOL

El alcohol etílico o etanol se encuentra en bebidas alcohólicas, que se obtienen por fermentación de jugos vegetales, a veces seguida de destilación. El alcohol es un depresor del sistema nervioso central. Aunque inicialmente produce sensación de euforia y desinhibición, después produce somnolencia, tristeza y depresión.

La cantidad de alcohol de una bebida se mide mediante el grado alcohólico, que es el porcentaje de etanol contenido en la bebida. Por ejemplo, si en una bebida se indica 12º, significa que en un litro (1000 cm^3) de la bebida hay 120 cm^3 de alcohol puro.

Cuando una persona se hace dependiente del alcohol, la ausencia de éste produce la aparición del síndrome de abstinencia que se caracteriza por irritabilidad y temblores; en algunos casos, se puede llegar a una situación grave: el "delírium tremens", en el que aparecen alucinaciones y se puede llegar a la muerte.

La dependencia al alcohol no se cura nunca y puede adquirirse desde muy joven. El abuso del alcohol puede producir enfermedades en el aparato digestivo (cirrosis hepática, gastritis, úlcera gastroduodenal), y en el aparato circulatorio. También puede provocar daños psicológicos.

2.3. EL TABACO

El tabaco se elabora a partir de las hojas de la planta del tabaco. El humo producido por su combustión es inhalado, produciendo efectos similares a los de otras drogas, así como otros propios de su naturaleza. En el humo del tabaco podemos encontrar distintas sustancias tóxicas: alquitranes, nicotina, monóxido de carbono, sustancias irritantes...
El consumo prolongado de tabaco puede producir diversas enfermedades: cáncer de pulmón, de laringe, y de estómago, bronquitis crónica, enfisema, enfermedades cardiovasculares. No solo produce daños al fumador sino también a personas no fumadoras cercanas al fumador, son los fumadores pasivos.
La esperanza de vida de los fumadores está reducida entre 15 o 20 años, debido a los daños que produce el tabaco.
La industria del tabaco mueve muchísimo dinero y hay una intensa publicidad para aumentar su consumo sobre todo entre los más jóvenes, pues al crear dependencia aseguran que durante años van a seguir consumiéndolo.

2.4. LAS SUSTANCIAS PSICOTRÓPICAS

- **Cannabis:** se obtiene de la planta Cannabis sativa, con cuyas hojas se elaboran preparaciones como la marihuana, hachís o porro.
- **Heroína:** se presenta como un polvo blanco disuelto que se inyecta en vena.
- **Cocaína:** obtenida a partir de la hoja de coca.
- **Drogas de síntesis:** con este nombre se agrupan un conjunto de sustancias que se sintetizan en el laboratorio. Una de ellas es el éxtasis, que se suele vender como pastillas cuyo aspecto es muy variado.

El consumo de todas estas drogas puede afectar gravemente a nuestras vidas, tanto en lo físico como en lo psicológico o social; es decir dañan nuestro organismo, rompen nuestras relaciones sociales, desencadenan problemas psicológicos y, de forma indirecta, pueden generar otros problemas, como:
- Accidentes de tráfico y laborales.
- Problemas laborales por la disminución del rendimiento y absentismo.
- Enfermedades infecto-contagiosas.
- Problemas de relación con la familia, pareja o amigos.

2.5. LOS FÁRMACOS

Son sustancias destinadas a uso médico, cuyo objetivo es prevenir y curar enfermedades, por lo que deben ser utilizados bajo control médico. Cuando se consumen sin finalidad curativa o no se siguen las indicaciones del médico, pueden ser perjudiciales, ya que muchas de ellas pueden contener drogas en su composición Los fármacos de los que más frecuentemente se abusa son los barbitúricos, los analgésicos narcóticos y las anfetaminas.

- **Los barbitúricos** se utilizan en el tratamiento del insomnio. En dosis excesivas pueden llegar a provocar estado de coma o la muerte.
- **Los analgésicos narcóticos** se utilizan en tratamientos contra el dolor en casos extremos, como enfermos terminales de cáncer. Por ejemplo: morfina y metadona, esta última se utiliza en programas para el tratamiento de la dependencia a la heroína.
- **Las anfetaminas** activan el sistema nervioso central, provocando pérdida de apetito y alteración del sueño. Su uso continuado provoca tolerancia y dependencia.

2.6. LA ANOREXIA Y LA BULIMIA

Son enfermedades que se manifiestan como trastornos del comportamiento alimentario, pudiendo poner en peligro la vida de las personas que lo sufren cuando no se tratan a tiempo. Estas personas tienen una preocupación excesiva por no engordar, aunque su peso sea normal.
En ambos casos, el problema es de salud mental, muy común en adolescentes, en muchas ocasiones inducidos por los medios de comunicación y el entorno social, de los que reciben mensajes para que busquen modelos a los que parecerse y con los que se puedan identificar.

