

TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

1. INTRODUCCIÓN
 - 1.1. TABLAS DE DATOS
 - 1.2. EJES DE COORDENADAS
 2. FUNCIONES MATEMÁTICAS
 3. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN
 - 3.1. DOMINIO Y RECORRIDO
 - 3.2. CORTES CON LOS EJES
 - 3.3. CONTINUIDAD
 - 3.4. CRECIMIENTO Y PUNTOS EXTREMOS: MÁXIMOS Y MÍNIMOS
 - 3.5. CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN
 - 3.6. ASÍNTOTAS
 - 3.7. SIMETRÍA
 - 3.8. PERIODICIDAD
 4. ESTUDIO GRÁFICO DE ALGUNAS FUNCIONES
 - 4.1. LA FUNCIÓN CONSTANTE
 - 4.2. LA FUNCIÓN LINEAL
 - 4.3. LA FUNCIÓN AFÍN
 - 4.4. LA FUNCIÓN CUADRÁTICA
 5. APLICACIÓN DEL ESTUDIO GRÁFICO DE FUNCIONES EN FÍSICA
 - 5.1. EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS
 - 5.2. DEFORMACIÓN DE MATERIALES ELÁSTICOS: LEY DE HOOKE
-

1. INTRODUCCIÓN

Todos estamos acostumbrados a usar e interpretar diversos tipos de información en forma de datos numéricos. Por ejemplo, la evolución de las temperaturas a lo largo de cierto periodo de tiempo, el precio pagado por determinada cantidad de un producto, la velocidad de un coche en distintos puntos de su recorrido, etc.

A veces, por la cantidad de datos de que se dispone, conviene organizarlos en forma de tablas o de gráficas, para que obtener información sea más fácil y rápido.

1.1. TABLAS DE DATOS

En una tabla de datos, los valores de dos propiedades o magnitudes (llamadas **variables**) en situaciones diferentes, se organizan en filas y columnas, de forma que en cada situación hay un par de números asociados a cada una de las variables, permitiendo así analizar la posible relación existente entre ellas.

Ejemplo 1: tabla que muestra la variación del precio a pagar en una tienda, según los kilogramos que se compran:

kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

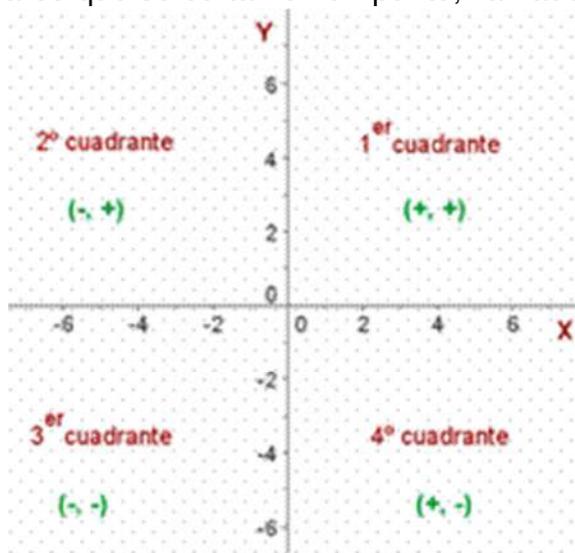
Ejemplo 2: tabla que contiene el número de alumnos de una clase que han obtenido una determinada nota en un examen:

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

1.2. EJES DE COORDENADAS CARTESIANOS

Permiten representar los pares de valores de dos variables para facilitar la posible relación entre ambas. Son dos rectas perpendiculares que se cortan en un punto, llamado origen de los ejes, dividiendo el plano en cuatro partes iguales llamadas **cuadrantes**.

De igual modo que los números reales pueden representarse en una recta, los pares de números reales (como los de las tablas) se pueden representar simultáneamente en los dos ejes de coordenadas, determinando cada pareja un punto característico en el plano. El primer número (**abscisa**) se representa en el eje horizontal (de abscisas o eje **OX**) y el segundo (**ordenada**) en el eje vertical (de ordenadas o eje **OY**). Una vez representada la abscisa en el eje **OX** y la ordenada en el eje **OY**, para obtener el punto característico del plano que representa al par de números, se procede así:



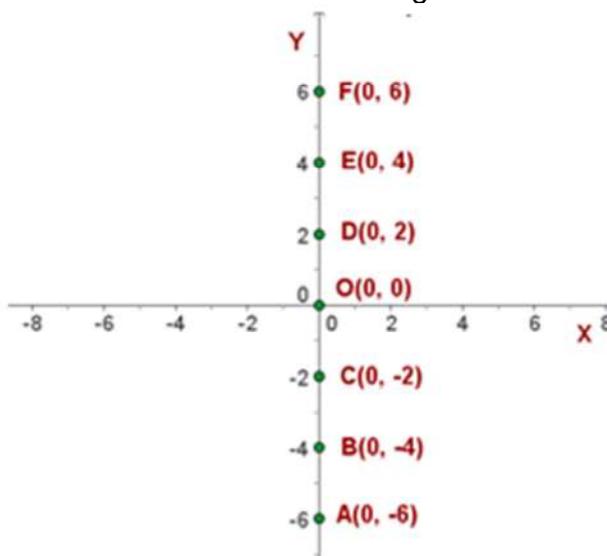
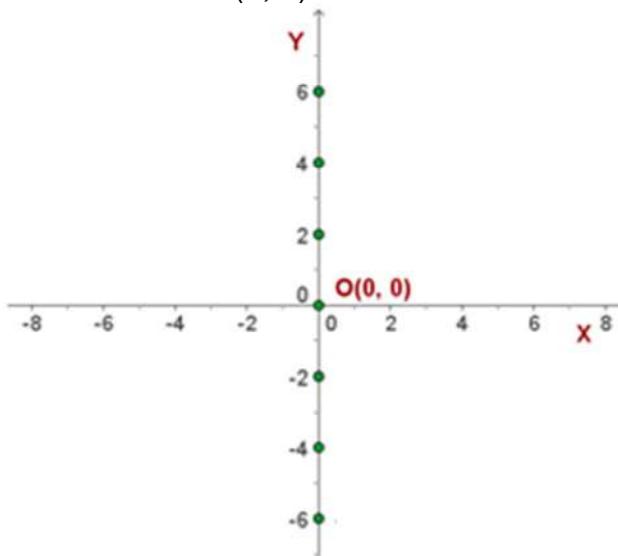
- 1º) Se traza una recta paralela al eje **OY**, pasando por la abscisa.
- 2º) Se traza una recta paralela al eje **OX**, pasando por la ordenada.
- 3º) El punto donde se cortan ambas es el que representa a par de números.

Lo normal al representar números sobre una recta es situar a la derecha del cero (o hacia arriba) los positivos, y a la izquierda del mismo (o hacia abajo) los negativos, por lo que la posición del punto característico, según el signo de la abscisa y la ordenada, será:

ABSCISA	ORDENADA	POSICIÓN DEL PUNTO CARACTERÍSTICO
+	+	1 ^{er} cuadrante
-	+	2 ^o cuadrante
-	-	3 ^{er} cuadrante
+	-	4 ^o cuadrante

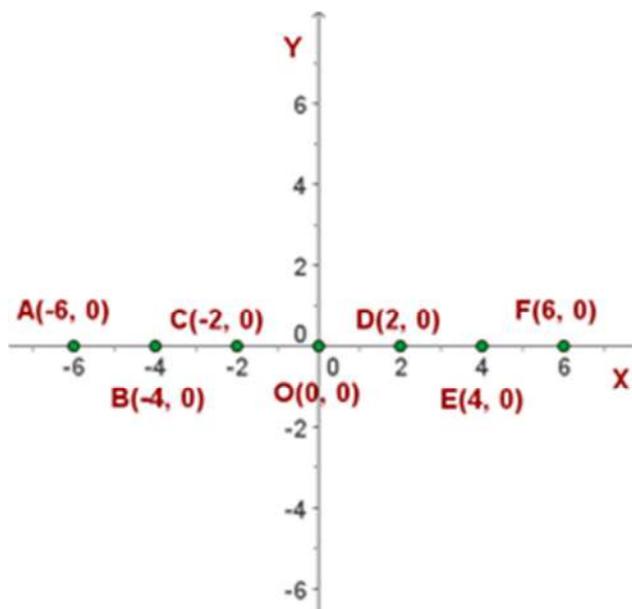
Consecuencias del anterior criterio de representación:

- 1ª) El origen de coordenadas, **O**, tiene de coordenadas: **O(0, 0)**
- 2ª) Los puntos que están en el eje de ordenadas tienen su abscisa igual a 0

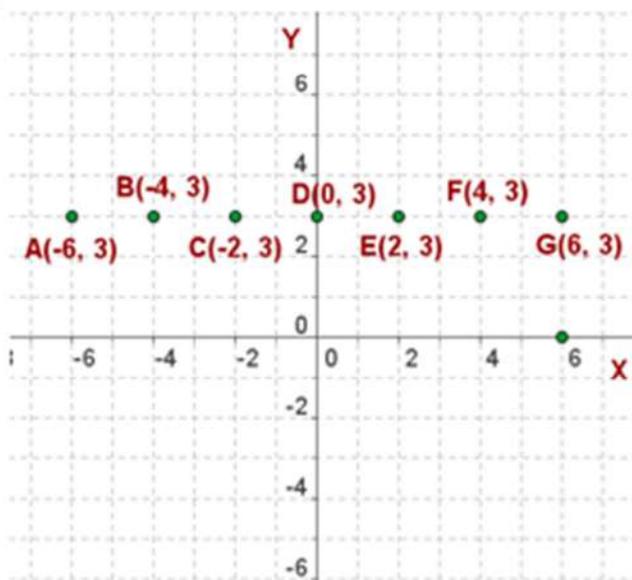


TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

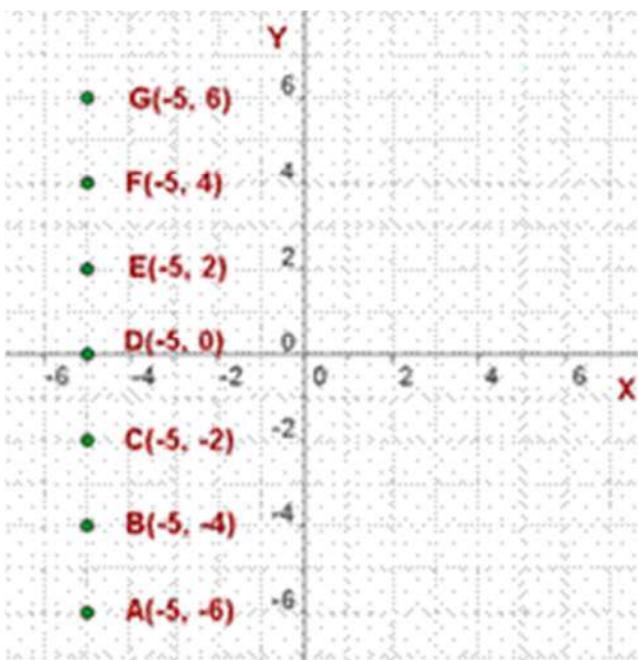
3ª) Los puntos situados en el eje de abscisas tienen su ordenada igual a 0:



4ª) Los puntos situados en la misma línea horizontal (paralela al eje de abscisas) tienen la misma ordenada:



5ª) Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la misma abscisa:



2. FUNCIONES MATEMÁTICAS

Una función matemática es una relación entre dos conjuntos numéricos en la que, a cada número del primero de ellos (conjunto origen), se le asocia un número (**y sólo uno**) del segundo (llamado conjunto imagen). Una **función real de variable real** es aquella en la que el conjunto origen e imagen son números reales.

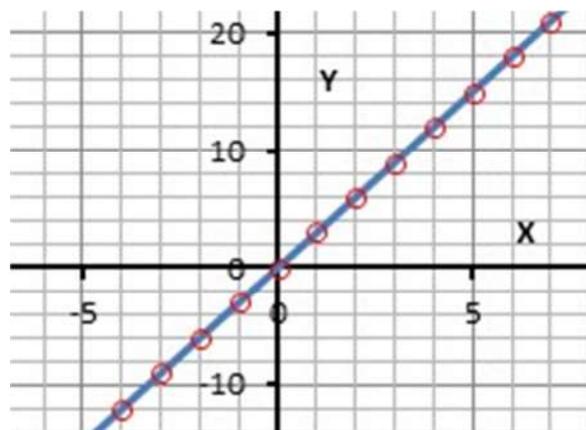
A un número genérico del conjunto origen se le llama **variable independiente**, x ; a su número asociado del conjunto imagen se le denomina **variable dependiente**, y . De este modo, la relación funcional suele expresarse como $y = f(x)$, indicando con ello que a cada valor de la variable independiente, x , le corresponde **uno sólo de la variable dependiente**, y .

La relación funcional $y = f(x)$ puede darse de diferentes formas:

- Mediante una regla verbal. Ejemplo: “A cada valor de x le corresponde el triple de dicho valor”.
- Mediante una expresión algebraica. Ejemplo: $y = 3x$
- Mediante una tabla de valores. Ejemplo:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-6	-3	0	3	6	9	12

- Mediante una gráfica, en la que se representan pares de valores en ejes cartesianos, de modo que la variable independiente se representa en el eje horizontal (eje de abscisas) y la variable dependiente en el eje vertical (eje de ordenadas), determinando así ambos valores un punto del plano. El conjunto de los puntos así representados constituye la llamada **gráfica de la función** $y = f(x)$, que suele dar una información más inmediata que la tabla de valores, la ecuación o la regla verbal, y de la que veremos más detalles más adelante.



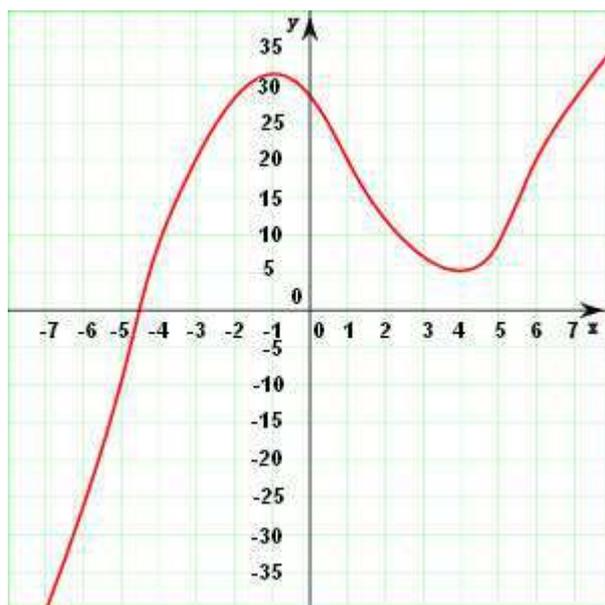
El **dominio** de la función matemática $f(x)$, $Dom(f(x))$, es el subconjunto de números reales que tienen una imagen mediante la relación funcional; el **recorrido** de dicha función, $Rec(f(x))$, es el subconjunto de números reales que son imagen de alguno de los números del dominio de la función. Tanto el dominio como el recorrido suelen representarse como intervalos numéricos y no tienen por qué coincidir, ni ser todo el conjunto de los números reales.

En el ejemplo anterior, tanto el dominio como el recorrido serían todos los números reales, $Dom(f(x)) = Rec(f(x)) = \mathbb{R}$, salvo que hubiera alguna restricción para elegir la variable independiente x (como por ejemplo, que tuviera que pertenecer al intervalo $(1,3]$, es decir, que tuviera que ser mayor que uno y menor o igual que tres, $1 < x \leq 3$).

3. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

El estudio del comportamiento de una función matemática $y = f(x)$ puede comprenderse mejor a partir de la representación de pares de valores (x, y) sobre un sistema de dos ejes perpendiculares, constituyendo estos valores las **coordenadas** de un punto concreto del plano, que queda caracterizado al representar la variable x sobre el eje horizontal (**eje de abscisas** o eje **OX**) y la correspondiente y sobre el eje vertical (**eje de ordenadas** o eje **OY**). Si se hiciera lo mismo para todos los posibles valores de la variable independiente, los puntos representados constituirían la **gráfica de la función** $y = f(x)$.

En la práctica, no será necesario representar los infinitos puntos de dicha gráfica para conocer su comportamiento, tal como veremos más adelante.



Algunos de los aspectos que se pueden analizar en el estudio de una función (o, si se prefiere, de su gráfica) son: dominio, recorrido, cortes con los ejes, continuidad, asíntotas, crecimiento, concavidad, simetría y periodicidad.

3.1. DOMINIO Y RECORRIDO

El **dominio** de una función, $Dom(f(x))$, es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente, x . En la mayoría de los casos coincidirá con todos los números reales, pero a veces puede haber restricciones debidas a las propias condiciones físicas de lo que representa la función, o a las operaciones que conlleva la misma.

El **recorrido** de una función, $Rec(f(x))$, es el conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente, y . Suele coincidir con todos los números reales, pero también puede ocurrir que quede restringido a determinados valores.

Ejemplo: Imagina que una compañía telefónica cobra una tarifa de 20 € en concepto de alquiler de la línea, más 10 céntimos de euro por minuto de conversación. La variable independiente, x , serían los minutos de conversación y la dependiente, y , la cantidad a pagar, por lo que la función que relaciona ambas se podría escribir así:

$$y = 20 + 0,10x$$

En este caso el **dominio** serían todos los posibles minutos de conversación a lo largo de un mes (desde 0 hasta $31 \times 24 \times 60 = 44.640$ minutos); el **recorrido** serían las posibles cantidades a pagar (entre 20 € y 4.484 €).

Tanto el dominio como el recorrido de una función suelen expresarse mediante **intervalos numéricos** que en el ejemplo serían:

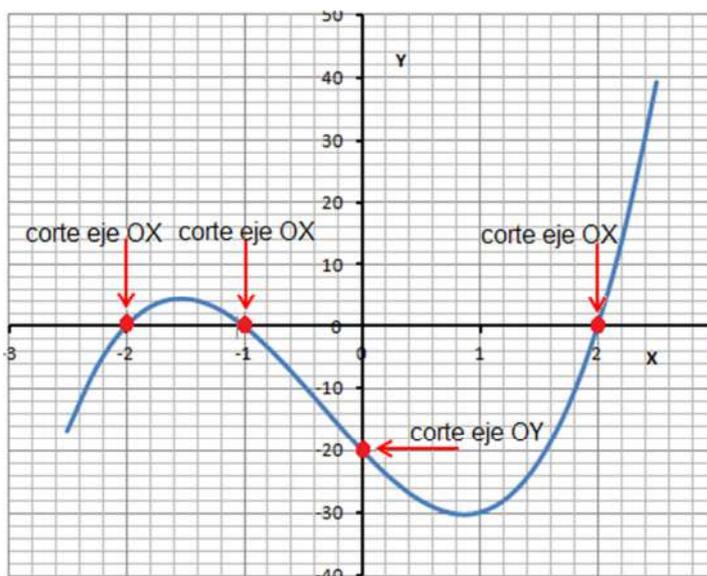
$$Dominio = [0, 44.640] \text{ minutos}; \text{ Recorrido} = [20, 4.484] \text{ €}$$

3.2. CORTES CON LOS EJES DE COORDENADAS

Ocurren cuando la gráfica de la función pasa por alguno de los dos ejes de coordenadas. Su cálculo es bastante sencillo, siendo muy importante obtenerlos cuando se pretende hacer la gráfica de la función y para analizar el comportamiento de ésta.

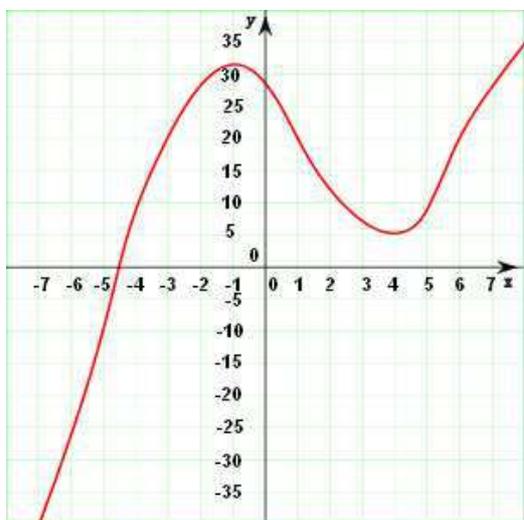
Corte con el eje de ordenadas (OY): se produce cuando $x = 0$, es decir sus coordenadas serán $(0, f(0))$.

Cortes con el eje de abscisas (OX): se producen cuando $y = 0$, por lo que para obtener las coordenadas es preciso resolver la ecuación $f(x) = 0$ que resultará más o menos complicada, según cómo sea $f(x)$.

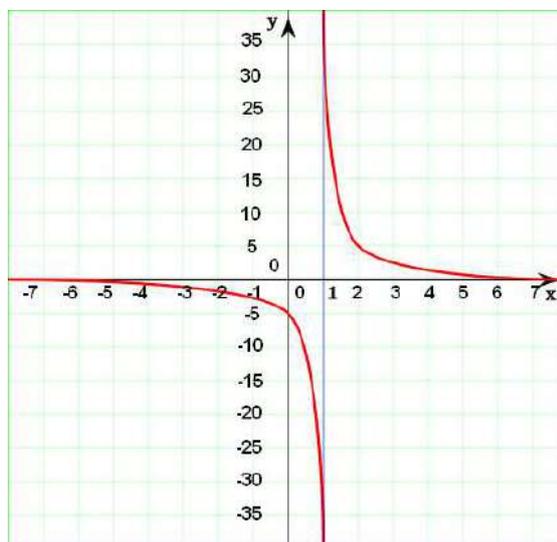


3.3. CONTINUIDAD

De forma simple, se puede decir que una función es **continua** si su gráfica se puede dibujar de un solo trazo. En caso contrario la función es **discontinua**. Los puntos donde se producen las interrupciones o los saltos se llaman **puntos de discontinuidad**.