La anorexia se caracteriza por un miedo excesivo a engordar y por una distorsión de la imagen corporal que hace que las personas se sientan y vean gordas cuando no lo están. Esto les lleva a:

- Comer cada vez menos.
- Realizar ejercicio físico intenso.
- Utilizar diuréticos y laxantes.

Todo esto provoca una pérdida excesiva de peso que, en fases más avanzadas, llega a poner en peligro su vida por desnutrición y por problemas circulatorios.
En la bulimia, junto al miedo a estar gordo, se pierde el control de la comida siendo típicos los atracones compulsivos y después provocar el vómito.

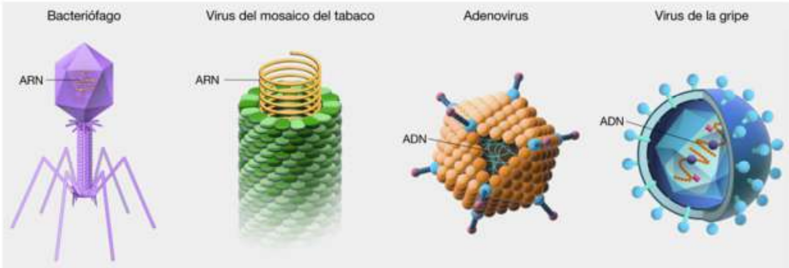
2.7. ACCIDENTES DE TRÁFICO

Los accidentes son muy frecuentes en los menores de 25 años, siendo una de las causas de estos accidentes el consumo de drogas y de alcohol antes de la conducción, ya que estas sustancias disminuyen los reflejos, crean una falsa seguridad en sí mismo y la adopción de conductas temerarias, alteraciones sensoriales, somnolencia, cansancio y fatiga muscular. Estos accidentes producen numerosos muertos cada año, así como muchas personas que sufren lesiones medulares, viéndose obligadas a usar una silla de ruedas durante toda su vida.

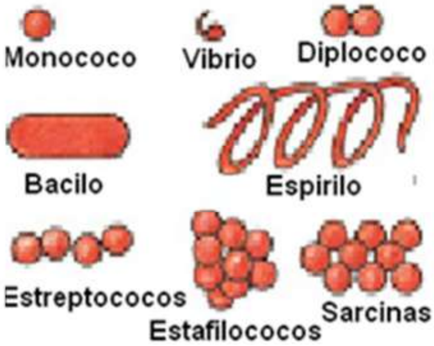
3. LAS ENFERMEDADES INFECCIOSAS

Son las producidas por microorganismos, que son seres de tamaño inferior a 0,1 mm que sólo pueden ser vistos al microscopio. Pueden estar formados por una sola célula, por varias e incluso pueden ser estructuras acelulares:

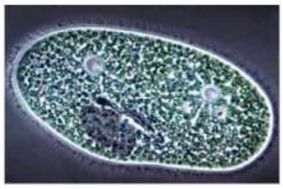
- **Los virus:** son estructuras vivas muy pequeñas formadas por un estuche o cubierta de proteínas llamada cápsida que contiene un ácido nucleico (ADN o ARN, nunca los dos). No tienen estructura celular (son acelulares), pero son capaces de realizar las funciones de relación y reproducción, pero no de nutrición.



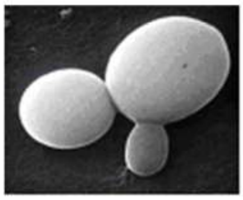
- **Las bacterias:** son organismos unicelulares procarióticos, es decir sin membrana nuclear. Disponen de membrana plasmática y pared celular. Algunas tienen una tercera capa llamada cápsula; otras poseen flagelos. En el citoplasma hay gran cantidad de ribosomas y en una zona del citoplasma se halla el material genético.



- **Los protozoos:** son organismos unicelulares eucarióticos. Viven en agua dulce, en el mar y algunos en líquidos que forman parte de organismos pluricelulares, como la sangre.



- **Los hongos:** son organismos unicelulares o falsos pluricelulares eucarióticos y heterótrofos. Viven en lugares húmedos sobre materia orgánica muerta (hongos saprofitos), en el interior o exterior de otros seres vivos, a los que perjudican (hongos parásitos, que son los que producen enfermedades), o asociados a algas formando los líquenes (hongos simbióticos).



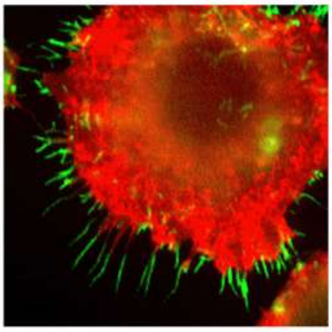

Las enfermedades infecciosas se transmiten de persona a persona, extendiéndose así la enfermedad mediante diferentes formas de **contagio**:

1. **Por inhalación** de gotitas de agua o saliva cargadas de gérmenes, que van dejando las personas cuando tosen o estornudan a poca distancia. De este modo se transmiten los constipados, la gripe, la difteria o la tuberculosis.
2. **Por ingestión** de líquidos o comidas contaminadas por microbios procedentes de recipientes sucios, manos sucias, moscas, ratones o animales domésticos. Por ejemplo la salmonelosis producida por la bacteria

Salmonella que ocasiona trastornos digestivos importantes debido a que los alimentos están contaminados con ella. El cólera se transmite a través de aguas contaminadas.

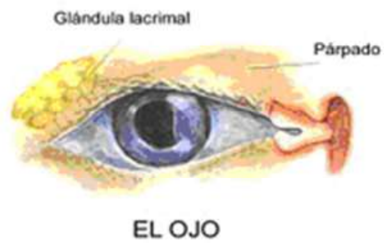
3. **Por contacto directo** con otras personas o con objetos contaminados. Por ejemplo la sífilis y la gonorrea, son dos enfermedades que se propagan por contacto sexual, ya que las bacterias que las ocasionan mueren rápidamente fuera del cuerpo. Otros ejemplos pueden ser una enfermedad causada por hongos, como el pie de atleta, u otras como la lepra, la viruela, la varicela y el sarampión.
4. **Por contacto indirecto**, por determinadas actuaciones humanas que favorecen la transmisión de gérmenes, como trasfusiones de sangre o el uso de instrumental médico (jeringuillas o bisturís), que pueden ser la causa de contagios de hepatitis o de SIDA.
5. **Por insectos y otros vectores.** (Se llaman vectores a los animales que transmiten la enfermedad transportando el microbio que la produce). Así se origina una enfermedad tan peligrosa como la malaria, causada por un protozoo "plasmodio", típica de zonas pantanosas y que provoca cada año la muerte de más de tres millones de personas en todo el mundo.

3.1. DEFENSAS FRENTE A LAS INFECCIONES

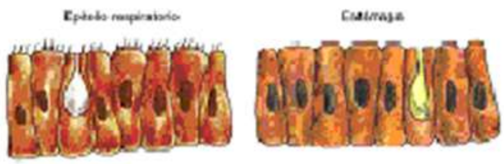


Los seres vivos han desarrollado una complicada red de defensas o barreras con el fin de evitar la entrada de microorganismos. Estas defensas pueden ser **inespecíficas** (como la piel, las mucosas las células especializadas en la fagocitosis, los macrófagos, transportados por la sangre y la linfa) o **específicas** (como los glóbulos blancos y su acción inmunitaria).

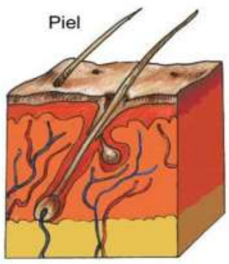
La piel y las mucosas son las primeras estructuras defensivas que presenta un organismo. La piel es una barrera muy efectiva, ya que los microorganismos sólo pueden atravesarla si hay rotura o herida; las mucosas son mucho más frágiles, aunque en los orificios naturales del cuerpo, las células de las mucosas que lo recubren, producen secreciones con actividad antimicrobiana.



Así, en los **ojos**, las glándulas lacrimales segregan con las lágrimas una sustancia, la lisozima, que impide el desarrollo de bacterias. Por su parte, el movimiento de los párpados distribuye este líquido por toda la superficie del ojo con un efecto de lavado muy eficaz.



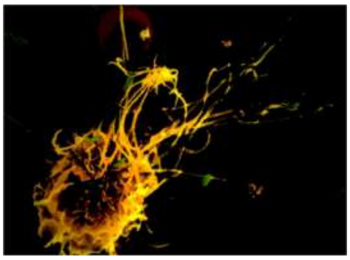
La nariz y las vías respiratorias están tapizadas por células ciliadas, entre las cuales existen células secretoras de un mucus o mucosidad en el que se pegan todas las partículas sólidas que hayan podido entrar con el aire inspirado. A la vez, el movimiento de los cilios va empujando todo ello hacía el exterior.



El estómago y la vagina poseen un alto grado de acidez que dificulta o impide el desarrollo de microorganismos o microbios.

Las glándulas sebáceas segregan una sustancia grasa que junto con el sudor y las células muertas que se van desprendiendo de la superficie de la piel, forma una capa ácido-grasa que nos protege de los gérmenes. Al desprenderse estas células muertas se van con ellas los microbios que se han depositado allí, antes de que puedan penetrar en el organismo.