Función continua

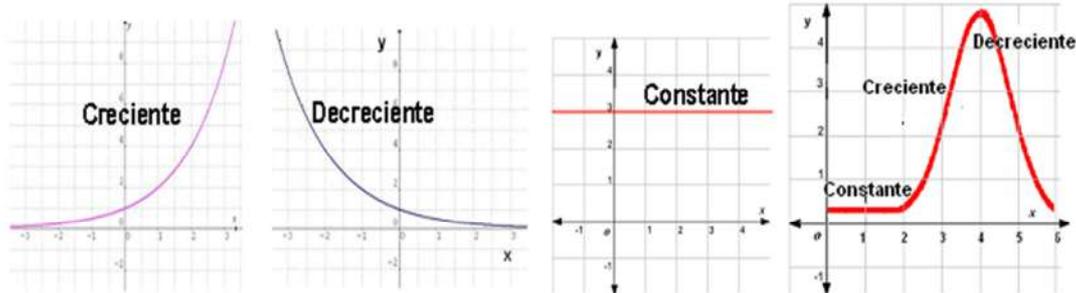


Función discontinua en $X = 1$

TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

3.4. CRECIMIENTO Y PUNTOS EXTREMOS: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Una función $y = f(x)$ es **creciente** si al aumentar la variable independiente (x), también aumenta la variable dependiente (y).
- Una función $y = f(x)$ es **decreciente** si al aumentar la variable independiente (x), disminuye la variable dependiente (y).
- Una función $y = f(x)$ es **constante** si al variar la variable independiente (x) la variable dependiente (y) no cambia.
- Una función puede tener a la vez partes crecientes y decrecientes.



La última función representada arriba es

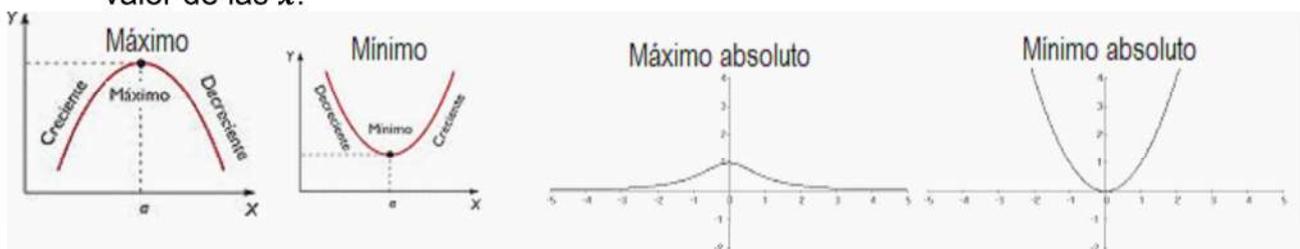
Constante en el intervalo $(0, 2)$

Creciente en el intervalo $(2, 4)$

Decreciente en el intervalo $(4, 6)$

Cuando una función presenta un cambio en su crecimiento o decrecimiento en un punto (x_0, y_0) , tiene alguno de los siguientes tipos de **punto extremo** en este punto:

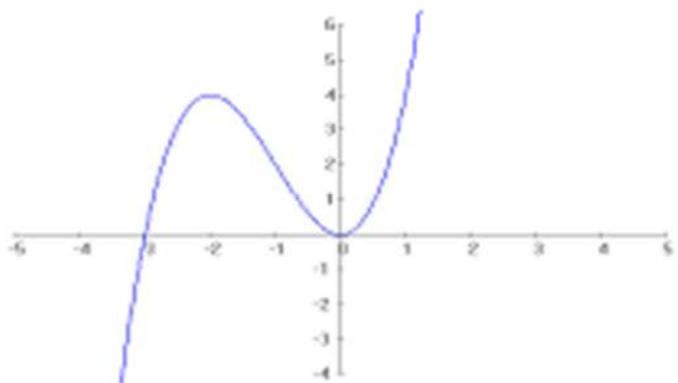
- **Máximo relativo:** cuando pasa de ser creciente a la izquierda del punto, a ser decreciente a la derecha del punto (siempre con valores próximos al punto).
- **Máximo absoluto:** cuando la función no toma valores mayores que y_0 para ningún valor de las x .
- **Mínimo relativo:** cuando pasa de ser decreciente a la izquierda del punto, a ser creciente a la derecha del mismo (siempre con valores próximos al punto).
- **Mínimo absoluto:** cuando la función no tome valores menores que y_0 para ningún valor de las x :



Ejemplo: la función representada a la derecha tiene máximo y mínimos relativos, pero no absolutos

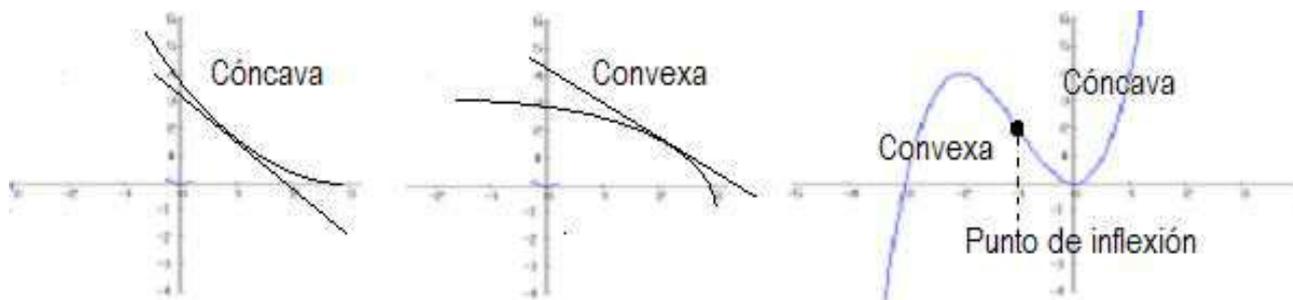
Mínimo relativo en $(0,0)$

Máximo relativo en $(-2,4)$



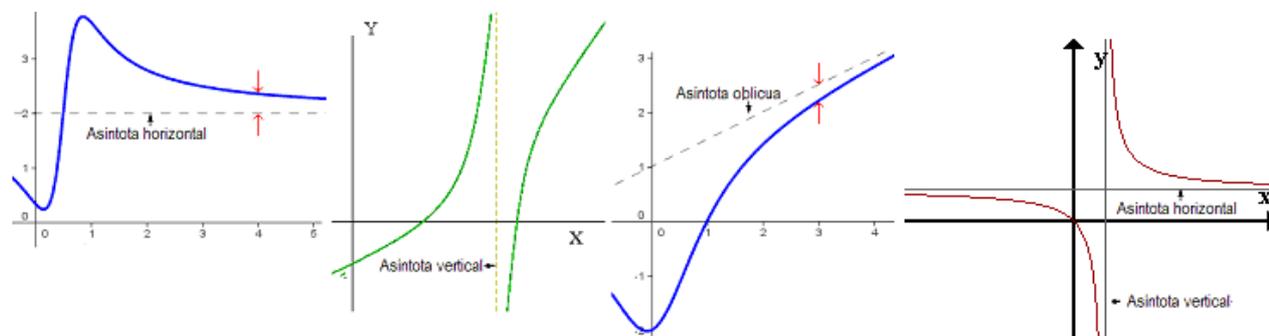
3.5. CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

- Una función es **cóncava** en un determinado punto cuando al trazar una recta tangente a dicho punto, la gráfica queda por encima de la recta en las proximidades del punto.
- Una función es **convexa** en un determinado punto cuando al trazar una recta tangente a dicho punto, la gráfica queda por debajo de la recta en las proximidades del punto.
- Una función puede ser cóncava en algún intervalo de dominio y convexa en otros; los puntos de cambio de concavidad se denominan **puntos de inflexión**.



3.6. ASÍNTOTAS

Son valores a los que se aproxima una función, pero a los que nunca llega. En la gráfica de la función aparecerán como rectas a las que se aproxima la gráfica, pero a las que nunca llega a alcanzar. Pueden ser **asíntotas horizontales**, **verticales** u **oblicuas**. Como con otras características, la gráfica de una función puede tener varias asíntotas de tipos diferentes.



3.7. SIMETRÍA

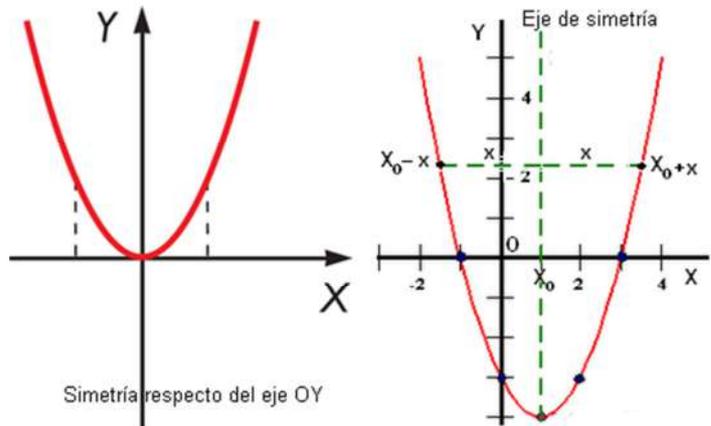
Se produce cuando la forma de la gráfica de la función se repite en algunas zonas de la misma, sin que ello suponga necesariamente que la función asigne los mismos valores de las y para diferentes valores de las x . Los tipos de simetría que puede presentar una gráfica son:

▪ **Simetría respecto del eje OY**

Los valores de la y se repiten a ambos lados de este eje, es decir, se cumple la condición:

$$f(x) = f(-x)$$

A este tipo de función se la denomina **función par**. Algunas funciones tienen **simetría respecto de un eje vertical distinto al OY**, en cuyo caso los valores de las y se repiten a ambos lados de la abscisa x_0 por la que pasa el eje, cumpliéndose ahora la condición $f(x_0 + x) = f(x_0 - x)$



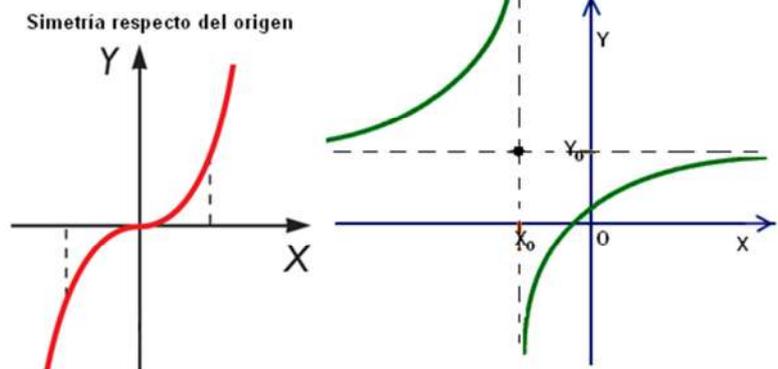
▪ **Simetría respecto del origen de coordenadas**

Los valores de la y a ambos lados del eje **OY** son los mismos, pero cambiados de signo (son opuestos), por lo que ahora se cumple esta condición:

$$f(x) = -f(-x)$$

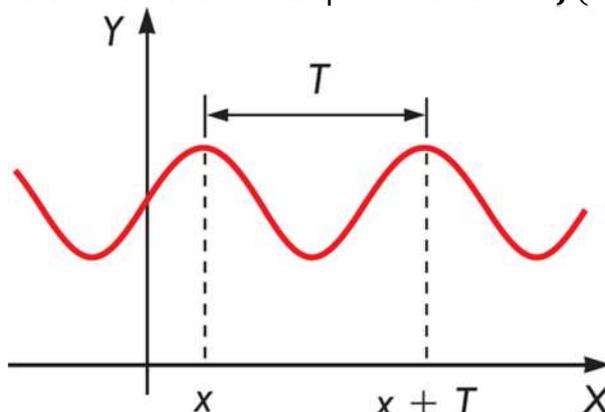
A este tipo de función se la denomina **función impar**. Puede también haber funciones cuyo punto de simetría impar no sea el origen de coordenadas, tal como se aprecia en el último de los ejemplos, en el que se cumple:

$[f(x_0 + x) - y_0] = -[f(x_0 - x) - y_0]$.



3.8. PERIODICIDAD

Esta propiedad de las gráficas se refiere a la repetición de los valores de las y al aumentar el valor de las x una determinada cantidad, llamada **período de la función**, que suele representarse como **T**. Por tanto se cumple la condición $f(x + T) = f(x)$:



4. ESTUDIO GRÁFICO DE ALGUNAS FUNCIONES

A continuación aplicaremos los aspectos planteados en los apartados anteriores a algunas funciones, como las polinómicas de hasta segundo grado. Como norma general, cuando haya que representar una función a partir de la ecuación matemática que la determina, convendrá elaborar una tabla de valores x e y que contenga al menos los puntos clave de la gráfica (cortes con los ejes, máximos o mínimos, etc), de modo que se pueda hacer con ellos una especie de “retrato robot” de la misma. Finalmente, pueden calcularse otros puntos de la gráfica dando a la x valores y calculando el valor de las y .

4.1. LA FUNCIÓN CONSTANTE

En una función es constante el valor de la variable dependiente (y) es el mismo para todos los valores de la variable independiente (x), por lo que es del tipo:

$$y = n$$

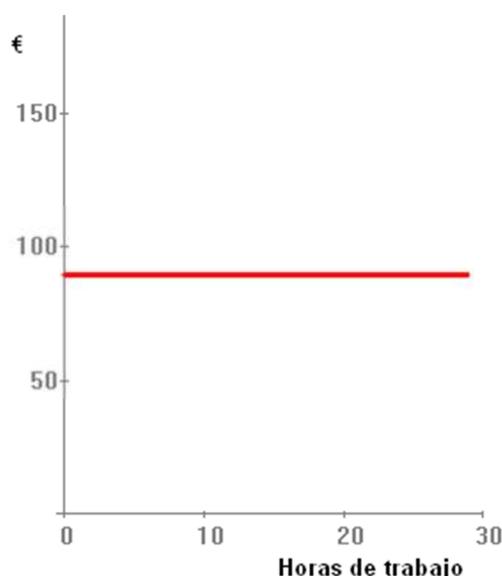
En esta ecuación n es el valor constante de la variable y . Por tanto, su gráfica siempre es **una recta horizontal** (paralela al eje OX).

Ejemplo: un técnico nos cobra la cantidad fija de 90 € por la instalación del aire acondicionado, con independencia del tiempo empleado. La siguiente tabla relaciona las horas de trabajo y las cantidades recibidas por los últimos encargos.

Horas de trabajo x	4,25	4,75	55,75	6,25	6,75	7,00
Ingresos (€), y	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00	90,00

Como los ingresos no varían, la función que los relaciona con las horas de trabajo es constante y tiene por ecuación $y = 90,00$

Su gráfica es una recta paralela al eje OX



TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

4.2. LA FUNCIÓN LINEAL

La función lineal es del tipo:

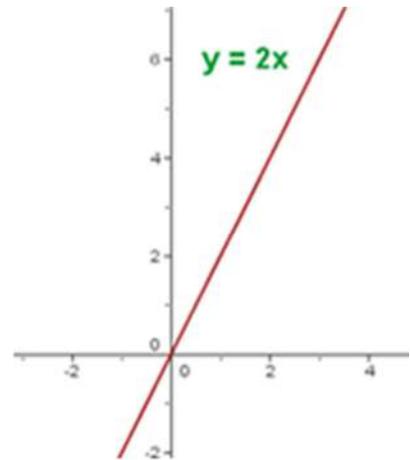
$$y = mx$$

Su gráfica es una **línea recta** que pasa por el origen de coordenadas. El valor m se denomina **pendiente** de dicha recta y representa la inclinación de la misma respecto al eje de abscisas.

Ejemplo: $y = 2x$

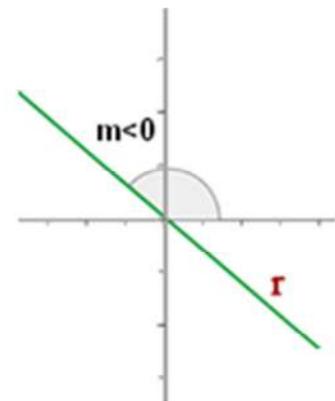
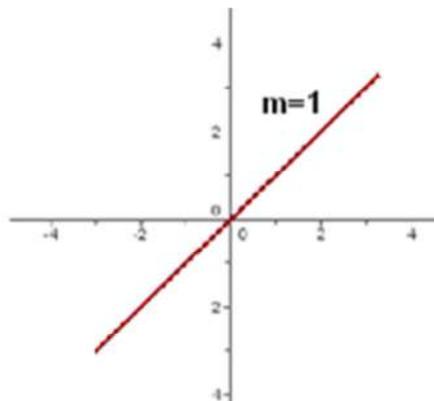
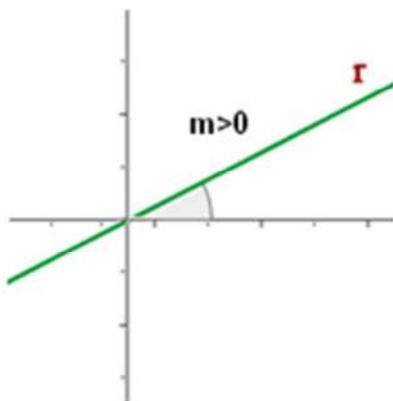
x	0	1	2	3	4
$y = 2x$	0	2	4	6	8

La pendiente de esta recta es $m = 2$



Según el signo de la pendiente de la recta asociada a la función $y = mx$, se pueden dar dos casos:

- $m > 0$: **recta creciente** (forma un ángulo agudo con el eje OX). Cuando $m = 1$, recibe el nombre de función identidad ($y = x$), siendo su gráfica la bisectriz del primer y tercer cuadrantes.
- $m < 0$: **recta decreciente** (forma un ángulo obtuso con el eje OX).

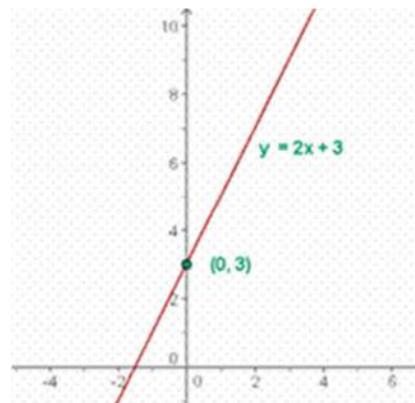


4.3. LA FUNCIÓN AFÍN

La función afín es del tipo:

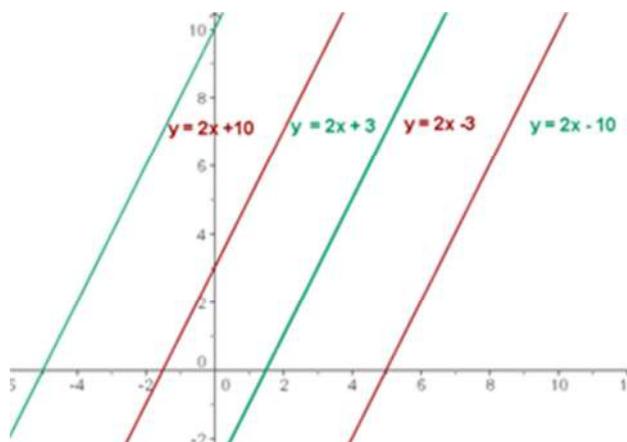
$$y = mx + n$$

Su gráfica es una **línea recta** en la que la **pendiente**, m , tiene el mismo significado que en la función lineal (creciente si $m > 0$ y decreciente si $m < 0$) y la **ordenada en el origen**, n , es lo que vale la y cuando la x es cero.



Como consecuencia de esto:

- Las rectas paralelas tienen la misma pendiente.
- La ordenada en el origen, n , indica el punto de corte de la recta con el eje de ordenadas.
- La gráfica (una recta) se puede trazar con **sólo dos puntos**, por lo basta con calcular dos valores de y con otros dos de x (uno muy fácil es $x = 0$; el otro valor de x se elige como convenga).