Por si fueran rebasadas las barreras externas inespecíficas, disponemos de un segundo sistema defensivo inespecífico, formado por los **fagocitos**, que son células especializadas que eliminan elementos extraños para el organismo "fagocitando" a los elementos extraños. Esto significa que tratan a estos elementos como si fueran su alimento, introduciéndolos en una vacuola (vacuola fagocítica) mediante unos salientes del citoplasma llamados pseudópodos; luego los digieren (vacuola digestiva) con ayuda de unas sustancias llamadas "enzimas digestivos", con lo cual quedan destruidos.



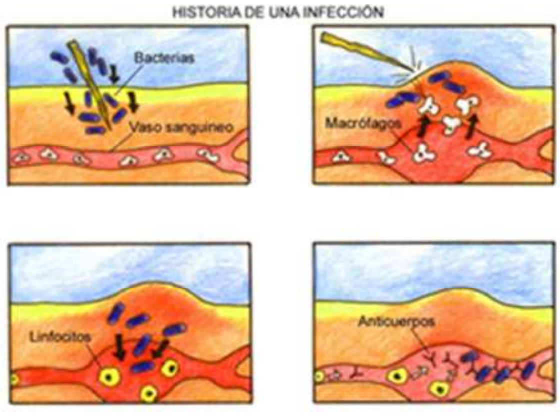
Los elementos extraños pueden ser, microbios, células muertas, o células transformadas en cancerosas u otro tipo de células anormales. Las células más importantes que realizan fagocitosis son los macrófagos, células del tejido conjuntivo (el que está, entre otros sitios, bajo la piel) que se caracterizan por poseer pseudópodos que les sirven tanto para desplazarse desde el torrente circulatorio, atravesando las paredes de los capilares, hasta donde está la infección, como para realizar su función fagocítica.

3.2. LAS DEFENSAS ESPECÍFICAS: LA ACCIÓN INMUNITARIA

El organismo es capaz de reconocer elementos extraños (microorganismos, células de otro ser vivo, etc.) que hayan podido entrar en él. Ese reconocimiento es posible porque el elemento extraño posee ciertas moléculas, llamadas **antígenos**, que solamente él tiene. Hay varios tipos y, de cada uno de ellos, miles de ejemplares en cada microbio. Algunos son reconocidos inmediatamente por el organismo, que reacciona fabricando contra el antígeno unas sustancias, llamadas **anticuerpos**, capaces de reconocerlo y de unirse a él, destruyendo finalmente al microorganismo o la célula portadora del antígeno mediante diversos mecanismos.

Algunas de las características de la acción inmunitaria son:

1. Los antígenos son señales que ponen en alerta al organismo, que reacciona fabricando anticuerpos.
2. Cada anticuerpo solamente actúa contra un antígeno: antígeno y anticuerpo están hechos "el uno para el otro".
3. Las actuaciones del sistema inmunitario se realizan en varios frentes y ordenadamente hasta eliminar al invasor.



Todo lo anterior puede entenderse con el siguiente ejemplo: supongamos que te pinchas con una punta en la cual había bastantes ejemplares de una determinada bacteria. El pinchazo hace que esa bacteria entre en tu cuerpo y, una vez allí, empieza a reproducirse. Todos sus descendientes tendrán los antígenos que corresponden a esa especie. Y llega un momento en que los linfocitos (un tipo de glóbulos blancos de la sangre) se ponen en contacto con el antígeno, empezando inmediatamente a fabricar el anticuerpo correspondiente. Cada linfocito fabrica miles de moléculas de anticuerpo, siguiendo una de estas dos estrategias:

- **Los lifocitos B** liberan al medio los anticuerpos para atacar al portador del antígeno.
- **Los linfocitos T** retienen los anticuerpos en su membrana para atacar a la célula portadora del antígeno.

.

Estos mecanismos defensivos no se ejecutan sobre microbios patógenos, sino que a veces también se usan para eliminar células de otro organismo que hayan entrado accidentalmente en el nuestro, para limpiar el organismo de células muertas o restos celulares (labor propia de los macrófagos), o para destruir células propias que se han transformado en cancerosas (en este caso, el problema es que muchas veces estas células no se detectan por ser propias, de ahí la gravedad de estas enfermedades).

3.3. INMUNIDAD ARTIFICIAL: SUEROS Y VACUNAS

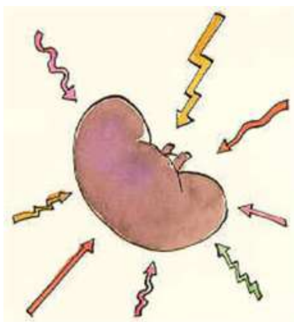
Cuando los linfocitos han aprendido a fabricar un anticuerpo (cosa que les lleva unos cuantos días) ya no lo olvidan, de modo que, si vuelve a aparecer el microorganismo, se ponen inmediatamente a fabricar anticuerpos y aquél es rápidamente eliminado. Por eso una persona que ha padecido el sarampión ya no lo volverá a padecer.

Desgraciadamente, en algunos microorganismos causantes de enfermedades, se producen cambios en sus antígenos cada año y, como no valen los anticuerpos, el microbio se desarrolla causando la enfermedad. La gripe es un caso típico.

Pero podemos tomar anticuerpos de la sangre de alguien que haya padecido una enfermedad, guardarlos e inyectárselos a otra persona cuando empiece a tener los síntomas de la enfermedad. Mientras le queden anticuerpos de los que se le han inyectado no padecerá la enfermedad. A este procedimiento se le llama sueroterapia y al líquido con los anticuerpos se le llama **suero**.

También podemos engañar al sistema defensivo haciéndole creer que llega un invasor. Por ejemplo, inyectando en una persona antígenos del microbio o el propio microbio, pero muerto. Así no hay posibilidad de que se desarrolle la enfermedad, pero los linfocitos fabricarán anticuerpos y, lo que es mucho más importante, recordarán para siempre cómo se fabrican. A este procedimiento se le da el nombre de vacunación y lo que se inyecta es la **vacuna**. Existen vacunas contra muchísimas enfermedades. Alguna de ellas ha sido tan eficaz, que la enfermedad ha desaparecido de la Tierra, como es el caso de la viruela.

3.4. EL SISTEMA INMUNITARIO Y LOS TRASPLANTES DE ÓRGANOS

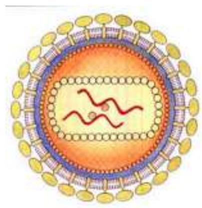


Como la misión del sistema inmunitario es defender el organismo, debe saber distinguir los elementos extraños de los propios, de manera que estos no sean atacados. El modo de identificar a las células es mediante los antígenos que llevan en su membrana. Estos antígenos dependen de los genes y son diferentes en unas y otras personas. Cuando se trasplanta un órgano, el cuerpo receptor interpreta que han entrado células invasoras y las ataca. Esta reacción defensiva es tanto más enérgica, cuanto más

diferentes son los antígenos y, como éstos dependen de los genes, la posibilidad de rechazo es menor cuanto más próxima es la relación familiar entre donante y receptor, ya que tendrán más genes iguales. Si fuesen hermanos gemelos tendrían exactamente los mismos genes y el trasplante no sería rechazado.
Existen bancos de datos en los que están registrados qué antígenos poseen los posibles receptores. Cuando existe un donante (por ejemplo, alguien fallecido en un accidente) se hace el análisis de sus antígenos y se comparan con los que hay en el banco de datos, seleccionando a la persona más parecida, que es urgentemente llamada para la operación.
Normalmente habrá riesgo de rechazo y, para hacerlo mínimo, se recurre a ciertos medicamentos que frenan a la parte del sistema inmunitario que actúa en estos casos. Así se ha logrado salvar muchísimas vidas.

3.5. INFECCIONES VÍRICAS DE ESPECIAL GRAVEDAD: VIH Y COVID19

El **VIH** (Virus de la Inmunodeficiencia Humana) está formado por una cápsida (cubierta) de proteínas que rodea dos moléculas idénticas de ARN (ácido ribonucleico), que es portador de la información genética del virus. El conjunto está protegido por una estructura de proteínas y lípidos, semejante a la membrana plasmática de las células.

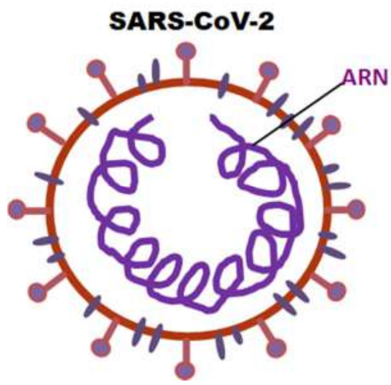


El VIH es el responsable del SIDA, una enfermedad que surgió en el último cuarto del siglo XX y para la que todavía no se ha conseguido una vacuna eficaz, aunque sí reducir sus efectos letales. Este virus produce una progresiva destrucción del sistema inmunitario, ya que ataca al mismo centro de mando del sistema inmunitario (los linfocitos T4), paralizando las defensas, incluso antes de que éstas se organicen para combatirlo, tal como se muestra en el esquema..

La palabra SIDA significa "Sindrome de InmunoDeficiencia Adquirida":
S : Síndrome (conjunto de síntomas.
I : de Inmuno.
D : Deficiencia (debilitamiento importante del sistema inmunitario).
A : Adquirida (no hereditaria, sino debida a un virus, contraída por el enfermo durante su vida).

Hay cuatro vías principales transmisión del VIH:

- Transmisión sexual.
- Uso compartido de agujas, de jeringuillas y de instrumentos contaminados.
- Transfusiones sanguíneas e inyección de productos sanguíneos.
- De la madre infectada al feto.