4.4. LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

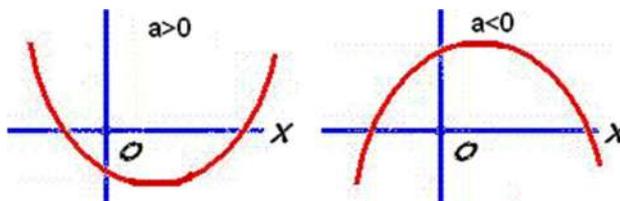
Las funciones cuadráticas son funciones polinómicas de segundo grado, cuya ecuación general es de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

La gráfica de esta función siempre es una curva llamada **parábola**, que tiene estas características:

- Si $a > 0$ es **cóncava**.
- Si $a < 0$ es **convexa**.
- Tiene un punto, llamado **vértice de la parábola**, que es un **mínimo cuando es cóncava** ($a > 0$), y un **máximo cuando es convexa** ($a < 0$)
- El vértice, $V(x_v, y_v)$ tiene como coordenadas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad y_v = f(x_v)$$



Esto significa que con el valor obtenido para x_v , se calcula $y_v = ax_v^2 + bx_v + c$

- Por su vértice pasa un **eje de simetría**, que es una recta vertical de ecuación $x = x_v$

TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

- **Corte con el eje OY:** corresponde al punto $(0, c)$, en el que $x = 0$; $y = f(0)$, es decir, $y = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c$
- **Cortes con al eje OX:** corresponden (si existen) a los puntos en los que $y = 0$, por lo que se obtienen resolviendo la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, cuya solución viene dada por la fórmula:

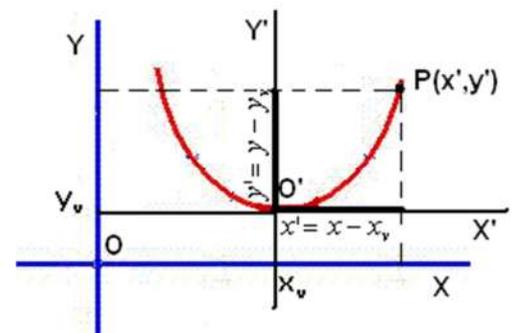
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Según el signo de lo que hay dentro de la raíz cuadrada se pueden dar tres casos:

- $b^2 - 4ac > 0$: dos puntos de corte
- $b^2 - 4ac = 0$: un punto de corte (coincide con el vértice)
- $b^2 - 4ac < 0$: ningún punto de corte

Según se aprecia en la imagen, si se toma como sistema de ejes coordenados uno cuyo origen esté en el vértice de la parábola, $V(x_v, y_v)$, la ecuación de ésta debería ser de la forma $y' = ax'^2$, por lo que quedaría así:

$$y - y_v = a(x - x_v)^2$$



Esta ecuación es la llamada **ecuación reducida de la parábola**, que facilita obtener puntos extra al representar cualquier parábola y es la que permite deducir las fórmulas que dan las coordenadas del vértice y de los puntos de corte de la parábola con el eje OX:

Desarrollando la ecuación reducida queda:

$$y = ax^2 - 2ax_v x + ax_v^2 + y_v$$

Al comparar esta expresión con la ecuación general de segundo grado, $y = ax^2 + bx + c$, se llega a la conclusión de que $b = -2ax_v$; $c = ax_v^2 + y_v$, que justifican cómo se obtienen las coordenadas del vértice vistas antes:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad y_v = c - ax_v^2$$

Por otro lado, la fórmula que permite obtener los puntos de corte con el eje OX se deduce resolviendo la ecuación reducida cuando $y = 0$ (no es necesario aprender esto):

$$-y_v = a(x - x_v)^2$$

$$x - x_v = \pm \sqrt{\frac{-y_v}{a}}$$

$$x = x_v \pm \sqrt{\frac{-y_v}{a}} = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{ax_v^2 - c}{a}} = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{a \frac{b^2}{4a^2} - c}{a}} = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: representación gráfica de la función $y = x^2 - 4x + 3$

A la vista de la ecuación, se deduce que $a = 1$; $b = -4$; $c = 3$, que debe corresponder a una **parábola cóncava** ($a > 0$). Para dibujarla conviene obtener al menos las coordenadas de su vértice y de los puntos de corte con los dos ejes, además de algún punto extra (preferentemente simétricos respecto de la abscisa del vértice):

1. Vértice de la parábola:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = +2 ; \quad y_v = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

Las coordenadas del vértice son: $V(2, -1)$

2. Punto de corte con el eje OY.

Al hacer $x = 0$ se obtiene el valor de $y = f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3$. Por tanto el punto de corte con el eje OY es $(0, 3)$

3. Puntos de corte con el eje OX.

Es preciso resolver la ecuación $x^2 - 4x + 3 = 0$, para lo que usamos $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

En este caso ($a = 1$; $b = -4$; $c = 3$):

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 &= \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Por tanto, los puntos de corte con el eje OX son $(3, 0)$ y $(1, 0)$

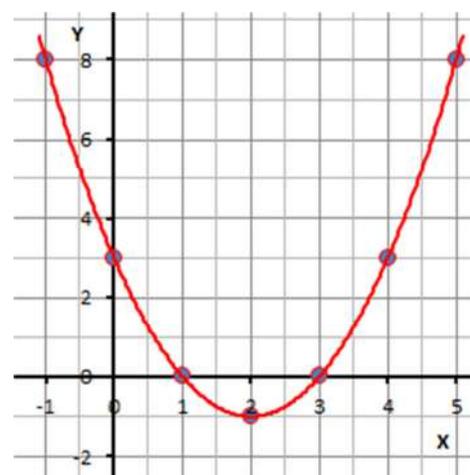
4. Otros puntos de la parábola: como la abscisa del vértice ha resultado ser $x_v = 2$, los valores de x a la misma distancia de este valor ($x = 2 \pm d$) tendrán la misma ordenada, ya que el eje de simetría de la parábola es $x = 2$ (esto permite obtener puntos de la parábola de dos en dos):

- $x = 2 \pm 2 = \begin{matrix} x_1 = 2 + 2 = 4 \\ x_2 = 2 - 2 = 0 \end{matrix} ; y = f(4) = f(0) = (0)^2 - 4 \cdot (0) + 3 = 0 + 0 + 3 = 3$

- $x = 2 \pm 3 = \begin{matrix} x_1 = 2 + 3 = 5 \\ x_2 = 2 - 3 = -1 \end{matrix} ; y = f(5) = f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$

Conviene recopilar en una tabla las coordenadas de cada uno de los puntos obtenidos para facilitar su representación en los ejes cartesianos y construir la gráfica, que en este caso quedaría así:

x	2	0	3	1	4	5	-1
y	-1	3	0	0	3	8	8
	V	OY	OX		S_1	S_2	



5. APLICACIÓN DEL ESTUDIO GRÁFICO DE FUNCIONES EN FÍSICA

En Física es muy habitual utilizar la representación gráfica de funciones como una herramienta que facilita el análisis de las diferentes situaciones prácticas que pueden presentarse. Veremos aquí dos ejemplos: las **ecuaciones del movimiento** de los cuerpos y la **Ley de Hooke** que cumplen muchos materiales elásticos cuando sobre ellos actúan fuerzas.

5.1. EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS

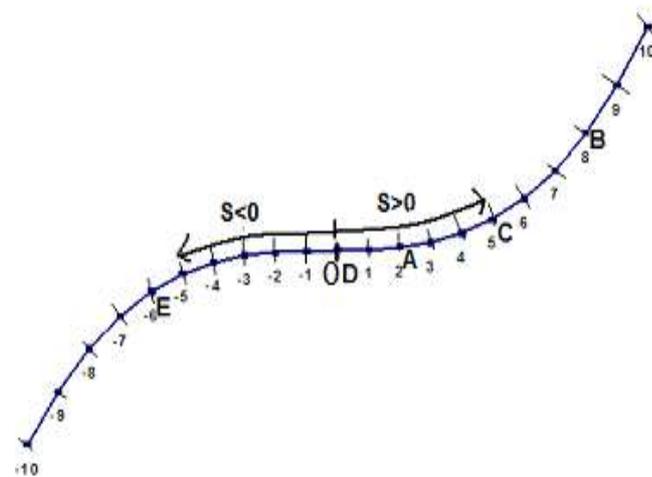
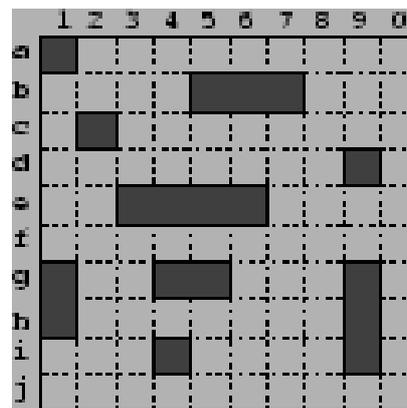
En cinemática (parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos) se utilizan una serie de conceptos que conviene conocer para comprender mejor las ecuaciones del movimiento.

Móvil: objeto que está en movimiento. Puede ser una persona, un coche, un avión, etc., aunque lo normal es representarlo como un punto.

Trayectoria: es el camino que describe el móvil a lo largo del tiempo. La trayectoria más sencilla puede ser una recta o una circunferencia, pero en general será una curva más o menos compleja, como la carretera que une una ciudad con otra, que constituye la trayectoria de los coches que viajan entre ellas.

Posición: se determina a partir del lugar que ocupa el observador. Aunque hay muchas formas de darla, suele hacerse como una distancia al punto en el que se encuentra el observador.

Seguramente hayas jugado en más de una ocasión al juego de los barquitos; pues bien, las “coordenadas” de una cuadrícula permiten situar cualquier punto de un plano de forma única: son las coordenadas cartesianas que suelen también usarse en matemáticas para otras representaciones gráficas, como ya hemos visto en este tema.



Sin embargo, para el estudio del movimiento, la posición suele darse sobre la trayectoria como una distancia a un punto llamado origen, como la señalización de los puntos kilométricos de las carreteras, que permite localizar inmediatamente dónde se ha producido un accidente con sólo indicar el punto kilométrico de la carretera.

De forma parecida, en lo sucesivo llamaremos **posición de un móvil, S**, a la distancia (con signo), medida sobre la trayectoria, a un punto de referencia, **O**, de

dicha trayectoria.

Así, suponiendo que en la trayectoria representada la distancia entre cada marca es 1 metro, las posiciones de los puntos A, B, C, D y E de esta trayectoria serían, respectivamente, $S_A = 2$ m, $S_B = 8$ m, $S_C = 5$ m, $S_D = 0$ m y $S_E = -6$ m. Como puede apreciarse, el signo de la posición nos indica el sentido dentro de la trayectoria

Espacio recorrido, Δe : es la distancia correspondiente a una variación de posición. Siempre es un valor positivo o nulo. Es el que nos marca el cuentakilómetros de un coche.

Desplazamiento, ΔS : es la variación de posición entre dos momentos dados. No siempre coincide con el espacio recorrido, ya que puede ser positivo, negativo o nulo; su signo indica el sentido del movimiento dentro de la trayectoria.

Ejemplo: en los puntos representados en la trayectoria del ejemplo anterior, suponiendo que el movimiento ocurre según la secuencia $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$, tendríamos:

Espacio recorrido: $\Delta e = e_{AB} + e_{BC} + e_{CD} + e_{DE} = 6 + 3 + 5 + 5 \text{ m} = 19 \text{ m}$

Variación de posición, $\Delta S = S_E - S_A = -6 - 2 \text{ m} = -8 \text{ m}$; su signo negativo nos indica que globalmente, el móvil se desplaza 8 metros hacia la izquierda.

Velocidad, v : es una magnitud vectorial que relaciona la variación de posición con el tiempo transcurrido. Según nuestra definición de posición, la velocidad sería:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{variación de posición}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Abreviadamente: $v = \frac{\Delta S}{t}$ o, lo que es lo mismo: $v = \frac{S - S_0}{t}$

En las ecuaciones anteriores, S_0 es la posición cuando se inicia el movimiento (se considera que el tiempo en este momento es $t_0 = 0$); S y t son la posición y el tiempo en un momento dado del movimiento.

La velocidad puede ser positiva o negativa, indicando su signo el sentido de desplazamiento dentro de la trayectoria. Dada su definición, se medirá en unidades de longitud, divididas por unidades de tiempo (m/s, km/h, millas/hora, etc.).

Rapidez o celeridad, c : es una magnitud que mide la relación entre el espacio recorrido y el tiempo utilizado. En la vida cotidiana se usa indistintamente con el nombre de velocidad, aunque se diferencia de ésta en que siempre es positiva; sólo coinciden si no hay cambios de sentido en el movimiento:

$$\text{rapidez} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Abreviadamente: $c = \frac{\Delta e}{t}$ o, lo que es lo mismo: $c = \frac{e - e_0}{t}$

Aceleración, a : es una magnitud vectorial que mide el ritmo con el que varía la velocidad. Se calcula como relación entre la variación de velocidad y el tiempo transcurrido en esta variación:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{variación de velocidad}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Abreviadamente: $a = \frac{\Delta v}{t}$ o, lo que es lo mismo: $a = \frac{v - v_0}{t}$

En las ecuaciones anteriores, v_0 es la velocidad cuando se inicia el movimiento (se considera que el tiempo en este momento es $t_0 = 0$); v y t son la velocidad y el tiempo en un momento dado del movimiento.

TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

La aceleración puede ser positiva o negativa, indicando su signo el sentido sobre la trayectoria en el que cambia la velocidad. **No es correcto, pues, afirmar que una aceleración negativa siempre signifique frenar**, ya que podría ser un aumento de velocidad en el sentido negativo del movimiento, como cuando cae una piedra desde cierta altura; las aceleraciones de frenado tienen por objeto detener el móvil y pueden ser positivas o negativas.

Dada su definición, la aceleración se medirá en unidades de longitud, divididas por unidades de tiempo al cuadrado (m/s^2 , km/h^2 , $millas/hora^2$, etc.).

Tanto la aceleración, como la rapidez y la velocidad pueden calcularse en intervalos de tiempo más o menos grandes; cuando estos intervalos son muy pequeños, se llaman aceleración, rapidez y velocidad instantáneas; si son mayores, se denominan aceleración, rapidez y velocidad medias.

Ejemplo: suponiendo que para pasar del punto A al E del ejercicio anterior transcurren cuatro segundos, y que la velocidad en la posición inicial es nula ($v_A = 0$), la velocidad, rapidez y aceleración medias entre las posiciones de los puntos A y E de la trayectoria se calcularán así:

$$\text{Velocidad: } v_{AE} = \frac{S_E - S_A}{t_E} = \frac{-6 - 2}{4} m/s = \frac{-8}{4} m/s = -2 m/s$$

$$\text{Rapidez: } c_{AE} = \frac{e_E - e_A}{t_E} = \frac{19 - 0}{4} m/s = \frac{19}{4} m/s = 4,75 m/s$$

$$\text{Aceleración: } a_{AE} = \frac{v_E - v_A}{t_E} = \frac{-2 - 0}{4} m/s^2 = \frac{-2}{4} m/s^2 = -0,5 m/s^2$$

Para estudiar los movimientos se utilizan dos tipos de informaciones:

- a) **Las ecuaciones del movimiento:** determinan la posición, la velocidad y la aceleración a lo largo del tiempo.
- b) **Las gráficas del movimiento:** representaciones gráficas de las ecuaciones del movimiento.

Cuando se utilicen las ecuaciones del movimiento hay implicadas cuatro magnitudes (posición, tiempo, velocidad y aceleración) que deberán expresarse en unidades coherentes para evitar errores en los cálculos.

A continuación veremos las características más notables de algunos de los movimientos más sencillos: el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). En ambos casos, la trayectoria es una línea recta, aunque las ecuaciones que se obtienen podrían aplicarse también a movimientos curvilíneos (como el de un coche en una carretera), si se considera la posición como una distancia medida en la trayectoria.

5.1.1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

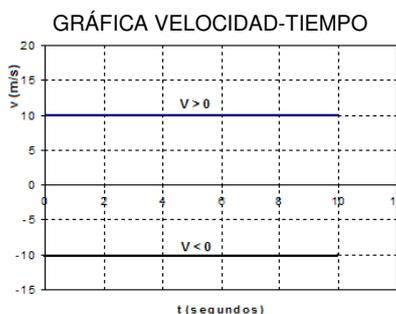
La trayectoria es una línea recta, la velocidad constante y la aceleración nula, por lo que, sus ecuaciones del movimiento son:

$$\begin{cases} S = S_o + v \cdot t \\ v = v_o \\ a = 0 \end{cases}$$

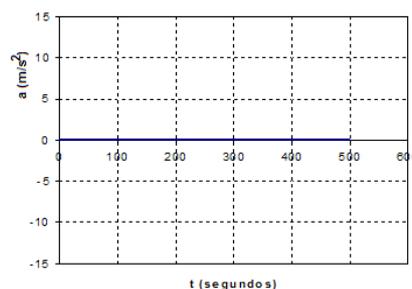
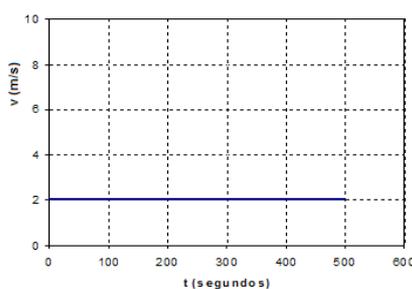
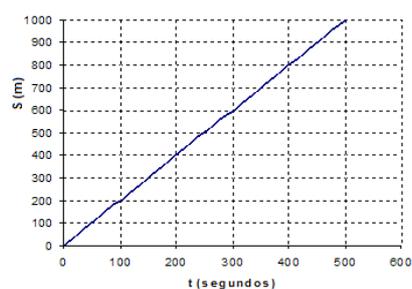
S_o y v_o son, respectivamente, la posición y velocidad cuando se inicia el movimiento. La velocidad es la misma a lo largo de todo el movimiento (es constante).

Al representar las tres funciones anteriores, resulta que:

- a) **La gráfica posición-tiempo** será una línea recta, tanto más inclinada cuanto mayor sea la velocidad (que hace de pendiente de la recta).
- b) **La gráfica velocidad-tiempo** será una recta horizontal, ya que la velocidad es la misma en cualquier momento (función constante).
- c) **La gráfica aceleración-tiempo** será una recta horizontal que coincide con el eje de abscisas (el del tiempo) porque siempre es nula.



Ejemplo: representar las gráficas del movimiento que realiza un hombre que va a una velocidad constante de 2 m/s, suponiendo que sale de su casa (que es el origen del sistema de referencia, $S_o = 0$).



TEMA 1. FUNCIONES Y SU REPRESENTACIÓN

5.1.2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

La trayectoria que es una línea recta, la aceleración es constante y la velocidad varía de forma gradual con el tiempo, por lo que sus ecuaciones del movimiento son:

$$\begin{cases} S = S_o + v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\ v = v_o + a \cdot t \\ a = a_o \end{cases} \quad \begin{array}{l} S_o, v_o \text{ y } a_o \text{ son, respectivamente, la} \\ \text{posición, velocidad y aceleración cuando} \\ \text{se inicia el movimiento. La aceleración es} \\ \text{la misma a lo largo de todo el movimiento} \\ \text{(es constante y distinta de cero).} \end{array}$$

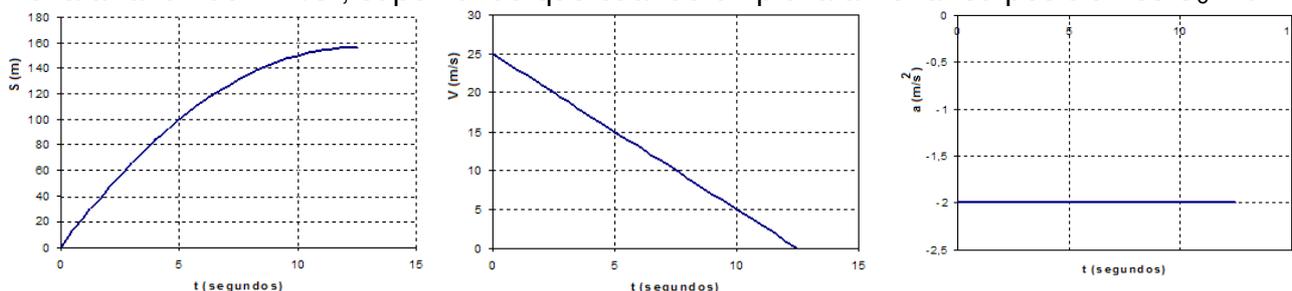
Hay una ecuación, muy interesante en muchos cálculos para este tipo de movimiento, que se obtiene eliminando el tiempo con las dos primeras ecuaciones: $v^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta S$

Al representar las tres funciones del movimiento de un MRUA, resulta que:

- La gráfica posición-tiempo** será una parábola (cóncava cuando la aceleración sea positiva y convexa cuando sea negativa).
- La gráfica velocidad-tiempo** será una línea recta, tanto más inclinada, cuanto mayor sea la aceleración (que hace de pendiente de esta recta).
- La gráfica aceleración-tiempo** será una recta horizontal, ya que la aceleración es la misma en cualquier momento (función constante); si es positiva, estará por encima del eje del tiempo, y si es negativa, estará por debajo de este eje.



Ejemplo: representar las gráficas del movimiento que realiza un coche que va a 25 m/s y frena a razón de 2 m/s², suponiendo que cuando empieza a frenar su posición es $S_o = 0$.



Observa que en la gráfica posición-tiempo, como la velocidad se va haciendo cada vez menor, el avance también se va haciendo más lento (la gráfica se “dobla” hacia abajo), pero el coche seguirá avanzando hasta detenerse. En este caso, como la finalidad de la aceleración negativa es detener el móvil, podemos hablar de movimiento rectilíneo uniformemente **retardado (MRUR)**

En general, si un móvil tiene aceleración negativa, puede pasar de tener velocidad positiva (“avance”) a velocidad negativa (“retroceso”), lo cual no quiere decir que el efecto de dicha aceleración sea detener el móvil. Lo mismo puede ocurrir con un móvil con velocidad negativa y aceleración positiva.