El **COVID19** (o SARS-CoV2, de Coronavirus-2 causante del Síndrome Respiratorio Agudo y Severo) tiene una estructura similar a la del VIH (esférico, con una cápsida proteica y ARN en su interior), por lo que actúa liberando su ARN en las células que infecta (del aparato respiratorio) y las utiliza para hacer nuevas copias.

Es el responsable de la mayor pandemia ocurrida como consecuencia de su facilidad de contagio y porque afecta al aparato respiratorio de tal modo que entre los años 2020 y 2023 produjo casi diez millones de muertes y cientos de millones de contagios en todo el planeta.

Su principal vía de contagio es la inhalación de gotas de saliva con gérmenes del virus producidas al toser, estornudar o respirar en espacios cerrados.

Gracias a las drásticas medidas adoptadas (uso de desinfectantes, mascarillas, aislamiento de enfermos y confinamiento de la población, entre otras), así como el desarrollo de una nueva generación de vacunas específicas de tipo ARN-m, se han podido frenar sus efectos, a pesar de seguir causando graves daños, especialmente en sectores de la población cuyo sistema inmunitario se encuentra más débil.

A diferencia de las vacunas convencionales, las de ARN mensajero no utilizan material vírico atenuado, sino una cadena de ARN obtenida de la secuenciación del ADN que codifica los antígenos del virus, lo que permite que las células del organismo fabriquen fragmentos de las proteínas del antígeno que inducen al sistema inmunitario para que fabrique los correspondientes anticuerpos sin riesgo de infecciones.

Otro problema que plantea este virus es su capacidad para mutar con rapidez, lo que justifica el hecho de que haya personas que han sufrido varias veces la infección, a pesar de haber sido vacunadas varias veces.

4. LOS MEDICAMENTOS

Podemos ayudar a nuestro organismo a eliminar los microbios perjudiciales mediante sustancias que sean venenosas para ellos y, naturalmente, que no lo sean, o lo sean poco, para nuestras células.

Algunos medicamentos matan a los microorganismos, otros impiden que se reproduzcan, otros hacen que los productos tóxicos que fabrican no nos hagan daño, los hay que estimulan el sistema defensivo, etc.

También hay medicamentos que evitan los efectos de la infección sin eliminar o atacar al microbio. Por ejemplo los que se toman contra la gripe, que no afectan al virus y nos evitan parte de las molestias, incluso pueden salvar la vida de personas delicadas.

5. PRIMEROS AUXILIOS

Los primeros auxilios son actuaciones que se realizan urgentemente a una persona lesionada, enferma o accidentada. Su finalidad es la de reducir los efectos de la lesión, la enfermedad o el accidente, no sustituir al médico.

Los primeros auxilios se realizan en situaciones anormales, por lo que debes:

1. **1.** Tener calma.
2. **2.** Observar la situación.
3. **3.** Pensar de qué forma puedes ayudar.
4. **4.** Actuar de forma rápida, eficaz y con precisión.
5. **5.** No hacer nada que no sepas hacer.

La zona en la que se ha producido un accidente puede ser peligrosa. Por ello, hay que actuar con precaución. Debes seguir los siguientes consejos:

1. Asegúrate de que no hay peligro. Un cable suelto con corriente eléctrica o combustible en el suelo puede provocar otro accidente y lesiones a aquellas personas que acuden a prestar ayuda. Debes señalizar la zona peligrosa.
2. Protégete para evitar posibles daños. Si actúas en la carretera y sales de un coche no olvides utilizar el chaleco reflectante.
3. Observa a la víctima y protégela de nuevos daños.
4. Pide ayuda. Si es necesario, llama al teléfono de emergencia **112**, pero antes de llamar debes tener claras las siguientes cuestiones:
    - **¿Dónde?** Lugar en el que se encuentra la víctima, localidad, calle, portal, piso, punto kilométrico...
    - **¿Qué?** describe claramente lo que ha pasado, un atropello, una caída, un desvanecimiento.
    - **¿Cómo se encuentra?** Breve descripción del estado de la víctima.
5. Habla despacio y con claridad. Indica un posible número de teléfono de contacto.
6. Aplica las medidas de urgencia y espera a que llegue el personal sanitario.

Normas generales

Estas normas se pueden aplicar a la mayoría de los accidentes:

1. No muevas al accidentado, puede tener traumatismos en la columna o en la cabeza.
2. Busca los signos vitales:
    a. La consciencia: habla al accidentado, trata de tranquilizarlos y anímale.
    b. El pulso: pon la mano sobre su corazón o con los dedos índice y corazón presiona en el cuello, al lado de la laringe (la nuez), o en la base del cuello por encima de la clavícula.
    c. La respiración: pon tu oreja cerca de su boca y escucha si respira. Observa si sube y baja la caja torácica.

   d. Hemorragias. observa si hay pérdida de sangre y, si se produce, intenta cortarla.
3. Coloca al accidentado en posición de recuperación o espera.
4. Mantén abrigado, no acalorado, al accidentado.
5. No le des comida, bebida, ni, por supuesto, tabaco.

5.1. MANIOBRAS MÁS COMUNES EN PRIMEROS AUXILIOS

1-Desinfección de heridas

La piel es una barrera para la entrada de gérmenes. Cuando se produce una herida, la barrera se rompe y los gérmenes penetran en el interior del cuerpo. Para que esto no suceda debemos limpiar la zona afectada. Para ello, debes proceder de la siguiente manera:

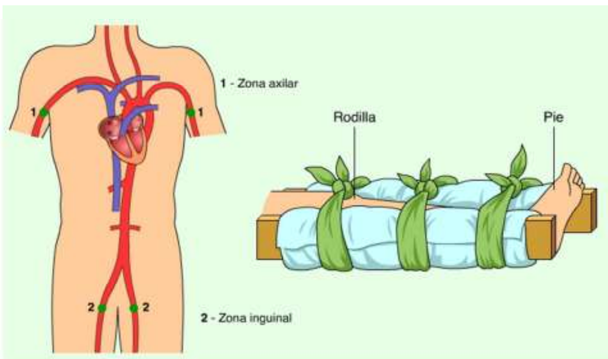
- Lávate las manos, así disminuyes la posibilidad de infección.
- Limpia la zona alrededor de la herida con agua y jabón, desde la zona de la herida hacia fuera.
- Limpia la herida con agua y jabón. Procura que no quede ningún cuerpo extraño, como un grano de arena. Si hay que extraer algún cuerpo extraño utiliza unas pinzas esterilizadas a la llama.
- Utiliza un desinfectante, como por ejemplo, una solución yodada.
- Si la herida ha sido producida por un objeto punzante hay que presionar la zona para que salga sangre. Así se limpia desde dentro hacia fuera.

2-Hemorragias

Una hemorragia se produce al seccionar un vaso sanguíneo. Para impedir que el accidentado se desangre, debes comprimir fuertemente la herida con un paño limpio de tela. No uses pañuelos de papel ni bolas de algodón, ya que se deshacen. Si el paño se empapa, coloca otro encima. No retires el anterior y continúa comprimiendo la herida.
No realices un torniquete, ya que podrías provocar más daños.
Cuando la sangre sale del cuerpo con lentitud, proviene de un vaso venoso. Si la herida está en un brazo o una pierna, levanta la extremidad para disminuir la pérdida de sangre.
Cuando la sangre mana deprisa, proviene de un vaso arterial. Si la herida se encuentra en una extremidad, presiona fuertemente la arteria que aporta la sangre. La presión debe ser ejercida en los puntos de compresión arterial que se encuentran en las ingles y las axilas.

3- Fracturas

La fractura es una rotura de un hueso. Puede ser abierta, cuando el hueso atraviesa la piel, o cerrada, si la piel no se rompe. Actúa de la siguiente manera:

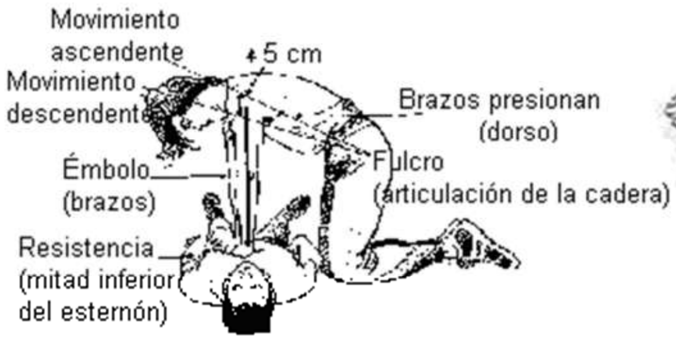


- Si es en una extremidad, coloca unas tablillas almohadilladas desde la articulación superior hasta la articulación inferior a la zona de fractura.

- Cuando la fractura es abierta hay que cortar o controlar la hemorragia. No uses desinfectantes.
- Si la zona que consideras afectada es la espalda o el cuello no muevas al accidentado. Cuando esto no es posible, introduce una tabla por debajo del herido y sujétale la cabeza y el cuerpo a la tabla para que no se mueva en el traslado.

4- Parada cardiaca

Cuando el corazón deja de latir y se para, la sangre deja de circular por el organismo. El oxígeno que necesitan los tejidos para sobrevivir no llega, provocando su muerte. Para que esto no ocurra, debemos hacer el masaje cardiaco. Así el corazón impulsará la sangre.



La compresión (empujón) del masaje cardiaco debe durar aproximadamente un segundo. Así, se habrán realizado 60 compresiones, "latidos", en un minuto.
El masaje cardiaco debe realizarse hasta que el corazón de la víctima vuelva a funcionar. Esto supone para el socorrista un gran esfuerzo. Por eso es recomendable que haya dos personas para realizar el masaje por turnos.