Un caso en el que queda patente lo anterior es en el llamado **movimiento de caída libre de los cuerpos**, que es el correspondiente a cualquier objeto que se deja caer o que se lanza verticalmente hacia arriba; en ambos casos, el objeto se ve afectado por una aceleración constante llamada **aceleración de la gravedad**, que se representa con la letra **g** y equivale a **9,8 m/s²** (aunque en las ecuaciones del movimiento se toma como negativa, ya que tiende a aumentar la velocidad de los cuerpos en el sentido descendente, que suele considerarse el negativo). Las ecuaciones del movimiento suelen escribirse de esta forma (totalmente equivalente a la ya vista para MRUA):

$$\begin{cases} h = h_o + v_o \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \\ v = v_o - g \cdot t \\ a = -g \end{cases} \quad \begin{array}{l} h_o \text{ y } v_o \text{ son, respectivamente, la altura y} \\ \text{velocidad cuando se inicia el movimiento.} \end{array}$$

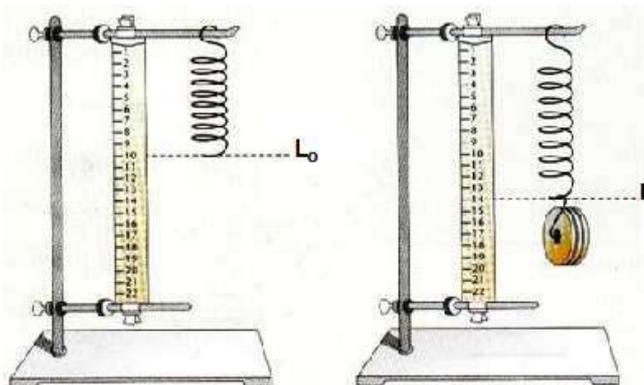
Este movimiento tiene dos características interesantes:

- 1ª) La velocidad de lanzamiento (salida) es igual a la velocidad de llegada.
- 2ª) El tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar.

5.2. DEFORMACIÓN DE MATERIALES ELÁSTICOS: LEY DE HOOKE

Hay muchos materiales, como los muelles, que tienen un comportamiento elástico (recuperan su forma cuando cesa la fuerza que los deforma) y cumplen la llamada **Ley de Hooke**, consistente en que la fuerza deformadora (*F*) y el alargamiento que ocasiona ($\Delta L = L - L_o$) son directamente proporcionales:

$$F = k \cdot \Delta L$$



La constante de proporcionalidad, *k*, se llama constante elástica o constante de Hooke; se obtiene experimentalmente y es característica de cada material.

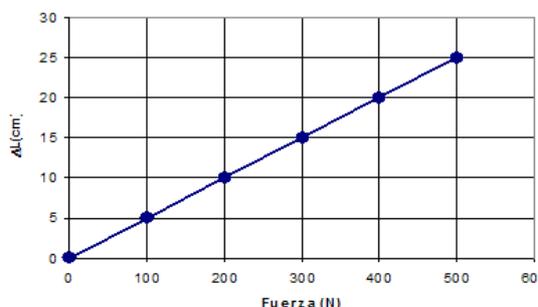
Los materiales que no recuperan su forma original cuando cesa la fuerza que los deforma se llaman **materiales plásticos**.

Ejemplo: se han medido los alargamientos de un muelle cuando de él se suspenden diferentes pesos, obteniéndose los resultados de la tabla. Comprueba si se cumple la ley de Hooke y calcula la constante elástica.

F (N)	100	200	300	400	500
Alargamiento (cm)	5	10	15	20	25

Efectivamente, la relación entre fuerza y alargamiento da un valor constante:

$$k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{100}{5} = \frac{200}{10} = \frac{300}{15} = \frac{400}{20} = \frac{500}{25} = 20 \text{ N/cm}$$



Además, **al representar los alargamientos frente a las fuerzas se obtiene una línea recta**

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

1. LA MATERIA Y SUS PROPIEDADES
 - 1.1. CLASIFICACIÓN DE LA MATERIA
 - 1.2. ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA: SÓLIDOS, LÍQUIDOS Y GASES
 - 1.3. TEORÍA CINÉTICA DE LA MATERIA
 - 1.4. CAMBIOS DE ESTADO
 - 1.5. LEYES DE LOS GASES
 - 1.5.1. LEY DE BOYLE-MARIOTTE
 - 1.5.2. LEY DE CHARLES-GAY-LUSSAC
 - 1.5.3. LEY DE LOS GASES PERFECTOS.
 2. LAS TRANSFORMACIONES QUÍMICAS DE LA MATERIA
 - 2.1. LEYES DE LAS TRANSFORMACIONES QUÍMICAS
 - 2.2. LA ECUACIÓN QUÍMICA. AJUSTE E INTERPRETACIÓN
 - 2.3. TIPOS DE REACCIONES QUÍMICAS
 - 2.4. CÁLCULOS ESTEQUIOMÉTRICOS
 - 2.3.1. AJUSTE DE REACCIONES DE COMBUSTIÓN DE COMPUESTOS ORGÁNICOS
 - 2.3.2. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL AJUSTE DE REACCIONES QUÍMICAS
 - 2.3.3. LEY DE CONSERVACIÓN DE LA MASA O LEY DE LAVOISIER
 3. CIENCIA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD
 - 3.1. LA INDUSTRIA QUÍMICA BÁSICA
 - 3.2. QUÍMICA FARMACEÚTICA E INGENIERÍA GENÉTICA
 - 3.3. LA INDUSTRIA PETROQUÍMICA
 - 3.4. TIC, INNOVACIÓN Y DESARROLLO
-



1. LA MATERIA Y SUS PROPIEDADES

La materia es de lo que está formado todo lo que hay a nuestro alrededor y puede ser percibido por nuestros sentidos, es decir, que todas las cosas que puedes ver, oír o tocar están formadas por **materia**.

Cualquier porción de materia se llama **sistema material** (cuando tiene unos límites definidos recibe el nombre de **cuerpo**) y es evidente que no toda la materia es idéntica, ya que somos capaces de distinguir por sus cualidades unas formas de materia de otras (las llamamos **sustancias**).

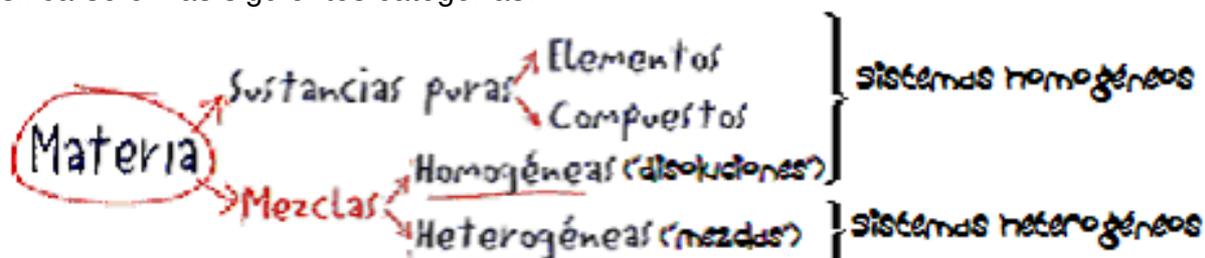
De todas las **propiedades de la materia**, algunas son comunes a todas las sustancias y no permiten diferenciar una sustancia de otra; otras propiedades, sin embargo, caracterizan a cada sustancia y sí permiten identificarlas. Las primeras se llaman **propiedades generales**, como la masa, el volumen, la temperatura o el peso; las segundas se denominan **propiedades específicas** o características, como el color, olor, sabor, densidad, conductividad eléctrica, puntos de fusión y ebullición o dureza.

De este modo, si tenemos dos bolsas cerradas, una con 1 kg de patatas y otra con 1 kg de naranjas, no podemos distinguir una de otra sólo con el único dato de su peso; para identificarlas, podríamos hacerlo abriendo las bolsas y, bien por el tacto, o por el color, no habría problemas para hacerlo.

Independientemente de la clasificación anterior, las propiedades de la materia pueden ser extensivas o intensivas. Las **propiedades extensivas**, como la masa o el volumen, dependen de la cantidad de sustancia; las **propiedades intensivas**, como la densidad, concentración, color o presión, no dependen de la cantidad de materia.

1.1. CLASIFICACIÓN DE LA MATERIA

La materia puede presentarse de distintas formas que, de modo general, pueden clasificarse en las siguientes categorías:



Definamos los conceptos que intervienen en el esquema anterior:

- **Materia:** es todo aquello que puede percibirse por los sentidos. Está formada por átomos y moléculas y siempre posee masa y volumen.
- **Sustancia pura:** es aquella que está formada por un único tipo de moléculas, todas iguales entre sí. Tiene una serie de propiedades específicas que permiten identificarla.
- **Elementos:** son sustancias puras cuyas moléculas están formadas por el mismo tipo de átomos. No pueden ser descompuestas de ninguna forma en otras más simples.

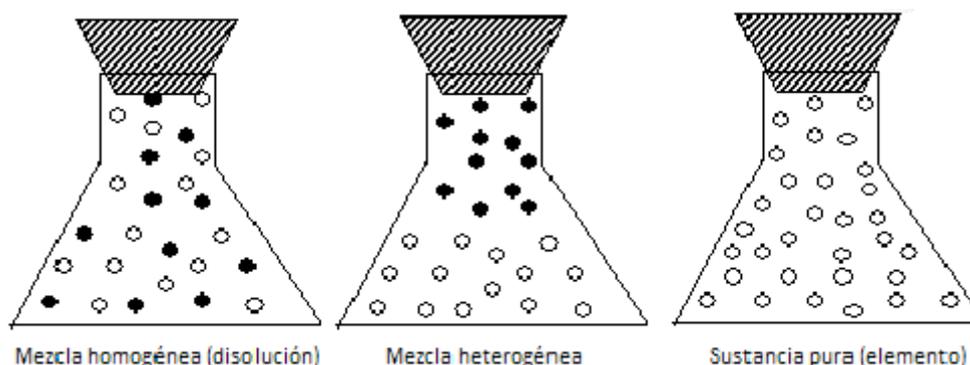


TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

- **Compuestos:** son sustancias puras cuyas moléculas están formadas por varios tipos de átomos. Pueden descomponerse por métodos químicos para obtener los elementos que lo integran.



- **Sistemas homogéneos:** son aquellos en los que todas las partes son idénticas, no pudiéndose distinguir las sustancias que lo componen.
- **Sistemas heterogéneos:** son aquellos en los que pueden distinguirse distintas fases, es decir, varias sustancias entremezcladas.
- **Disolución:** es un sistema homogéneo de dos o más sustancias; la que se encuentra en mayor cantidad se llama disolvente y las restantes se denominan solutos.



Las disoluciones pueden ser sólidas, líquidas o gaseosas, pero en química las más utilizadas son líquidas, y más concretamente disoluciones acuosas, en las que la relación entre la cantidad de soluto y disolvente (la concentración) suele expresarse en moles de soluto por cada litro de disolución, es decir la **concentración molar**:

$$C(\text{moles/litro}) = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{litros de disolución}}, \text{ o más abreviadamente, } C = \frac{n}{V}$$

Recuerda que un mol de cualquier sustancia contiene el Número de Avogadro de átomos o moléculas de dicha sustancia ($N_A = 6,022 \times 10^{23}$), cifra que hace que la masa de un solo átomo de un elemento, expresada en una, coincida numéricamente con la masa de $6,022 \times 10^{23}$ átomos de ese elemento (1 mol), expresada en gramos. Así, si la masa atómica del nitrógeno es 14, significa que un átomo de esta sustancia tendrá una masa de 14 uma ($2,32 \times 10^{-23}$ gramos), pero un mol de átomos de nitrógeno serán 14 gramos de esta sustancia.

A partir de las ideas anteriores, puede calcularse la masa molar (también conocida como masa molecular) conociendo la fórmula química de la sustancia de que se trate, sin más que sumar las masas atómicas de los átomos que la forman. Con este dato se puede calcular el número de moles de sustancia y con éste la concentración molar:

$$\text{número de moles} = \frac{\text{masa de sustancia (g)}}{\text{Masa molar}} \text{ o, más abreviadamente, } n = \frac{m}{M}$$

Ejemplo: sabiendo que las masas atómicas del carbono, del hidrógeno y del oxígeno son 12, 1 y 16, respectivamente, calcula la concentración molar de una disolución formada al añadir 100 gramos de glucosa (de fórmula $C_6H_{12}O_6$) en 250 mililitros de agua.

En primer lugar, hay que tener en cuenta que cuando se disuelve un sólido (como la glucosa) en un líquido, el volumen de la disolución prácticamente coincide con el del disolvente (250 mL = 0,25 L).

La masa molar del soluto será $M = 6 \times 12 + 12 \times 1 + 6 \times 16 = 180$, luego un mol de glucosa son 180 gramos. Por tanto, el número de moles de soluto (los 100 gramos de glucosa) será:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{100}{180} = 0,56 \text{ moles de } C_6H_{12}O_6$$

$$\text{La concentración molar de la disolución será } C = \frac{n}{V} = \frac{0,56 \text{ mol}}{0,25 \text{ litro}} = 2,22 \text{ M}$$

Nótese que para indicar *mol/litro* se utiliza el símbolo M (como el de masa molar)

1.2. ESTADOS DE AGREGACIÓN: SÓLIDOS, LÍQUIDOS Y GASES

Los sistemas materiales pueden ser homogéneos o heterogéneos, estar formados por una única sustancia o por varias, tener una única clase de átomos o varias. Pero también se pueden manifestar de varias formas, en lo que se llaman estados de agregación. Los estados de agregación son las distintas formas en que se puede presentar la materia: sólido, líquido y gas.

Cualquier sustancia en estado sólido tiene forma fija, mientras que si está en forma líquida o gaseosa adopta la forma del recipiente que la contiene. Además, tanto líquidos como gases tienen la capacidad de fluir (de ahí que se llamen fluidos). Finalmente, los gases se caracterizan por expandirse y ocupar todo el espacio de los recipientes que los contienen.

Para comprender por qué esto es así, los científicos han elaborado la teoría cinético-corpúscular de la materia (más conocida como teoría cinética) que tiene su origen en el estudio experimental del comportamiento de los gases (las conocidas como leyes de los gases), que veremos más adelante.

1.3. TEORÍA CINÉTICA DE LA MATERIA

Aunque inicialmente esta teoría es válida para los gases, su generalización a cualquier estado de agregación permite explicar las cualidades que manifiesta la materia en estado sólido, líquido o gaseoso, basándose en tres hipótesis:

- 1) La materia está formada por pequeñas partículas o corpúsculos (átomos o moléculas).
- 2) Las partículas que constituyen la materia están en continuo movimiento, de modo que su energía cinética es directamente proporcional a su temperatura y, por tanto, a mayor temperatura, mayor será su velocidad, mientras que una menor temperatura supone una menor velocidad, hasta el extremo de que a la mínima temperatura existente en el universo cualquier partícula se encuentra en completo reposo (el cero absoluto, $-273 \text{ }^\circ\text{C}$). En el estado gaseoso, las partículas se mueven libremente con movimiento rectilíneo y uniforme, cambiando su dirección cuando chocan entre sí o con las paredes del recipiente que las contiene.
- 3) Los átomos se unen entre sí mediante unas fuerzas muy grandes y difíciles de vencer, llamadas **enlace químico**; entre las moléculas también hay fuerzas atractivas, llamadas **fuerzas intermoleculares**, que son más débiles que las anteriores, pero son tanto más intensas cuanto más próximas están las moléculas entre sí.

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Por tanto, el estado de agregación de una sustancia depende de las fuerzas intermoleculares que unen a sus partículas y de la temperatura.

Cuando la temperatura es baja, los átomos o las moléculas no pueden moverse, sólo pueden vibrar, sin separarse una de otra. Como las partículas están prácticamente juntas y fijas, sin capacidad de movimiento, el cuerpo tendrá un volumen y una forma fija. Es un sólido.

Si la temperatura aumenta, como las fuerzas intermoleculares no lo hacen, las partículas ya podrán moverse, pero todavía permanecerán una junto a otra. Se comportarán de forma similar a un grupo de canicas en una caja, que pueden deslizarse una sobre otra. El volumen seguirá siendo fijo, pero no así la forma, que se adaptará al recipiente. Se trata de un **líquido**.

Si la temperatura es todavía mayor, las partículas no estarán retenidas por las fuerzas intermoleculares y se separarán unas de otras, moviéndose por todo el recipiente. Entre molécula y molécula, habrá un espacio vacío y será fácil acercarlas o alejarlas. Ni la forma ni el volumen es fijo, ambos cambian con facilidad, ya que estamos, sobre todo, ante espacio vacío en el que se mueven moléculas. Es un **gas**.

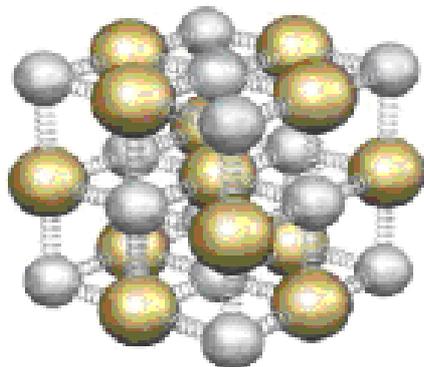
Mediante la teoría cinética pueden explicarse muchas propiedades de la materia, como por ejemplo:

- Presión de los gases:** se debe a los choques de las moléculas con las paredes del recipiente que los contiene o con los objetos que están en su interior. Como las moléculas de los gases se mueven libremente hasta chocar entre sí o con las paredes y rebotar, cuantos más choques haya, más presión; además, cuanto más intensos sean estos choques (más temperatura del gas), más fuerza ejercerán y, por tanto, la presión también será mayor.
- Evaporación de líquidos:** debido a las escasas fuerzas intermoleculares, las moléculas de los líquidos, en su continuo movimiento, serán capaces de escapar a través de la superficie del líquido, si tienen suficiente velocidad para vencer las atracciones de las demás moléculas. Por ello, cuanto mayor sea la superficie del líquido, mayor probabilidad habrá de que haya moléculas que se mueven hacia afuera del líquido y, por tanto, se producirá más evaporación
- Dilatación de los sólidos y líquidos:** al aumentar la temperatura, la velocidad de las moléculas aumenta y, por tanto, también aumenta su movilidad. Esto hace que las atracciones entre las moléculas retengan menos a unas con otras, por lo que las oscilaciones entre ellas ocurren en espacios mayores. La consecuencia es el aumento de volumen de la materia al aumentar su temperatura (dilatación).
- Difusión:** cuando se abre un frasco de perfume en una habitación, al cabo de cierto tiempo, el olor se extiende por toda ella. Para explicarlo, basta con aceptar que algunas de las moléculas del perfume líquido se evaporan y salen libres a la habitación. Se moverán en línea recta hasta chocar con las paredes o con otras moléculas de gas, rebotando y cambiando su dirección de movimiento. La consecuencia es que, al cabo del tiempo, habrá moléculas de perfume por toda la habitación. De forma similar se explicaría la difusión de un líquido en otro (por ejemplo, tinta en agua) o de un sólido en un líquido (por ejemplo, azúcar en agua), aunque en este caso, la movilidad de las moléculas en el interior del líquido es más reducida.



1.3.1. SÓLIDOS

El estado sólido se caracteriza por tener una forma y un volumen fijos que no puede ser cambiado. Son incompresibles, ya que, por mucha fuerza que ejerzamos sobre ellos, su volumen no disminuirá.



Los átomos y moléculas que forman los sólidos están **ordenados** en el espacio, formando lo que se llama **estructura cristalina**. Esa estructura cristalina se manifiesta en el sólido haciendo que éste tenga una forma geométrica. Así, por ejemplo, los granos de sal son pequeños cubos y los minerales tienen formas regulares. Pero la mayoría de las veces esta forma geométrica es tan pequeña que se precisa el empleo de un microscopio para poder verla. Esto no significa que las moléculas y átomos que forman los sólidos estén en reposo. Debido a

la temperatura, se están moviendo continuamente (como todos los átomos y moléculas). Pero los átomos están enlazados por unas fuerzas que impiden que se muevan libremente y **sólo pueden vibrar**, pero sin separarse demasiado de su posición, como si estuvieran unidas mediante un muelle que se encoge y expande continuamente.

1.3.2. LÍQUIDOS

Un líquido, como un sólido, es **incompresible**, de forma que su volumen no cambia. Pero al contrario que el sólido, el líquido **no tiene una forma fija**, sino que se adapta al recipiente que lo contiene, manteniendo siempre una superficie superior horizontal.

En el líquido, los átomos y moléculas no están unidos tan fuertemente como en el sólido. Por eso tienen más libertad de movimiento y, en lugar de vibrar en un sitio fijo, se pueden



desplazar y moverse, pero siempre se desplazan y mueven una molécula junto a otra, sin separarse demasiado. Es como si estuvieran bailando, de forma que se pueden mover, pero siempre cerca una de otra.

En la superficie del líquido, las moléculas que lo forman se escapan al aire, el líquido se evapora.

Si el recipiente que contiene el líquido está cerrado, las moléculas que se han evaporado pueden volver al líquido, y se establece así un equilibrio, de forma que el líquido no se pierde.

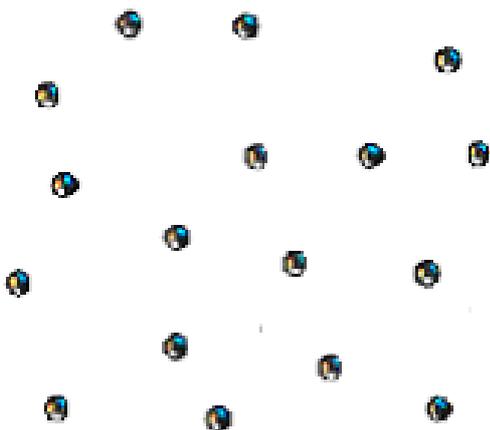
Si el recipiente está abierto, las moléculas que escapan del líquido al aire son arrastradas por éste y no retornan al líquido, así que la masa líquida acaba por desaparecer. Es por esto por lo que las ropas se secan, y más rápidamente cuanto más viento haya, ya que el viento ayuda a arrastrar las moléculas que se han evaporado.

La ebullición, el que un líquido hierva, es distinta de la evaporación. Mientras que la evaporación sólo afecta a la superficie del líquido, la ebullición afecta a todo el líquido, en todo el líquido aparecen burbujas de gas que escapan de forma tumultuosa.

1.3.3. GASES

Aunque estamos inmersos en un gas (el aire que constituye la atmósfera) hasta el siglo XVII, los sabios y científicos no se percibieron de ello. Al fin y al cabo, cada vez que se obtenía un gas, fuera cual fuera éste, finalmente se mezclaba con el aire y parecía desaparecer.

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES



Fue en el siglo XVII cuando el físico y químico belga Jan Baptista van Helmont aprendió a diferenciar a los gases del aire y aprendió a recogerlos para que no se mezclaran con aquél y al aislarlos, inventó la palabra con la que los nombramos: gas, derivándola de la palabra griega que significa caos, ya que le pareció que la materia que formaba los gases estaba sumida en el caos.

Si los sólidos tienen una forma y un volumen fijos y los líquidos un volumen fijo y una forma variable, los gases no tienen ni una forma fija ni un volumen fijo. Se adaptan al recipiente que los contiene y, además, lo ocupan completamente.

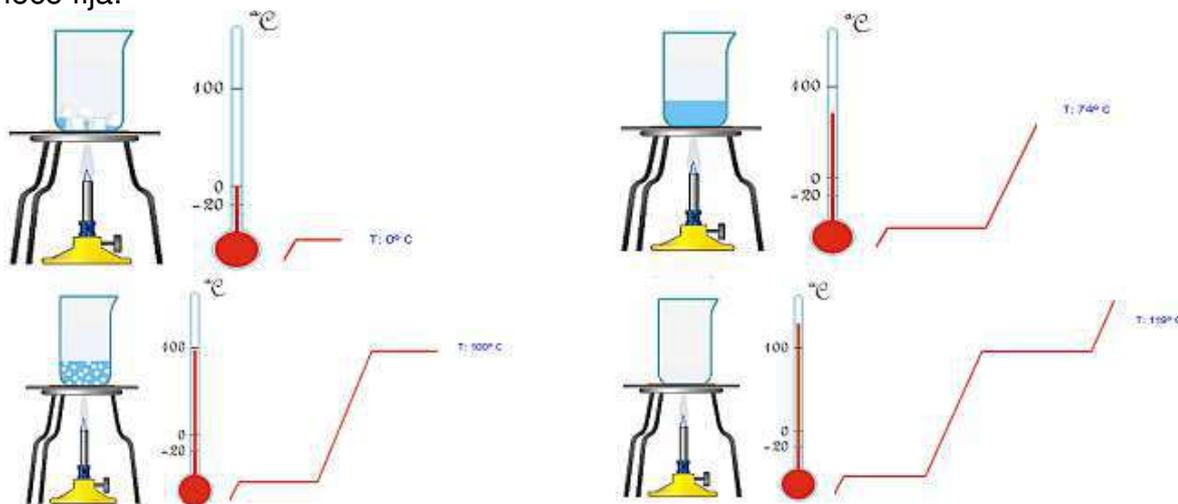
Si el recipiente que ocupa el gas es flexible o tiene una parte móvil, resulta fácil modificar su forma y su volumen, alterando la forma y volumen del gas que hay en su interior.

En un gas, las moléculas no están unidas de ninguna forma. Si en el sólido sólo podían vibrar, permaneciendo fijas en un sitio determinado, y en el líquido podían moverse pero sin separarse unas de otras, en el gas las moléculas se mueven y desplazan libremente. El gas está formado por moléculas con mucho espacio vacío entre ellas, espacio vacío por el que se mueven con absoluta libertad. Por eso **su volumen no es fijo** y se pueden **comprimir** y **dilatar**. Al comprimirlos, simplemente disminuye el espacio vacío en el que se mueven las moléculas del gas, y dilatarlo es aumentar ese espacio vacío.

1.4. CAMBIOS DE ESTADO

Los estados de agregación no son fijos e inmutables. Dependen de la temperatura.

Si sacamos hielo del congelador, estará a -10 ó -20°C . Empieza a calentarse, pero seguirá siendo hielo. Cuando la temperatura alcance los 0°C empezará a fundirse, ya que 0°C es la temperatura de fusión del hielo (es su punto de fusión). Tendremos entonces hielo y agua a 0°C . Mientras haya hielo y agua, la temperatura será de 0°C , por mucho que lo calentemos, porque mientras se produce el cambio de estado la temperatura permanece fija.



Una vez que se ha fundido todo el hielo, el agua, que estaba a 0°C empezará a subir de temperatura otra vez y cuando llegue a 100°C empezará a hervir, ya que 100°C es la temperatura de ebullición del agua (es su punto de ebullición). Puesto que se está produciendo un cambio de estado, la temperatura no variará y mientras el agua hierva,

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

permanecerá constante a 100°C. Cuando toda el agua haya hervido y sólo tengamos vapor de agua, volverá a subir la temperatura por encima de los 100°C.

Lo mismo ocurrirá a la inversa. Si enfiamos el vapor de agua, cuando su temperatura alcance los 100°C empezará a formar agua líquida y su temperatura no cambiará. Cuando todo el vapor se haya convertido en agua, volverá a bajar la temperatura hasta llegar a 0°C, a la que empezará a aparecer hielo y que quedará fija. Cuando toda el agua se haya convertido en hielo, volverá a bajar la temperatura. Es decir, mientras se produce un cambio de estado, la temperatura permanece fija y constante, aunque cada sustancia cambiará de estado a una temperatura propia.

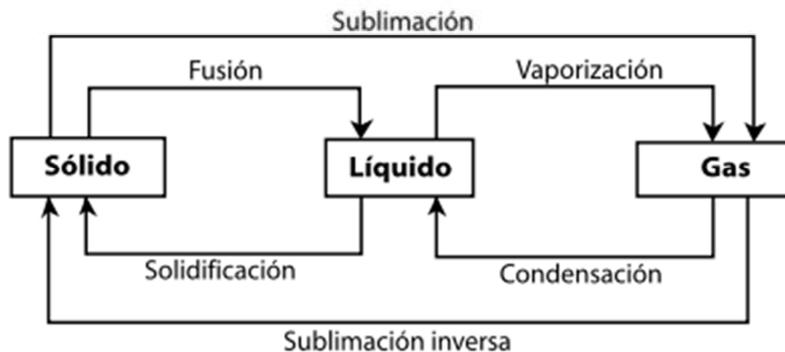
La mayoría de las sustancias, el agua entre ellas, al calentarse funden del estado sólido al líquido y hierven del estado líquido al gaseoso. Al enfriarse, por contra, condensan del estado gaseoso al líquido y solidifican del estado líquido al sólido.

Algunas sustancias, como el hielo seco, pasan directamente del estado sólido al gaseoso (subliman). Y



al enfriar el gas condensan directamente al estado sólido, pero siempre permanece fija la temperatura a la que cambian de estado.

El paso de un estado de agregación a otro recibe un nombre específico, que puedes ver a continuación:



Como el cambio de un estado de agregación se realiza, para una presión determinada, a una temperatura fija e invariable, tanto al calentar como al enfriar, estas condiciones de temperatura y presión reciben el nombre de **punto de, y el nombre del cambio de estado**. Así, la temperatura a la que hierve el agua a 1 atmósfera de presión, como el paso de líquido a gas se conoce como ebullición, se llama punto de ebullición. La temperatura a la que el hielo seco se convierte en gas se llama punto de sublimación, etc. Hay que destacar que en el esquema anterior, el paso de líquido a gas se ha puesto como **vaporización**, proceso que **puede ocurrir a cualquier temperatura comprendida entre el punto de fusión y el de ebullición**. En este caso, se habla de evaporación o vaporización y puede explicarse mediante la teoría cinética de la materia, admitiendo que, debido al continuo movimiento de las moléculas del líquido, siempre hay algunas que son capaces de escapar de las atracciones del conjunto de las moléculas, pasando así a la fase gaseosa; cuando todas las moléculas tienen energía suficiente como para escapar de sus compañeras, todo el líquido tiende a pasar al estado gaseoso y es cuando se produce la **ebullición** (ésta sí ocurre **a una temperatura fija**). No deja de ser, en todo caso, una consecuencia de que el estado líquido es una situación intermedia entre el estado sólido y el gaseoso. Como muestra de lo anterior, observa cómo no es necesario que el agua de un charco hierva para que se evapore.

1.5. LEYES DE LOS GASES

El comportamiento de los gases fue estudiado experimentalmente por distintos científicos entre los siglos XVII y XVIII y sirvió de base para la elaboración de la teoría cinética de la materia. Veamos algo más detalladamente estas leyes.

De los estudios experimentales que condujeron al descubrimiento de las leyes de los gases, se llegó a la conclusión de que era conveniente utilizar una escala especial de medida de temperatura (la **escala absoluta o kelvin**), en lugar de la escala normal (la centígrada o celsius), ya que en ella la mínima temperatura posible (-273°C a la que las moléculas estarían quietas) corresponde a 0 K (cero grados kelvin) y, por tanto, no tiene temperaturas negativas. Para pasar de la escala centígrada a la absoluta basta con sumar 273, mientras que de la absoluta a la centígrada hay que restar esta cantidad:

$$20^{\circ}\text{C} = 20 + 273\text{K} = 293\text{K}, \text{ mientras que } 400\text{K} = 400 - 273^{\circ}\text{C} = 127^{\circ}\text{C}$$

Por otro lado, las moléculas de un gas ocupan un volumen y en él se mueven y desplazan, por lo que chocarán con el recipiente que las contiene (y entre sí, claro), ejerciendo presión (que es otra magnitud física, resultado de dividir la fuerza por la superficie).

En el Sistema Internacional de unidades el volumen se mide en metros cúbicos (m^3) y la presión en pascuales (Pa), aunque cuando se trata de gases, se prefiere medir el volumen en litros (L) y la presión en atmósferas (atm).

Recordemos que 1 litro equivale a 1 dm^3 (decímetro cúbico), es decir, que $1.000\text{ L} = 1\text{ m}^3$. En cuanto a la unidad de presión, el pascal es la presión ejercida cuando se aplica una fuerza de 1 newton sobre una superficie de 1 m^2 . Es una unidad muy pequeña y, por ello se utilizan en ciencias otras mayores, como la atmósfera que, por definición, es la presión que ejerce el aire a nivel del mar en un día de tiempo estable, equivaliendo a 101.300 pascuales. En meteorología la presión es una magnitud muy importante (dependiendo de ella cambiará o no el tiempo, hará más o menos frío y habrá mayor o menor posibilidad de lluvia) y suele medirse en bares (*b*) o milibares (*mb*), de modo que $1\text{ b} = 100.000\text{ Pa}$, aunque también se usa el milímetro de mercurio (mmHg) que se mide directamente con un barómetro de mercurio, formado por un tubo de 1 metro de longitud con mercurio en su interior, siendo estas las equivalencias entre unas y otras unidades:

Pascal	Atmósfera	bar	milibar	mmHg
101.300	1	1,013	1.013	760

El paso de una unidad a otra se realiza como un caso más de múltiplos y submúltiplos.

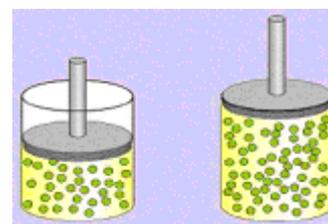
1.5.1. LEY DE BOYLE-MARIOTTE

Al aumentar el volumen de un gas, las moléculas que lo componen se separarán entre sí y de las paredes del recipiente que lo contiene. Al estar más lejos, chocarán menos veces y, por lo tanto, ejercerán menos presión (la presión disminuirá).

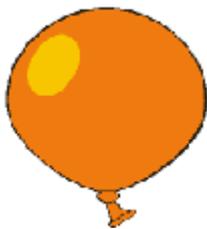
Por el contrario, si disminuye el volumen de un gas, sus moléculas se acercarán y chocarán más veces con el recipiente, por lo que aumentará la presión. Experimentalmente se puede comprobar que, **cuando se mantiene fija la temperatura**, el producto de la presión del gas por el volumen que ocupa es constante.

Si llamamos V_0 y P_0 al volumen y presión del gas antes de ser modificados y V y P a los valores modificados, ha de cumplirse:

$$P \cdot V = P_0 \cdot V_0$$



Esto se conoce como **ley de Boyle y Mariotte**, en honor a los químicos inglés y francés que lo descubrieron. El volumen y la presión iniciales y finales deben expresarse en las mismas unidades, de forma habitual el volumen en litros y la presión en atmósferas.



Gracias a esta ley, conociendo tres de los cuatro valores, es posible determinar el cuarto.

Ejemplo: calcula el volumen que ocupará cierta cantidad de gas a 1,5 atm de presión, sabiendo que, a la misma temperatura, ocupa 6 litros cuando su presión es 1 atm.

Aplicando la ley de Boyle-Mariotte, resulta:

$$\begin{array}{l}
 V_0 = 6 \text{ L} \\
 P_0 = 1 \text{ atm} \\
 P = 1140 \text{ mmHg} = 1.5 \text{ atm}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 P \cdot V = P_0 \cdot V_0 \\
 1,5 \cdot V = 1 \cdot 6 \\
 1,5 \cdot V = 1 \cdot 6
 \end{array} \right\} \Rightarrow V = \frac{1 \cdot 6}{1,5} = 4 \text{ L}$$

Como la presión ha aumentado, el volumen tiene que disminuir. Si la presión disminuyera, el volumen aumentaría, ya que se comportan de forma inversa.

1.5.2. LEY DE CHARLES Y GAY-LUSSAC

Al aumentar la temperatura de un gas, sus moléculas se moverán más rápidas y no sólo chocarán más veces, sino que esos choques serán más intensos. Si el volumen no cambia, la presión aumentará. Si la temperatura disminuye las moléculas se moverán más lentas, los choques serán menos numerosos y menos fuertes por lo que la presión será más pequeña.

Experimentalmente, Gay-Lussac y Charles, determinaron que, **si se fija el volumen** de una masa de gas, el cociente entre la presión y la temperatura, en la escala kelvin, permanece constante:

$$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$$

Esta ley explica por qué la presión de las ruedas de un coche ha de medirse cuando el vehículo apenas ha circulado, ya que cuando recorre un camino, los neumáticos se calientan y aumenta su presión.

Ejemplo: calcula qué presión alcanza el aire de las ruedas de un coche tras circular durante cierto tiempo y calentarse hasta los 50°C, si cuando estaba en reposo la presión era 1.9 atm a 20 °C.

En primer lugar debemos expresar las temperaturas en la escala absoluta, para lo que sumaremos 273; luego puede aplicarse la ley de Charles y Gay-Lussac (porque el volumen del neumático se supone que permanece constante):

$$\begin{array}{l}
 T_0 = 20 + 273 = 293 \text{ K} \\
 T = 50 + 273 = 323 \text{ K} \\
 P_0 = 1.9 \text{ atm}
 \end{array}
 \left| \frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} \Rightarrow \frac{P}{323} = \frac{1,9}{293} \Rightarrow P = \frac{1,9 \cdot 323}{293} = 2,095 \text{ atm} \right.$$

Si el recipiente puede agrandarse o encogerse, al aumentar la temperatura y producirse más choques, estos harán que el recipiente se expanda, por lo que el volumen de gas aumentará. Y por el contrario, si la temperatura disminuye, el volumen también disminuirá. Siempre que la presión no cambie.

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Numéricamente, Gay-Lussac y Charles determinaron que el cociente entre el volumen de un gas y su temperatura, medida en la escala absoluta, permanece constante **cuando se fija su presión**:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

Ejemplo: calcula qué volumen tendrá un globo hinchado de aire que se mete en el congelador y se enfría a -20°C , sabiendo que a 30°C su volumen era 2 L.

En primer lugar debemos expresar las temperaturas de nuevo en la escala absoluta, para lo que sumaremos 273; luego puede aplicarse la ley de Charles y Gay-Lussac (porque ahora es la presión la que permanece constante):

$$\begin{array}{l} T_0 = 30 + 273 = 303 \text{ K} \\ T = -20 + 273 = 253 \text{ K} \\ V_0 = 2 \text{ L} \end{array} \left| \frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{V}{253} = \frac{2}{303} \Rightarrow V = \frac{2 \cdot 253}{303} = 1,67 \text{ L} \right.$$

1.5.3. LEY GENERAL DE LOS GASES

Las leyes de Boyle-Mariotte, y de Charles y Gay-Lussac, relacionan la presión, el volumen y la temperatura de un gas de dos en dos, por parejas. Sin embargo, es posible deducir una ley que las incluya a las tres: la **ley de los gases perfectos o ideales**, llamada así porque se cumple totalmente cuando las presiones son relativamente bajas.

Puede demostrarse, a partir de las tres leyes anteriores, que la ley general que las engloba a las tres, es la siguiente:

$$\frac{P \cdot V}{T} = \frac{P_0 \cdot V_0}{T_0}$$

Según esta ley, el producto de la presión, volumen y el inverso de la temperatura absoluta permanece constante en cualquier masa de gas.

Se ha comprobado que 1 mol de cualquier gas ($6,022 \times 10^{23}$ moléculas) en condiciones normales ($P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K}$) ocupa un volumen $V_0 = 22,4$ litros. Con estos datos, el término de la derecha de la anterior ecuación resulta ser un valor constante para cualquier gas y recibe el nombre de **constante de los gases**, $R = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L} / \text{mol}\cdot\text{K}$:

$$R = \frac{P_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \text{ L}}{273 \text{ K}} = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L} / \text{mol}\cdot\text{K}$$

Como, evidentemente, la cantidad de gas influirá sobre la presión o el volumen, es fácil comprobar que para n moles de gas la anterior ecuación puede escribirse de esta forma más sencilla (conocida como **ecuación de los gases ideales**):

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Ejemplo: Un globo de feria se ha inflado hasta alcanzar 3 litros, a la presión de 1 atmósfera y a la temperatura de 27°C . ¿Cuántos moles de gas habrá en el interior del globo?

Como siempre, lo primero será expresar la temperatura en la escala absoluta, para lo que sumaremos 273; luego puede aplicarse la ley de los gases perfectos:

$$\begin{array}{l} T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ P = 1 \text{ atm} \\ V = 3 \text{ L} \end{array} \left. \begin{array}{l} P \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ 1 \cdot 3 = n \cdot 0,082 \cdot 300 \\ 3 = n \cdot 24,6 \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{3}{24,6} = 0,12 \text{ moles}$$

2. LAS TRANSFORMACIONES QUÍMICAS DE LA MATERIA

En los siguientes apartados, vamos a ver en qué consisten y cómo se representan las reacciones o transformaciones químicas, así como algunas de las leyes que cumplen estas transformaciones. Es necesario aclarar que en nuestros días se explican de una forma relativamente fácil mediante la teoría atómica de la materia. Sin embargo, históricamente los conocimientos de química y las leyes por las que se rigen fueron completamente empíricos y, precisamente para poder ser explicados, fue necesario aceptar que la materia está formada por pequeñas partículas llamadas **átomos**.

CAMBIOS FÍSICOS



Cortar leña



Rotura de un plato



Agua hirviendo

CAMBIOS QUÍMICOS



Vela encendida



Leña quemándose



Cadena con óxido

Si doblamos o arrugamos un papel, cambia de aspecto, pero sigue siendo papel. Decimos que es un **cambio físico**. Pero si lo quemamos, al final no queda papel (se ha formado humo y cenizas), por lo que es un **cambio químico**.

En los **cambios físicos**, las sustancias mantienen su naturaleza y sus propiedades esenciales, es decir, siguen siendo las mismas sustancias, aunque cambien de aspecto.

Ejemplos de cambios físicos: cambios de estado (fusión, vaporización, condensación, etc.), rotura, mezcla.

En los **cambios químicos**, las sustancias iniciales se transforman en otras distintas, que tienen propiedades diferentes.

Ejemplos de cambios químicos: combustión de la madera, carbón o papel, oxidación de metales, fotosíntesis de las plantas.

2.1. LEYES DE LAS TRANSFORMACIONES QUÍMICAS

Tradicionalmente, la química se había limitado a describir las transformaciones químicas que se producían entre las distintas sustancias sin poner excesiva atención a otros aspectos, como las cantidades de las mismas que intervenían. En la segunda mitad del siglo XVIII, el químico francés Antoine de Lavoisier introdujo el uso sistemático de la balanza en el laboratorio para determinar la masa de las sustancias que intervenían en las reacciones químicas. Este personaje (recaudador de impuestos en su época) afirmaba que “...hay que medirlo todo: todo lo que entra y todo lo que sale...”. Al introducir este principio en el laboratorio revolucionó la forma de trabajar de los químicos y por ello se le

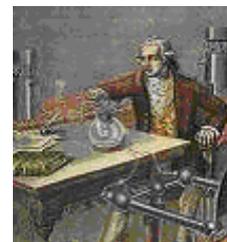
TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

considera el padre de la química moderna, pues dio pie al descubrimiento de una serie de leyes cuantitativas que se cumplen en las transformaciones químicas, que acabarían siendo la demostración de la existencia de los átomos.

Las leyes de las reacciones químicas son las siguientes:

1ª) Conservación de la masa (ley de Lavoisier): en todo proceso químico, la suma de la masa de **todas** las sustancias que intervienen permanece constante en el transcurso de la misma.