5- Asfixia

La asfixia se produce cuando el aire no penetra en los pulmones de la víctima. Esto suele ser debido a una obstrucción en la primera parte del tracto respiratorio.
Cuando un objeto obstruye la garganta nunca se debe introducir los dedos en la faringe, ya que se puede empujar el objeto hacia el interior. En estos casos se debe utilizar la **maniobra de Heimlich**, que consiste en presionar la parte superior del abdomen para que el aire de los pulmones salga de forma explosiva, expulsando el objeto que obstruye las vías respiratorias.

Si no se observa que el tórax asciende cuando se insufla el aire es porque hay una obstrucción en las vías respiratorias. ¡Realiza la maniobra de Heimlich!
Cuando no hay obstrucción en la garganta se realiza el boca a boca.
Si el accidentado es un niño o un bebé se debe moderar la fuerza con la que se insufla el aire.

TAREA 1: SALUD Y ENFERMEDAD

1. ¿Cómo define la OMS el concepto de Salud? ¿Y enfermedad? ¿De qué condiciones depende?

2. ¿Qué parámetros indican nuestro estado de salud?

3. Enumera los principales tipos de enfermedad y pon un ejemplo de cada uno.

4. ¿Qué son las drogas? Explica qué efectos producen en nuestro organismo.

5. Explica en qué consiste la anorexia y la bulimia.

6. Cita dos factores de riesgo que puedan favorecer el desarrollo de alguna enfermedad. ¿Tienen alguna relación con la forma de vida actual?

TAREA 2: ENFERMEDADES INFECCIOSAS

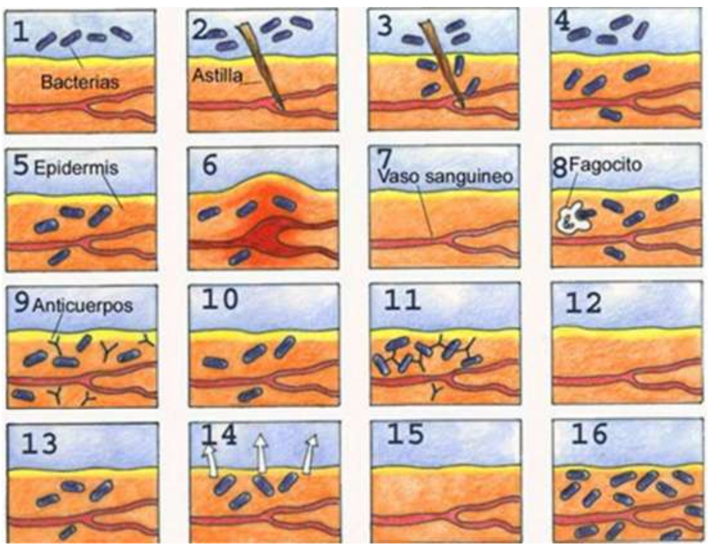
1. ¿Qué se entiende por enfermedades infecciosas? Cita al menos cinco de ellas e indica qué tipo de agente las produce.

2. Enumera los tipos de microorganismos responsables de enfermedades infecciosas.

3. Realiza un esquema en el que quede reflejado las diferentes vías de contagio.

4. ¿Qué tipos de defensas tiene nuestro organismo frente a las infecciones? ¿En qué se diferencian?

6. Elige un dibujo de cada línea de imágenes, de modo que quede así una secuencia lógica del curso de la infección.



6. ¿Qué significan las siglas VIH, SIDA, Sars-Cov-2 y COVID19?

7. Explica la/s diferencia/s entre:
   a. Inmunidad natural – inmunidad artificial.
   b. Inmunidad artificial activa – inmunidad artificial pasiva.
   c. Antígeno – anticuerpo.
   d. Barreras externas – barreras internas.
   e. Específico – inespecífico.
   f. Fagocito – Linfocito.

8. ¿Qué problemas presenta el uso generalizado de antibióticos?

TAREA 3: LOS TRASPLANTES

1. ¿A qué se le denomina “rechazo”? ¿Quién lo produce?

2. ¿En qué situaciones se recomienda a un enfermo una intervención de trasplante de un órgano?

3. ¿Por qué muchas personas con órganos trasplantados suelen sufrir infecciones?

TAREA 4: PRIMEROS AUXILIOS

1. ¿Qué son los “primeros auxilios”? Haz un esquema en el que figuren los principios que hay que tener en cuenta antes de actuar, consejos a seguir y las normas generales de actuación.

2. ¿Cómo realizarías la desinfección de una herida?

3. ¿Cómo se realiza un masaje cardiaco?

4. ¿Cómo hay que atender a una persona que se está asfixiando?

5. Explica brevemente cuándo y cómo debe realizarse una RCP (reanimación cardiopulmonar).