Ejemplo: si quemamos 1 kg de leña, parece que esta ley no se cumple; sin embargo, si sumáramos al kg de leña la cantidad de oxígeno que se gasta al quemarla, coincidiría con la suma de la masa de las cenizas y la del humo producido (¡Ojo, que tiene masa!).



Antoine de Lavoisier

2ª) Proporciones definidas (ley de Proust): cuando dos o más sustancias reaccionan químicamente para dar un determinado producto, siempre lo hacen en una relación en masa constante.

Ejemplo: cuando el oxígeno y el hidrógeno reaccionan para dar agua, siempre lo hacen en una proporción en masa de 8 gramos de oxígeno por cada gramo de hidrógeno.



Joseph Louis Proust

3ª) Proporciones múltiples (ley de Dalton): si dos o más sustancias pueden producir más de un producto de reacción, las proporciones en masa con las que reaccionan guardan relaciones numéricas sencillas (1:2, 2:3, ...).

Ejemplo: siguiendo con el ejemplo del oxígeno y el hidrógeno, resulta que en ciertas condiciones pueden formar agua oxigenada, en cuyo caso, la proporción en masa con la que reaccionan es de 16 gramos de oxígeno por cada gramo de hidrógeno, es decir, ¡justo el doble que cuando se forma agua (proporción 2:1)!



John Dalton

4ª) Volúmenes de combinación (ley de Gay-Lussac): cuando en una reacción química intervienen sustancias en estado gaseoso, los volúmenes que reaccionan de éstas guardan una relación numérica sencilla cuando se miden en las mismas condiciones de presión y temperatura.

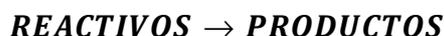
Ejemplo: en la reacción del oxígeno con el hidrógeno para dar agua, se observa experimentalmente que por cada litro de oxígeno reaccionan dos de hidrógeno (medidos a igual presión y temperatura).

Para justificar por qué ocurre esto en las transformaciones químicas hay que aceptar que la materia está formada por átomos, de modo que cada tipo de átomo tiene una masa característica. En las transformaciones químicas los átomos se separan de los que están unidos antes de la transformación, y se unen entre sí de forma diferente, para dar lugar así a nuevas sustancias. Tal como veremos en este tema, al representar las transformaciones químicas habrá que tener en cuenta que en ellas **nunca desaparece ningún átomo, simplemente cambian de compañeros**. Por eso hay que ajustar las reacciones químicas.

Estas ideas son las que incorporó John Dalton en 1803 cuando expuso su teoría atómica de la materia, recuperando una teoría a la que los griegos Leucipo y Demócrito fueron incapaces de aportar pruebas.

2.2. LA ECUACIÓN QUÍMICA. AJUSTE E INTERPRETACIÓN

Una reacción química es un proceso en el cual una sustancia (o sustancias) se transforman, dando lugar a una o más sustancias nuevas. Las **ecuaciones químicas** son el modo de representar las reacciones químicas. De forma cualitativa general puede hacerse así:



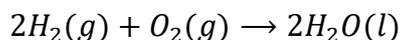
Con esta representación se quiere indicar que antes de que ocurra la transformación química hay unas determinadas sustancias (los **reactivos**), que se escriben a la izquierda de la flecha; tras producirse la transformación, se destruyen los reactivos y aparecen nuevas sustancias (los **productos de reacción**), que son los que se escriben a la derecha de la flecha.

Ejemplo: el hidrógeno gaseoso (H_2) puede reaccionar con oxígeno gaseoso (O_2), formándose agua líquida (H_2O). La ecuación química para esta reacción se puede escribir cualitativamente así:



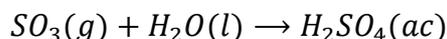
El "+" se lee como "reacciona con"; la **flecha** significa "produce". Los reactivos son el hidrógeno gaseoso (H_2) y el oxígeno gaseoso (O_2), mientras que el único producto de reacción es el agua líquida (H_2O).

La ecuación química suele escribirse de manera más formal mediante fórmulas químicas para cada una de las sustancias que intervienen. En el caso anterior sería:



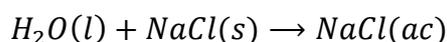
Los números a la izquierda de cada fórmula se llaman **coeficientes** (el coeficiente 1 se omite) e indican el número de átomos o moléculas de la sustancia a la que anteceden. El estado físico de las sustancias que intervienen en el proceso puede indicarse en la ecuación química mediante los símbolos (*g*), (*l*), (*s*) o (*ac*) para indicar los estados gaseoso, líquido, sólido o en disolución acuosa, respectivamente.

Ejemplo: para indicar que, cuando el trióxido de azufre gaseoso reacciona con agua líquida, para formar ácido sulfúrico disuelto en agua, se escribe:

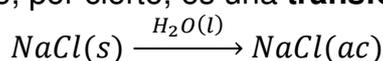


A veces puede ser muy importante indicar el estado de las sustancias que intervienen, ya que puede influir en si el proceso realmente ocurre o no, o si es necesario utilizar un tipo de recipiente u otro (un líquido se maneja más fácilmente en un matraz que un gas, ya que éste puede escapar en un recipiente abierto, ...).

Así, para describir lo que sucede cuando se agrega cloruro de sodio ($NaCl$) al agua (H_2O), se escribe:



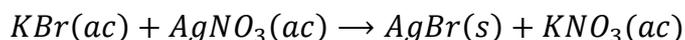
En esta ecuación *ac* significa disolución acuosa, aunque de forma abreviada también puede escribirse de este otro modo (teniendo en cuenta que lo relevante del proceso es la disolución de la sal en agua que, por cierto, es una **transformación física**):



TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Al escribir H_2O sobre la flecha se indica el proceso físico de disolver una sustancia en agua, aunque algunas veces no se pone, para simplificar.

El conocimiento del estado físico de los reactivos y productos es muy útil en el laboratorio, Por ejemplo, cuando reaccionan el bromuro de potasio (KBr) y el nitrato de plata ($AgNO_3$) en medio acuoso se forma un sólido, el bromuro de plata ($AgBr$) y nitrato de potasio (KNO_3) disuelto en este medio:

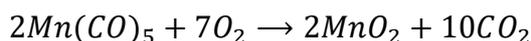


Si no se indican los estados físicos de los reactivos y productos, una persona no informada podría tratar de realizar la reacción anterior mezclando KBr sólido con $AgNO_3$ sólido, que reaccionan muy lentamente o no reaccionan.

Las ecuaciones químicas tienen una doble interpretación que las da un valor más importante del que a primera vista puede parecer:

- Interpretación microscópica** (lo que ocurre entre átomos y moléculas): **los coeficientes representan el número de átomos o moléculas** de cada sustancia que interviene como reactivo o como producto de la reacción.
- Interpretación macroscópica** (lo que podemos observar a simple vista, con cantidades de sustancias medibles con aparatos de laboratorio, por ejemplo): **los coeficientes representan el número de moles** de cada una de las sustancias que intervienen en la reacción. Recuerda que un mol de sustancia es la cantidad de ésta que contiene el Número de Avogadro de átomos o moléculas ($6,022 \cdot 10^{23}$, una cantidad imposible de contar directamente, pero muy fácil de obtener pesando las sustancias con la balanza, por ejemplo). Aunque el número anterior te parezca muy raro, ten en cuenta que para los químicos es tan habitual como el uso de “docenas de huevos” en la venta de este producto.

En la siguiente reacción, el carbonilo de manganeso, $Mn(CO)_5$, sufre una reacción de oxidación. Observa que el número de cada tipo de átomos es el mismo a cada lado de la reacción:



Microscópicamente, en esta reacción, 2 moléculas de $Mn(CO)_5$ reaccionan con 7 moléculas de O_2 para dar 2 moléculas de MnO_2 y 10 moléculas de CO_2

Macroscópicamente, en la reacción anterior 2 moles de $Mn(CO)_5$ (que son 390 gramos) reaccionan con 7 moles de O_2 (224 gramos), para dar 2 moles de MnO_2 (174 gramos) y 10 moles de CO_2 (440 gramos). Observa cómo la suma de las masas de los reactivos ($390g + 224g = 614g$) coincide con las de los productos ($174g + 440g = 614g$).

2.3. TIPOS DE REACCIONES QUÍMICAS

Las reacciones químicas pueden ser muy variadas y clasificarse según diversos criterios. Pondremos los ejemplos más significativos, si bien debe quedar claro que una misma reacción puede ser de varios tipos a la vez:

- Reacciones de adición: $A + B \rightarrow AB$
- Reacciones de descomposición: $AB \rightarrow A + B$
- Reacciones de sustitución o desplazamiento: $AB + C \rightarrow AC + B$
- Reacciones de doble sustitución: $AB + CD \rightarrow AD + CB$

Independientemente de los anteriores tipos, según la naturaleza de los reactivos, las reacciones más importantes pueden ser:

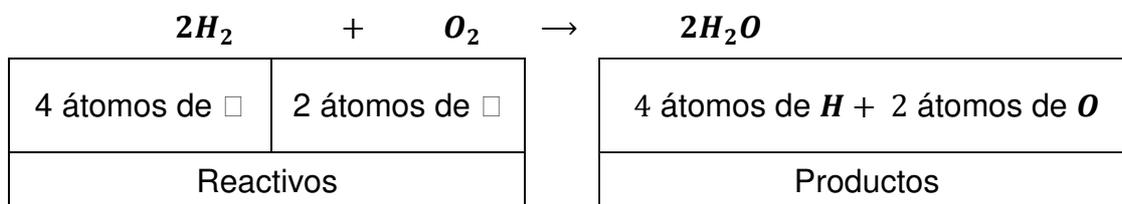
- a) Ácido-base: hay intercambio de átomos de hidrógeno.
Ejemplo: $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$
- b) Redox: hay intercambio de electrones.
Ejemplo: $Cu + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + H_2$
- c) Combustión: reacción con oxígeno, liberando energía.
Ejemplo: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$
- d) Precipitación: se forma una sustancia sólida en el interior de una disolución.
Ejemplo: $AgNO_3(ac) + NaCl(ac) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(ac)$
- e) Disolución: un sólido se disuelve.
Ejemplo: $CaCO_3(s) + HCl(ac) \rightarrow CaCl_2(ac) + CO_2(g) + H_2O(l)$

2.4. CÁLCULOS ESTEQUIOMÉTRICOS

La estequiometría es una parte de la química que estudia la medida de las sustancias que intervienen en las reacciones químicas. O, dicho de otro modo, las proporciones (en masa o volumen) con que reaccionan las sustancias. Los cálculos estequiométricos se hacen aprovechando las leyes de las reacciones químicas vistas antes: conservación de la masa, proporciones definidas, proporciones múltiples y volúmenes de combinación.

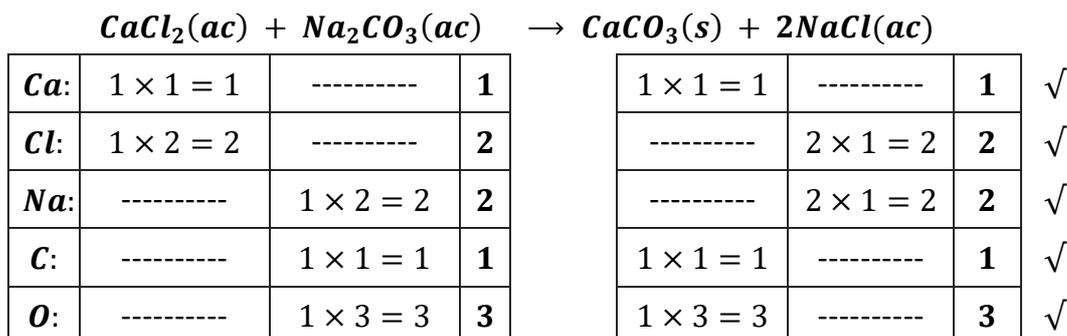
Estas leyes se explican si se tiene en cuenta que las sustancias están formadas por átomos y éstos no se crean ni se destruyen durante una reacción química (sólo cambian de compañero): **para cada elemento químico hay presente el mismo número de átomos antes, durante y después de la reacción, ya que en ella lo que ocurre es sólo una reordenación de los átomos.**

Por lo tanto, para que una ecuación química esté correctamente escrita, ha de tener el mismo número de átomos de cada elemento a ambos lados de la flecha. Se dice entonces que **la ecuación está ajustada.**



Una **ecuación química está "ajustada"** cuando hay el mismo número de átomos de cada elemento que aparece en ella en los reactivos y en los productos.

En la siguiente reacción, observa que hay el mismo número de cada tipo de átomos a cada lado de la reacción:



TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

El **ajuste de reacciones químicas** puede hacerse siguiendo estos pasos:

1º) A partir del enunciado con palabras, se determina cuáles son los reactivos y cuales los productos (no te preocupes de las fórmulas químicas, porque en este curso se te darán).

2º) Se escribe la ecuación usando las fórmulas de los reactivos y las de los productos, sin escribir todavía los coeficientes de cada sustancia, por lo que normalmente no estará todavía ajustada.

3º) Se **determinan los coeficientes** (números que van delante de cada fórmula química) para que salga el mismo número de átomos de cada elemento en ambos lados de la flecha de la ecuación química. Elemento por elemento, se va tanteando con números enteros que se escriben **delante de cada sustancia** en la que hay átomos del elemento considerado, de forma que coincida el número de átomos de este elemento a ambos lados de la flecha de la ecuación. Suele empezarse por el primer elemento que aparece a la izquierda de la ecuación, pero si alguna sustancia tiene una fórmula complicada que condicionan a varios elementos, es preferible empezar por un elemento que aparece en esta fórmula a un lado de la flecha, y sólo en otra sustancia del otro lado de ésta, independientemente del orden de aparición del elemento.

Muy importante: durante el proceso **nunca hay que cambiar las fórmulas** de las sustancias, **sólo hay que añadir números delante** de cada una para indicar cuántos “paquetes” de esa sustancia son necesarios.

Aunque aquí no lo usaremos, hay otra forma de ajustar las ecuaciones químicas llamada “**método de los coeficientes indeterminados**”, consistente en asignar delante de cada sustancia un número desconocido y resolver un sistema de tantas ecuaciones como tipos de elementos químicos intervienen en la reacción. Se trata de un procedimiento puramente matemático que, en el fondo, es igual que el planteado por tanteo que sí usaremos por ser más intuitivo.

Ejemplo 1: consideremos la reacción de combustión del metano gaseoso (CH_4) con el oxígeno del aire (O_2), formándose dióxido de carbono gaseoso (CO_2) y agua líquida (H_2O).

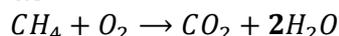
1º) Sabemos que en esta reacción se consume oxígeno (O_2) y se produce dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O).

Por tanto, los **reactivos** son CH_4 y O_2 , y los **productos** son CO_2 y H_2O

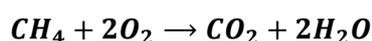
2º) La ecuación química (**sin ajustar**) será: $CH_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

3º) Ahora contamos los átomos de cada reactivo y de cada producto y los sumamos:

- **C:** hay un átomo de carbono en los reactivos y otro en los productos, por lo que ya están ajustados (no es necesario poner ningún número).
- **H:** hay 4 átomos de hidrógeno en los reactivos y 2 en los productos, por lo que para igualarlos es necesario poner **2** moléculas de H_2O y escribimos la ecuación (provisionalmente) así:



- **O:** en la ecuación anterior hay 2 átomos de oxígeno en los reactivos y 4 en los productos ($1 \times 2 + 2 \times 1 = 4$). Como los demás elementos ya están ajustados, para ajustar este elemento bastará con poner **2** moléculas de O_2 , quedando finalmente la ecuación química así:

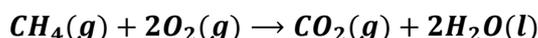


TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Fíjate en que la ecuación escrita así ya está ajustada, pues tiene el mismo número de átomos de cada elemento antes y después de la flecha.

En su interpretación microscópica, la ecuación ajustada se leerá así: “cuando **una** molécula de metano reacciona con **dos** moléculas de oxígeno, se forma **una** molécula de dióxido de carbono y **dos** moléculas agua”.

En su interpretación macroscópica (que era la que se planteaba en el enunciado inicial), la misma ecuación se escribiría así (fíjate que los coeficientes son idénticos):



Si te resulta complicado encontrar el coeficiente de cada elemento puedes hacer los pasos anteriores de forma más detallada dibujando debajo de cada sustancia de la ecuación sin ajustar “cajitas” en las que analizar por separado los números que se necesitan para ajustar cada elemento. En el caso anterior sería así:

	CH_4	+	2O_2	→	CO_2	+	$2\text{H}_2\text{O}$	
C:	$1 \times 1 = 1$		-----		$1 \times 1 = 1$		-----	1 √
H:	$1 \times 4 = 4$		-----		-----		$2 \times 2 = 4$	4 √
O:	-----		$2 \times 2 = 4$		$1 \times 2 = 2$		$2 \times 1 = 2$	4 √

Lo que se hace es que, para el elemento a la izquierda de cada fila, se va determinando provisionalmente el coeficiente en las sustancias en las que aparece este elemento, comprobando que con estos números el total coincide a ambos lados de la flecha (los números puestos en negrita son los coeficientes que se van asignando en el proceso; en este caso, el **2** puesto para el oxígeno se calcula sabiendo que, una vez asignados coeficientes para ajustar el carbono y el hidrógeno, es necesario conseguir 4 átomos de oxígeno con “paquetes” de dos átomos (porque es O_2), así que $4:2 = 2$.

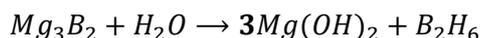
Ejemplo 2: ajuste de la reacción: $\text{Mg}_3\text{B}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg}(\text{OH})_2 + \text{B}_2\text{H}_6$

1º) Tenemos ya identificados reactivos (a la izquierda de la flecha) y productos (a la derecha).

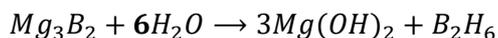
2º) También tenemos escrita la ecuación sin ajustar (con un simple vistazo resulta que hay 3 átomos de magnesio en los reactivos y uno en los productos).

3º) Vamos ajustando cada uno de los elementos:

- **Mg:** hay 3 átomos de *Mg* a la izquierda y 1 a la derecha, por lo que se necesita el coeficiente **3** para el $\text{Mg}(\text{OH})_2$ a la derecha de la flecha:



- **B:** en la ecuación anterior hay 2 átomos de *B* a la izquierda y 2 a la derecha, por lo que el coeficiente del B_2H_6 será 1 (en realidad, dejamos la ecuación igual, ya que el coeficiente 1 no se escribe).
- **O:** con los coeficientes que acabamos de poner, a la derecha hay 6 átomos de *O*, que procederán de 6 moléculas de H_2O (es decir, el coeficiente del H_2O será **6**):



TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

- **H:** en la anterior ecuación queda ya ajustado el número de átomos de *H*. En otros casos, puede ser necesario volver al primer paso para encontrar otro coeficiente.

Si damos un repaso (mentalmente) a la última ecuación, vemos que ya está ajustada, ya que a los dos lados de la flecha hay el mismo número de átomos de cada elemento: **3 átomos de Mg, 2 de B, 12 de H y 6 de O.**

Haciendo lo mismo con las “cajitas” se llegaría al mismo resultado:

$Mg_3B_2 + 6H_2O$				→	$3Mg(OH)_2 + B_2H_6$			
Mg:	$1 \times 3 = 3$	-----	3		$3 \times 1 = 3$	-----	3	√
B:	$1 \times 2 = 2$	-----	2		-----	$1 \times 2 = 2$	2	√
H:	-----	$6 \times 2 = 12$	12		$3 \times 2 = 6$	$1 \times 6 = 6$	12	√
O:	-----	$6 \times 1 = 6$	6		$3 \times 2 = 6$	-----	6	√

2.4.1. AJUSTE DE REACCIONES DE COMBUSTIÓN DE COMPUESTOS ORGÁNICOS

Son reacciones químicas en las hay compuestos orgánicos (que contienen, al menos, carbono e hidrógeno) que **reaccionan con el oxígeno (O_2)**, **formándose como productos los óxidos de los elementos** que contiene el compuesto orgánico (normalmente CO_2 y H_2O , además de óxidos de otros elementos que contenga el compuesto orgánico), **desprendiéndose una gran cantidad de calor.**

A la hora de ajustarlas, hay que tener cuidado con el oxígeno porque, además de aparecer como reactivo en forma de paquetes de dos átomos (O_2), puede estar también presente en el propio compuesto orgánico (en alcoholes, éteres, ácidos, etc).

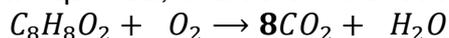
Ejemplo 3: ajuste de la reacción: $C_8H_8O_2 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

1º) Tenemos ya identificados reactivos (a la izquierda de la flecha) y productos (a la derecha).

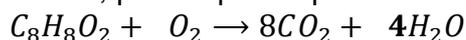
2º) También tenemos escrita la ecuación sin ajustar (lo vemos con un simple vistazo: hay 8 átomos de carbono en los reactivos y uno en los productos).

3º) Para encontrar los coeficientes que ajustan la ecuación, resulta más fácil si se elige una sustancia compleja, en este caso $C_8H_8O_2$, asumiendo que tiene de coeficiente 1, y se ajustan todos los elementos a la vez:

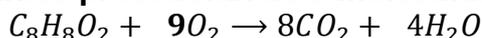
- **C;** hay 8 átomos de *C* a la izquierda, a la derecha el coeficiente del CO_2 será **8**:



- **H:** a la izquierda hay 8 átomos, por lo que se pone **4** como coeficiente del H_2O :



- **O:** con los coeficientes que acabamos de poner a la derecha de la ecuación, en el CO_2 habrá $8 \times 2 = 16$ átomos de *O*, y en el H_2O otros $4 \times 1 = 4$, dando un total de **20 átomos de O** a la derecha (productos), de los cuales 2 proceden del $C_8H_8O_2$; **los 18 restantes procederán de 9 moléculas de O_2 :**



TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Al contar el número y tipo de átomos a cada lado de la ecuación, se comprueba que la ecuación está ya ajustada, ya que en los reactivos y en los productos hay el 8 átomos de *C*, 8 de *H* y 20 de *O*.

Mediante las “cajitas” quedaría así:

$C_8H_8O_2 + 9O_2 \rightarrow 8CO_2 + 4H_2O$			
C:	$1 \times 8 = 8$	-----	8
H:	$1 \times 8 = 8$	-----	8
O:	$1 \times 2 = 2$	$9 \times 2 = 18$	20

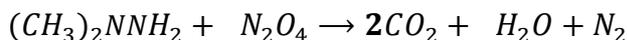
$8 \times 1 = 8$	-----	8	√
-----	$4 \times 2 = 8$	8	√
$8 \times 2 = 16$	$4 \times 1 = 4$	20	√

Ejemplo 4: la dimetilhidrazina, $(CH_3)_2NNH_2$, se usó como combustible en el descenso de la nave Apolo a la superficie lunar, utilizando N_2O_4 como oxidante, según esta reacción química: $(CH_3)_2NNH_2 + N_2O_4 \rightarrow CO_2 + H_2O + N_2$

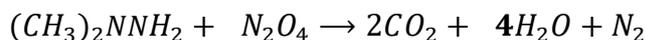
Para ajustar esta reacción se procede como siempre:

- 1º) Reactivos y productos ya están identificados, a ambos lados de la flecha.
- 2º) La ecuación sin ajustar también está ya escrita (un simple vistazo indica que hay 2 átomos de carbono en los reactivos y uno en los productos).
- 3º) En este caso, la sustancia más compleja es $(CH_3)_2NNH_2$, por lo que conviene iniciar el ajuste con ella asignándole el coeficiente **1**; luego se ajustan a la vez todos los elementos que contiene:

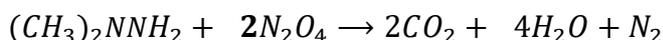
- **C:** hay 2 átomos a la izquierda, por lo que se pone el coeficiente de **2** al CO_2 :



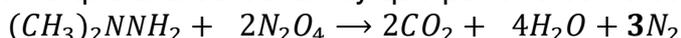
- **H:** hay 8 átomos a la izquierda, de modo que se pone el coeficiente **4** al H_2O :



- **O:** con los coeficientes que acabamos de poner, a la derecha de la ecuación hay $2 \times 2 = 4$ átomos de *O* en el CO_2 , y otros $4 \times 1 = 4$ en el H_2O , es decir, 8 en total que procederán del N_2O_4 , por lo que hay que poner a esta sustancia el coeficiente **2** en el lado izquierdo de la ecuación:



- **N:** con los coeficientes ya puestos, en el lado izquierdo hay $2 + 2 \times 2 = 6$ átomos, de *N*, por lo que a la derecha hay que poner **3** como coeficiente del N_2 :



Comprobemos que la anterior ecuación está ya ajustada:

$(CH_3)_2NNH_2 + 2N_2O_4 \rightarrow 2CO_2 + 4H_2O + 3N_2$			
C:	$1 \times 2 = 2$	-----	2
H:	$1 \times 8 = 8$	-----	8
O:	-----	$2 \times 4 = 8$	8
N:	$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	6

$2 \times 1 = 2$	-----	-----	2	√
-----	$4 \times 2 = 8$	-----	8	√
$2 \times 2 = 4$	$4 \times 1 = 4$	-----	8	√
-----	-----	$3 \times 2 = 6$	6	√

2.4.2. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL AJUSTE DE REACCIONES QUÍMICAS

Según la **interpretación macroscópica** de las ecuaciones químicas, los coeficientes que aparecen en ellas representan el número de moles de las sustancias que intervienen en la reacción. Así, en la reacción de obtención del amoníaco a partir de nitrógeno e hidrógeno moleculares, $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$, podemos interpretar que cuando un mol de nitrógeno, N_2 , reacciona con tres moles de hidrógeno, H_2 , se forman dos moles de amoníaco, NH_3 .

La relación estequiométrica en moles **permite establecer la relación estequiométrica en masa**, que posiblemente sea la que más interés práctico tiene, ya que **permite realizar cálculos de cantidades medibles con la balanza**, tanto de reactivos como de productos, ya se trate de procesos de laboratorio o industriales.

Para obtener la relación estequiométrica en masa previamente hay que **calcular la masa molar** (la masa de un mol, que suele representarse con el símbolo **M**) de cada una de las sustancias que intervienen en la reacción: es muy sencillo, ya que basta con sumar las masas de **todos** los átomos que aparecen en la fórmula de la sustancia en cuestión. ¡Ojo!: cuando aparecen subíndices, quiere decir que el átomo que lo lleva se repite el número de veces que marca el subíndice (esto es válido también si aparecen paréntesis o corchetes en la fórmula).

Las masas de los elementos químicos están tabuladas y basta buscarlas en una Tabla Periódica (donde suelen figurar las masas atómicas relativas, A_r , que representan la masa en gramos de un mol de átomos de cada elemento).

Cuando la masa atómica se da en uma (unidad de masa atómica), se refiere a un átomo del elemento al que se refiere. La uma se define como la duodécima parte de la masa del átomo de carbono-12 (un isótopo del carbono con 6 protones y 6 neutrones en su núcleo), lo que equivale a decir que un átomo de carbono-12 tiene una masa de 12 uma, o que un mol de átomos de carbono-12 tienen una masa de 12 gramos. De lo dicho, podemos deducir a cuánto equivale la uma:

$$12 \text{ uma} = \frac{12 \text{ g}}{6,022 \cdot 10^{23}} \Rightarrow 1 \text{ uma} = \frac{1 \text{ g}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Esto último no es necesario memorizarlo. Únicamente justifica que la misma cantidad, según se exprese en uma o en gramos, se refiere a un átomo o a un mol de átomos, respectivamente. Por eso en las tablas de masas atómicas no se ponen unidades.

Veamos algunos ejemplos de cómo se calcula la masa molar (**M**) de diferentes sustancias:

Ejemplo (1): NH_3

Masas atómicas relativas: N: 14 H: 1

N: 1 átomo de N x 14 que es su masa atómica = 14

H: 3 átomos de H x 1 que es su masa atómica = 3

$M = 14 + 3 = 17$ (un mol de NH_3 tiene una masa de 17 gramos y contiene $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas de NH_3) **M = 17**

Ejemplo (2): $CaCO_3$

Masas atómicas relativas: Ca: 40 C: 12 O: 16

$M = 40 + 12 + 3 \times 16 = 100$; **M = 100**

Ejemplo (3): Fe_2O_3

Masas atómicas relativas: Fe: 56 O: 16

$M = 2 \times 56 + 3 \times 16 = 160$; **M = 160**

Ejemplo (4): ¿cuántos moles de H_2SO_4 hay en 200 gramos de dicho ácido?

Masas atómicas relativas: H: 1 O: 16 S: 32

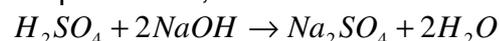
$$M = 2 \times 1 + 32 + 4 \times 16 = 2 + 32 + 64 = 98$$

Solución:

$$n = \frac{m}{M} \quad n(\text{moles}) = \frac{\text{masa}(200 \text{ g})}{\text{masa molar}(98 \text{ g})} = 2,04 \text{ moles}$$

2.4.3. LEY DE CONSERVACIÓN DE LA MASA O LEY DE LAVOISIER

Observa cómo si sumamos la masa total calculada para los reactivos y la calculada para los productos, obtenemos el mismo resultado:



1 mol	2 moles	1 mol	2 moles
98 g	80 g	142 g	36 g
178 g		178 g	

Este hecho, que no es más que la constatación de que se cumple la **ley de conservación de la masa** o ley de Lavoisier (la masa de los reactivos es igual a la masa de los productos), puede servirte para comprobar si has realizado bien los cálculos a la hora de obtener la relación de estequiometría en masa.

Ejemplo: ¿qué frase es falsa en relación con la siguiente reacción ajustada?



- a) La reacción de 16,0 g de CH_4 da 2 moles de agua.
- b) La reacción de 16,0 g de CH_4 da 36,0 g de agua.
- c) La reacción de 32,0 g de O_2 da 44,0 g de CO_2 .
- d) Una molécula de CH_4 requiere 2 moléculas de oxígeno.
- e) Un mol de CH_4 da 44,0 g de CO_2 .

De la ecuación química ajustada deducimos lo siguiente (previo cálculo de masas molares):

CH_4	+	$2O_2$	\rightarrow	CO_2	+	$2H_2O$
1 mol		2 moles		1 mol		2 moles
16,042 g		64,00 g		44,01 g		36,032 g
80,042 g						80,042 g

Las respuestas son, pues:

- a) **Verdadera:** 1 mol de CH_4 da 2 moles de agua. Un mol de $CH_4 = 16,0$ g.
- b) **Verdadera:** 1 mol de CH_4 da 2 moles de agua. Un mol de $CH_4 = 16,0$ g, y un mol de agua = 18,0 g.
- c) **Falsa:** 2 moles de O_2 dan 1 mol de CO_2 . 2 moles de $O_2 = 64,0$ g, pero 1 mol de $CO_2 = 44,0$ g.
- d) **Verdadera:** 1 mol de moléculas de CH_4 reacciona con 2 moles de moléculas de oxígeno (O_2), de modo que una molécula de CH_4 reacciona con 1 molécula de oxígeno.
- e) **Verdadera:** 1 mol de CH_4 da 1 mol de CO_2 . Un mol de $CH_4 = 16,0$ g, y un mol de $CO_2 = 44,0$ g.

3. CIENCIA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD

Posiblemente tendrás una idea más o menos acertada de lo que es y para lo que sirve la ciencia (y la química en particular), aunque seguro que la asociarás a aspectos positivos, como la obtención de medicinas o pócimas mágicas, pero con muchos aspectos negativos, como la contaminación del medioambiente o los alimentos poco saludables. Muy probablemente considerarás que es una actividad un tanto rara, exclusiva de científicos sospechosos, etc.

Aunque algo hay de cierto en todo lo anterior, no debemos dejarnos llevar por los tópicos, ya que la química ha sido siempre una actividad muy próxima a las actividades cotidianas: desde que se descubrió y dominó el fuego hasta nuestros días, ha sido la responsable del uso de técnicas de momificación, de obtención de pigmentos y metales o de conservación de alimentos; ha permitido fabricar nuevos materiales no existentes en la naturaleza y, todo ello, ha condicionado el desarrollo de los acontecimientos históricos y el avance de la civilización.

Para ser conscientes de lo anterior, pensemos en lo que pudo suponer en su momento el uso de armas de metal frente a lanzas de madera o, posteriormente, el uso de espadas de acero en lugar de las de bronce. En nuestros días, el descubrimiento de los antibióticos o de fibras sintéticas han sido una auténtica revolución en nuestras vidas. No debemos olvidar, no obstante, que cada uno de los avances tecnológicos señalados responde de algún modo a la demanda de la sociedad de cada momento, por lo que se comprende que química y sociedad han evolucionado simultáneamente y con mutua dependencia.

3.1. LA INDUSTRIA QUÍMICA BÁSICA

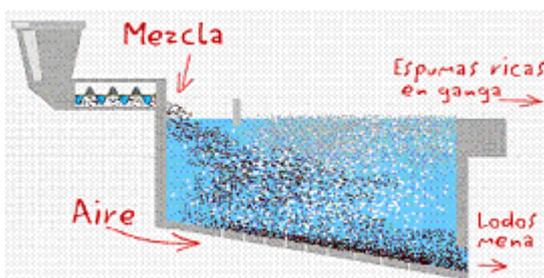
Al abordar la influencia de la Química en la actualidad, cabe destacar que algunos de los materiales producidos en gran cantidad son esenciales para poder conseguir otros muchos. Por eso cabe hablar de una industria química básica que es capaz de proporcionar metales y reactivos que se usan de forma generalizada en la obtención de materiales más concretos. En este sentido, la metalurgia y la obtención de ácido sulfúrico y amoníaco pueden ser consideradas industria química básica.

No podríamos imaginar el mundo moderno sin metales, ya que entran en la composición de miles de aparatos e instrumentos que empleamos normalmente y la electricidad llega a nuestros hogares a través de ellos.

La metalurgia es el conjunto de técnicas para la extracción, tratamiento y obtención de metales, podemos ampliar la definición a las técnicas empleadas para la consecución de materias minerales extraídas por minería.

La metalurgia consta de dos procesos: concentración y refinado.

- a) **Concentración:** consiste en separar el mineral rico en el metal, que se conoce como mena, del resto de minerales y rocas que lo acompañan en la mina, la ganga. Aunque existen diversos métodos de concentración, como el empleo de imanes para minerales férricos, o la amalgamación con mercurio para la obtención de metales preciosos, la flotación sigue siendo un proceso muy importante y empleado. Normalmente los sólidos no flotan en el agua, así que se añaden a ésta sustancias que favorecen la flotabilidad, especialmente detergentes que forman espumas y que arrastran hacia la superficie los sólidos y los separan. Este método es muy empleado en minería para separar

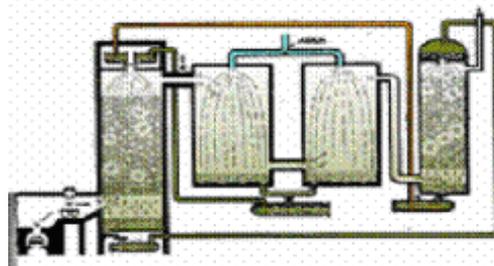


la **mena**, el mineral del que se va a obtener el metal de interés, de la **ganga**, el mineral que acompaña a la mena y que carece de utilidad. Como la ganga normalmente es menos densa que la mena, al añadir detergentes al agua se consigue que flote, dejando la mena en el fondo. Después, claro, habrá que proceder al secado de la mena. A veces no es necesario conseguir la flotación completa, basta con que sea factible arrastrar la ganga. Eso es lo que ocurre en la minería de oro que se ve en las películas de vaqueros. Como el oro es mucho más pesado que la arena, el agua no puede arrastrar sus pepitas, mientras que sí lo hace con la arena y así se separan.

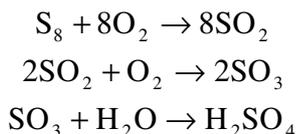
- b) **Refinado**: es el conjunto de procesos por el que la mena, ya separada de la ganga, es tratada para obtener el metal puro o casi puro. Existen muchos procesos para realizar esta tarea, pero el más común, para la obtención de hierro, sigue siendo el tratamiento de la mena en las fundiciones o altos hornos.

El ácido sulfúrico (H_2SO_4) es un ácido fuerte, muy corrosivo, líquido, soluble en agua, que hierve a $340^\circ C$ y se congela a $10.8^\circ C$, llamado antiguamente aceite de vitriolo, tiene múltiples aplicaciones en el laboratorio y en la industria, hasta tal punto que el consumo de ácido sulfúrico puede considerarse un índice de la riqueza industrial de una nación. En la industria se emplea para la fabricación de abonos, de superfosfatos, de detergentes, de fibras sintéticas, pinturas, baterías de automóviles, refinado de metales y de petróleo etc. Existen dos métodos para la obtención de ácido sulfúrico, ambos parten de azufre (S_8) o pirita (Fe_2S):

- a) **Método de las cámaras de plomo**: el azufre o la pirita se queman en grandes torres de ladrillo recubiertas interiormente con plomo. La combustión produce dióxido de azufre que en el aire reacciona con oxígeno, óxidos de nitrógeno y vapor de agua, produciendo gotitas de ácido sulfúrico que caen al fondo de las torres. Los óxidos de nitrógeno se recuperan de los gases y se reintroducen en las cámaras de plomo. El H_2SO_4 así obtenido es una disolución al 65% en agua. Este método cada vez es menos empleado.



- b) **Método de contacto**: la combustión de la pirita o el azufre en un horno produce dióxido de azufre (SO_2), que se hace pasar a unas cámaras donde se oxida con aire y un **catalizador a $400^\circ C$** para obtener trióxido de azufre (SO_3), que se disuelve en agua con ácido sulfúrico. Dependiendo de la cantidad de agua y ácido sulfúrico que se añade al trióxido de azufre se obtiene ácido sulfúrico de distinta concentración. Normalmente se emplean dos catalizadores, uno, más barato, de óxido de vanadio y después otro más caro y efectivo, normalmente platino. Este es el método más empleado en la actualidad.



El amoníaco (NH_3) es un gas de olor picante, que hierve a $-33^\circ C$ y congela a $-78^\circ C$. Normalmente se encuentra en disolución acuosa al 30 o 40 %. Aunque es conocido en los hogares por emplearse su disolución, que es fuertemente alcalina, en la limpieza doméstica, sus aplicaciones industriales lo hacen un componente básico en la industria.

TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Se emplea fundamentalmente como **fertilizante**, bien puro o bien en forma de urea, o para la **obtención de ácido nítrico** (HNO_3). Para la obtención del ácido nítrico se necesita, además de amoníaco, ácido sulfúrico. El ácido nítrico es empleado también como fertilizante y en la fabricación de explosivos.

El amoníaco se obtiene industrialmente mediante el **método de Bosch - Haber**, en el que se mezclan nitrógeno e hidrógeno, a más de 200 atm de presión y 200 °C de temperatura, en presencia de un catalizador que contiene hierro.



3.2. QUÍMICA FARMACEÚTICA E INGENIERÍA GENÉTICA

La química farmacéutica es un campo de la química que más prestigio le ha proporcionado. La obtención de nuevos medicamentos ha permitido evitar millones de muertes y mejorar la calidad de vida de la población. Sin embargo, el uso de patentes y otros tipos de intereses comerciales, oscurecen en cierta medida los logros alcanzados.

Los **medicamentos** son sustancias que se emplean para prevenir, combatir o disminuir los efectos de las enfermedades. Pueden ser éticos o de prescripción, que sólo se pueden obtener mediante una receta médica, o de propiedad, patentados y empleados contra pequeñas dolencias, que no necesitan de receta médica. Aunque la mayoría de los medicamentos son de origen vegetal o animal, algunos son de origen mineral e, incluso algunos de los que en principio tuvieron su origen en plantas o animales, hoy día se sintetizan por métodos químicos.

Entre los medicamentos más importantes producidos químicamente cabe destacar la aspirina, ácido acetilsalicílico, que se obtenía a partir del ácido salicílico, presente en la corteza del sauce y de efectos analgésicos, antipiréticos y anticoagulantes muy marcados. Las propiedades preventivas de la aspirina aún se están descubriendo, siendo recomendada para la prevención de infartos, algunos tipos de cáncer y la ceguera por diabetes y cataratas.

Mención especial merecen las sulfamidas, los primeros antibióticos conocidos que, aunque desplazados por los derivados de la penicilina por tener más efectos secundarios que ésta, todavía se emplean en cepas bacterianas resistentes a la penicilina.

La ingeniería genética permite la alteración del material genético de un organismo, bien añadiendo bien quitando porciones al ADN del núcleo celular. La manipulación genética ha permitido, en el campo de la agricultura, la obtención de nuevos cultivos más resistentes a las plagas y enfermedades o con menores necesidades en cuanto a suelos o agua de riego, aumentando espectacularmente la producción de las cosechas y disminuyendo las necesidades de empleo de plaguicidas, con el consiguiente beneficio económico. Pero es en el campo de la medicina y la producción de medicamentos donde ha encontrado su mayor aplicación.

La mayoría de los medicamentos son sustancias con moléculas complejas de difícil síntesis química. Para obtenerlos, se debían purificar de las fuentes animales o vegetales que las producían. Así, la insulina, indispensable para los diabéticos, debía obtenerse a partir del páncreas de animales superiores, lo que restringía en gran medida su disponibilidad y lo encarecía enormemente. Gracias a la ingeniería genética se ha conseguido que ciertas bacterias produzcan insulina en gran cantidad y bajo precio, mejorando el suministro de insulina a los diabéticos y abaratando su coste. Además de

emplearse cada vez más para la producción de medicamentos, se esperan grandes avances en el tratamiento de ciertas enfermedades y en la elaboración de vacunas.

3.3. LA INDUSTRIA PETROQUÍMICA

El petróleo no sólo es una fuente de energía, sino que sus derivados tienen cada vez más usos en la vida moderna. Además de combustibles, del petróleo se obtienen fibras, plásticos, detergentes, medicamentos, colorantes y una amplia gama de productos de múltiples usos.

Las fibras están formadas por moléculas de estructura alargada que forman largas cadenas muy estrechas que se enlazan unas con otras hasta formar hilos de un grosor inferior a 0.05 cm. Pueden ser de origen animal, como la lana o la seda, de origen vegetal, como el lino o el algodón, de origen mineral, como la fibra de vidrio o los hilos metálicos (que suelen llevar un núcleo de algodón) o de origen sintético, la mayoría de las cuales se obtienen a partir del petróleo.

La primera fibra sintética obtenida del petróleo fue el **nylon**, desarrollado en 1938 como sustituto de la seda (y durante la segunda guerra mundial se empleó en la elaboración de paracaídas) y que aún se emplea en la elaboración de prendas de vestir. Pero pronto aparecieron otras fibras sintéticas como el **poliéster**, la **lycra** o las **fibras acrílicas**.

Aunque la mayor parte de la producción de fibras derivadas del petróleo se emplea para elaborar tejidos y prendas de vestir, una parte significativa se ha desarrollado con fines específicos, como aislantes térmicos para los astronautas, tejidos antibalas para soldados y policías o trajes ignífugos para bomberos, y después han pasado a su uso en prendas de vestir cotidianas.

Los plásticos tienen una estructura molecular similar a las fibras, sólo que en su producción se permite que las largas cadenas que constituyen las moléculas se entremezclen, formando láminas, en lugar de hilos. Pueden ser de origen natural, como el hule o el caucho, pero los más importantes son los sintéticos, derivados del petróleo. Los plásticos pueden moldearse con facilidad, son muy resistentes al ataque de productos químicos, impermeables, aislantes térmicos y eléctricos, y tenaces. Todas estas propiedades los hacen muy útiles en la elaboración de recipientes, aislantes de cables eléctricos o para asas de utensilios de cocina.

Existen cientos de plásticos de características específicas y desarrollados para usos particulares, pero muchos son muy corrientes. Entre estos, cabe destacar el PVC y el teflón.

- El **PVC** (policloruro de vinilo) es un derivado del cloruro de vinilo ($\text{CH}_2=\text{CHCl}$). Se caracteriza por su rigidez, además de ser impermeable y resistente a los agentes químicos, lo que lo hace ideal para la fabricación de tuberías, láminas y recubrimiento de suelos. Añadiéndole un plastificador, normalmente poliéster, se vuelve flexible, empleándose entonces como aislante en tendidos eléctricos y para fabricar envases de alimentos.
- El **teflón** (politetrafluoretileno) es un derivado del tetrafluoretileno ($\text{CF}_2=\text{CF}_2$) muy resistente al calor, a la humedad y a los agentes químicos. Desarrollado inicialmente para la industria aeronáutica, sus propiedades lo han generalizado como recubrimiento en utensilios de cocina antiadherentes, de fácil limpieza.

Los detergentes o surfactantes son moléculas relativamente largas uno de cuyos extremos es soluble en agua y el otro soluble en grasas. En agua forman pequeñas micelas, esferas con la parte hidrófila hacia el exterior y con la parte hidrófoba en el interior de la esfera. Es en este interior donde se sitúan las grasas y se eliminan de las superficies y tejidos, consiguiendo la limpieza.

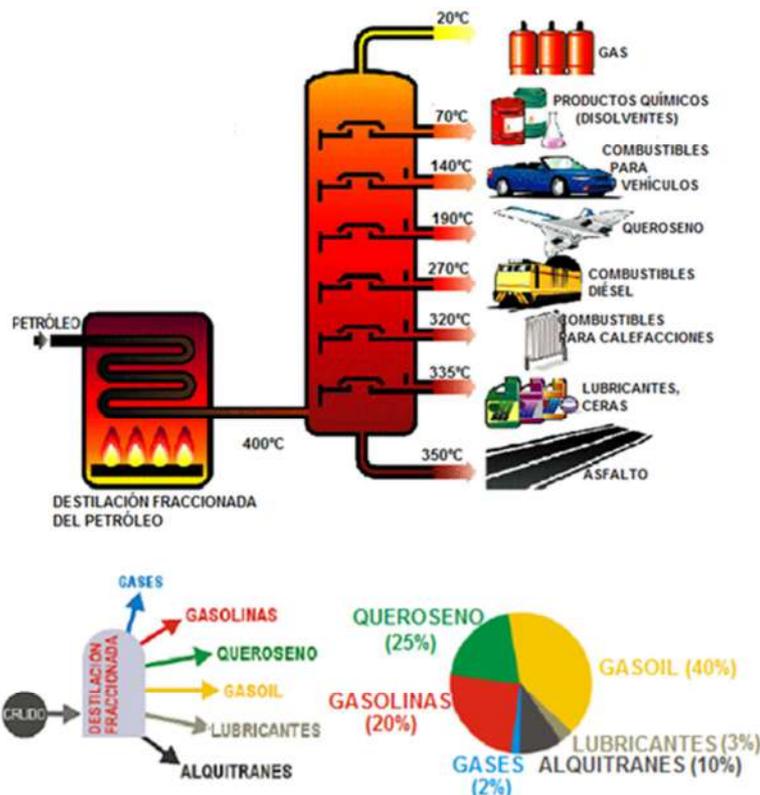
TEMA 2. LA MATERIA Y SUS TRANSFORMACIONES

Los jabones son agentes surfactantes de origen natural, obtenidos a partir de aceites y grasas animales y vegetales. Cuando en la segunda guerra mundial se produjo una escasez de grasas para fabricar jabón, se desarrollaron los primeros detergentes, derivados del benceno. Estos primeros detergentes no se descomponían con facilidad, permaneciendo durante años en las aguas empleadas en el lavado. En la actualidad los detergentes empleados son biodegradables, de forma que los microorganismos los descomponen en poco tiempo, no contaminando las aguas. Puesto que el calcio en el agua disminuye las propiedades de los detergentes, estos suelen ir acompañados de agentes que eliminan el calcio, así como de espumantes, que son detergentes que, sin gran capacidad de limpieza, sí producen mucha espuma. Los detergentes empleados en la limpieza de vajillas suelen llevar protectores de la piel.

Finalmente, hay que señalar que los detergentes no sólo se usan como productos de limpieza, ya que en la minería sirven para facilitar la flotación de ganga o mena y separar el mineral útil de las rocas que lo acompañan.

Además de para la obtención de fibras, plásticos, detergentes, colorantes... del petróleo se extraen la mayor parte de **los combustibles** empleados en el transporte moderno y en la obtención de energía eléctrica. Formado a partir de plantas y microorganismos marinos primitivos, el petróleo se encuentra, junto con el gas natural, en yacimientos subterráneos. Es una mezcla compleja de hidrocarburos (compuestos de carbono e hidrógeno) que, antes de emplearse industrialmente, es refinado, proceso que consiste en una **destilación fraccionada** que permite separar sus componentes, que luego se utilizan en las diferentes **industrias petroquímicas**, aunque una buena parte se utiliza para **combustibles**, como la **gasolina** y el **gasóleo**, que además de usarse en vehículos de combustión interna (automóviles, barcos o aviones), también se usan en las centrales térmicas, para la obtención de electricidad. Así, de un barril de petróleo, que contiene 159 litros, se obtienen unos 115 litros de combustibles.

El asfalto es el componente residual del refinado del petróleo, empleándose como impermeabilizante y para la construcción de carreteras.



3.4. TIC, INNOVACIÓN Y DESARROLLO



Uno de los actuales paradigmas en el actual sistema de producción industrial es el continuo avance de la tecnología en todos los sectores, que va necesariamente asociado al uso de las llamadas TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación), es decir, herramientas asociadas al manejo de enormes cantidades de información que son procesadas con dispositivos basados en el uso de materiales semiconductores cada vez de una mayor eficiencia. Electrodomésticos, vehículos o teléfonos inteligentes son la consecuencia de la revolución tecnológica en curso.

En el entorno de la investigación científica un ejemplo del impulso del uso de las TIC puede ser el Proyecto Genoma Humano planteado en 1988 para lograr descifrar la secuencia de bases nitrogenadas del ADN humano. Aunque el reto se planteó para ser alcanzado en 15 años, la incorporación de dispositivos electrónicos más eficientes permitió lograr el objetivo en 2001, hasta el punto de que en la actualidad nos beneficiamos de procedimientos analíticos rutinarios basados en pruebas de ADN para diagnóstico médico o en criminología.

Pero para llegar a este punto, la ciencia ha puesto a disposición de la sociedad un enorme potencial de conocimiento y ésta ha aportado los recursos necesarios para ampliar los conocimientos. Es lo que se conoce como I+D+I, es decir, investigación, el desarrollo y la innovación, que es una filosofía de trabajo que se plasma en planes para invertir fondos dedicados a la investigación científica-



técnica tanto desde instituciones públicas (universidades y centros de investigación), como desde empresas privadas para fomentar la renovación tecnológica y, con ella, la mejora económica, tanto de las empresas, como del conjunto de la sociedad.

Organismos públicos como el CSIC (Consejo Superior de Investigaciones Científicas), o el CIEMAT (Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas) son claros ejemplos del impulso a la investigación en España.

La contribución de la química en este proceso es esencial en la obtención y mejora de nuevos materiales que se van incorporando en otros campos. Pensemos en los semiconductores, la fibra óptica y la fibra de carbono, o en el grafeno y materiales superconductores que, una vez incorporados en los dispositivos de producción, revierten sus beneficios técnicos en más mejoras.

Centrándonos en las industrias químicas vistas en este tema es indudable que la innovación y el desarrollo son la clave de su éxito:

- **Industria química básica:** la mejora en la eficiencia en la producción en las plantas químicas, con un mayor grado de tecnificación, automatización y monitorización, que aparte de lograr mejores rendimientos en la obtención de las correspondientes sustancias, evitan accidentes y vertidos contaminantes.
- **Industria farmacéutica:** la obtención de medicamentos más eficaces y personalizados, para las características de cada paciente, muy relacionado con la investigación sobre terapias génicas.
- **Industria petroquímica:** la mejora en las técnicas extractivas y el diseño de combustibles que aportan rendimientos mayores y menos contaminantes. Se puede considerar tecnología puntera en el campo de la innovación, el desarrollo y la innovación.

TEMA 3. TRIGONOMETRÍA

1. INTRODUCCIÓN
2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
 - 2.1. ÁNGULOS AGUDOS
 - 2.2. ÁNGULOS NO AGUDOS
 - 2.3. PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
 - 2.4. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS
 - 2.5. LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON LA CALCULADORA
3. APLICACIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
 - 3.1. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS
 - 3.2. COMPONENTES CARTESIANAS DE VECTORES

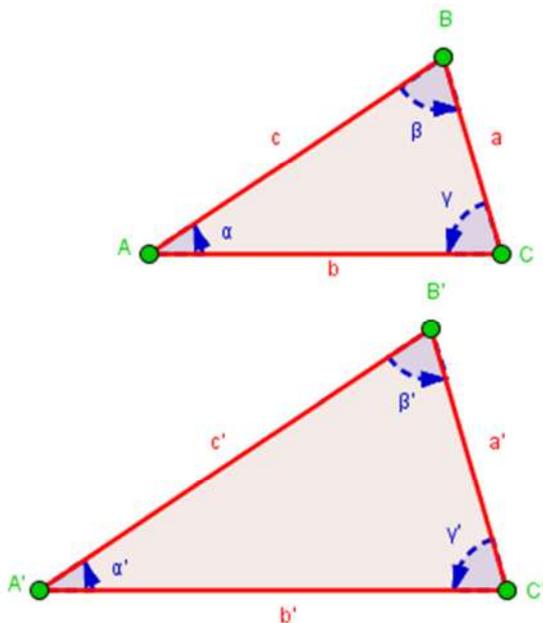
1. INTRODUCCIÓN

Aunque la palabra **trigonometría** significa literalmente la medida de los triángulos, en realidad es una parte de las matemáticas que surge del estudio de la semejanza geométrica entre figuras planas y, en la práctica, sirve para calcular distancias a partir de la medida de ángulos. De este modo se puede medir, por ejemplo, la distancia de las estrellas a nuestro planeta sin necesidad de tener que viajar hasta ellas.

Intuitivamente solemos decir que dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma,

pero distinto tamaño; para ser más precisos, dos figuras serán semejantes si la razón entre sus lados correspondientes es la misma y los ángulos correspondientes son iguales.

Los dos triángulos representados deberían ser semejantes porque tienen igual forma y distinto tamaño, pero para que realmente lo sean tienen que cumplir las dos condiciones señaladas:



- Igualdad de los ángulos correspondientes:

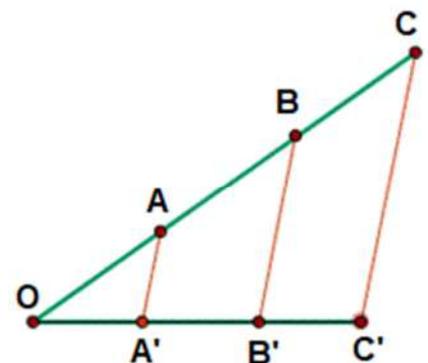
$$\alpha = \alpha' ; \beta = \beta' ; \gamma = \gamma'$$

- La misma razón entre lados correspondientes:

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

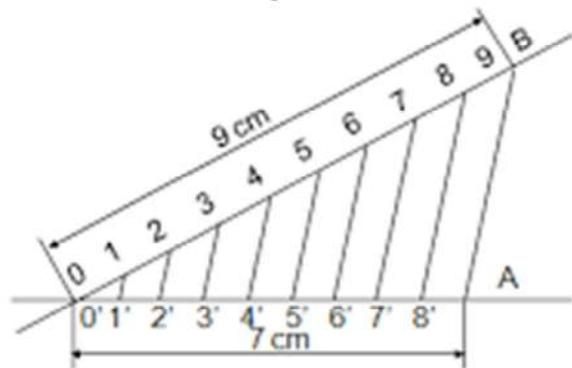
La semejanza geométrica queda plenamente reflejada en el **teorema de Thales**, según el cual, “cuando varias rectas paralelas son cortadas por dos rectas secantes, los segmentos que determinan en una de las secantes son proporcionales a los segmentos que determinan en la otra secante”. De este modo, en el ejemplo de al lado, la proporcionalidad del teorema puede quedar reflejada con la siguiente relación entre los segmentos indicados:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}, \text{ aunque también } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$$

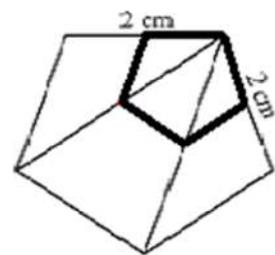


Estas razones de proporcionalidad parecen indicar algún valor asociado al ángulo determinado por los segmentos correspondientes que hay en cada una de las razones, luego, de algún modo, sirven para medir dichos ángulos.

Una aplicación inmediata del teorema de Thales es poder dividir gráficamente un segmento en partes iguales, sin necesidad de calcular cuál es la longitud de cada una de ellas. Imagina que quieres dividir un segmento de 7 centímetros en 9 partes. Cada una de éstas debería medir $7:9 = 0,7777... \text{ cm}$, lo cual sería algo complicado de hacer con una regla. Sin embargo, usando el teorema de Thales, bastaría con trazar 9 cm de una recta secante auxiliar y hacer en ella 9 marcas (separadas 1 cm cada una); ya sólo quedaría trazar paralelas entre ambas rectas y tendríamos dividido en 9 partes iguales el segmento de 7 cm.



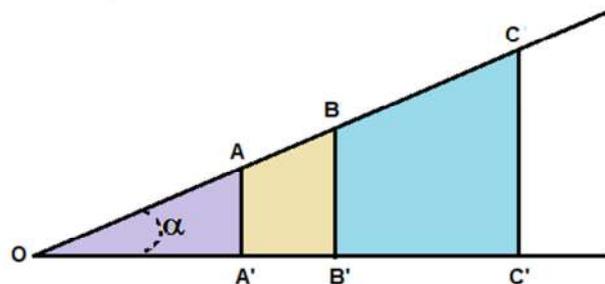
Otra aplicación práctica del teorema es poder dibujar un polígono semejante a otro ya dibujado: como en los vértices de un polígono confluyen dos rectas secantes, si a partir de dos lados consecutivos del polígono original prolongamos cada lado la longitud necesaria para obtener el lado del nuevo polígono semejante, bastará trazar paralelas a los demás lados del polígono original desde cada uno de los nuevos vértices obtenidos, tal como se ve en el ejemplo, donde se ha dibujado un pentágono regular de 4 cm de lado a partir de otro que tenía 2 cm de lado.



2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Partiendo de las ideas anteriores, si se construyen varios triángulos rectángulos que compartan las rectas que soportan la hipotenusa y uno de los catetos, resultarán triángulos semejantes, en los que los catetos opuestos al vértice común están contenidos en rectas paralelas entre sí y al aplicar el teorema de Thales, la razón de proporcionalidad entre segmentos correspondientes sería así:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}$$



Esta proporcionalidad está indicando que la razón entre el “cateto contiguo al ángulo α ” y la hipotenusa es la misma para toda la serie de triángulos rectángulos semejantes.

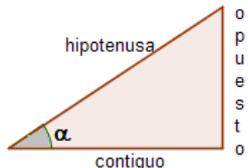
La ventaja de asociar al ángulo el valor de la razón de proporcionalidad en triángulos rectángulos (y no de otro tipo) es que son más fáciles de dibujar (pues tienen un ángulo de 90°) y además cumplen el teorema de Pitágoras (el cuadrado de la hipotenusa coincide con la suma de los cuadrados de los catetos).

De igual modo se podrían establecer otras razones de proporcionalidad en la serie de triángulos rectángulos, como la razón entre el “cateto opuesto al ángulo α ” y la hipotenusa, o entre el “cateto opuesto al ángulo α ” y el “cateto contiguo al ángulo α ”. Todas ellas dependerían sólo del ángulo y, al revés, si se conoce el valor de la razón, pueden dibujarse triángulos rectángulos que sólo pueden tener este ángulo. A todo este tipo de razones de proporcionalidad se las conoce como **razones trigonométricas** de este ángulo.

TEMA 3. TRIGONOMETRÍA

2.1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

Utilizando triángulos rectángulos pueden definirse las siguientes razones trigonométricas para ángulos agudos (menores de 90°):

	Seno	coseno	Tangente
	$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{tag}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$

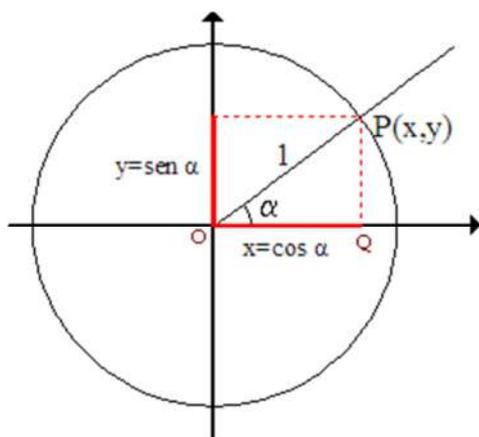
Los valores para algunos de los ángulos más característicos son los siguientes:

ángulo (α)	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tag}(\alpha)$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	∞

Para ángulos diferentes a los anteriores nos basta saber de momento que pueden obtenerse con la calculadora científica; lo importante es ser consciente de que es posible conocer el valor de las razones trigonométricas de cualquier ángulo.

2.2. ÁNGULOS NO AGUDOS

Para ángulos mayores de 90° pueden calcularse también las razones trigonométricas asociadas a ellos utilizando la llamada **circunferencia goniométrica**, que se dibuja centrada en unos ejes cartesianos, siendo su radio la unidad.

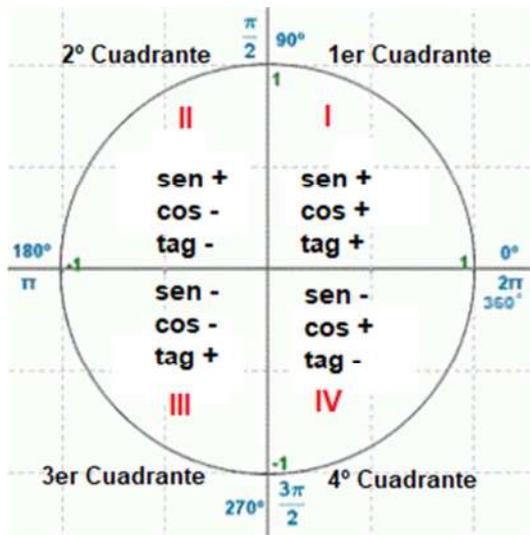


Esta circunferencia permite dibujar cualquier ángulo comprendido entre 0° y 360° (una vuelta completa), de modo que el punto característico de la circunferencia que determina el ángulo proyecta sobre el eje de abscisas el "cateto contiguo al ángulo", mientras que en el eje de ordenadas proyecta el "cateto opuesto". La hipotenusa del correspondiente triángulo rectángulo es el radio y, como vale la unidad, **la abscisa será el coseno del ángulo, mientras que la ordenada será el seno del ángulo**. Puesto que, tanto las abscisas como las ordenadas pueden ser positivas o negativas, las razones trigonométricas

pueden también ser positivas o negativas, pero sus valores absolutos pueden obtenerse a partir de los de ángulos agudos. De la propia definición se deduce que el **seno y el coseno** de un ángulo sólo pueden tener **valores comprendidos entre -1 y +1**, mientras que la **tangente** puede ser un número comprendido **entre $-\infty$ (270°) y $+\infty$ (90°)**.

De igual forma que los ejes cartesianos dividen los puntos del plano en cuatro cuadrantes, los ángulos asociados a los puntos de la circunferencia goniométrica también pertenecen

al correspondiente cuadrante, lo cual es muy útil para deducir cuál debe ser el signo de cada una de las razones trigonométricas, según el cuadrante al que pertenezca el ángulo: Según vemos, los ángulos del primer cuadrante (0° - 90°) tienen las tres razones trigonométricas positivas; los del segundo cuadrante (90° - 180°) tienen el seno positivo, pero son negativos el coseno y la tangente. Los del tercer cuadrante (180° - 270°) tienen negativos el seno y el coseno, pero positiva la tangente, mientras que los del cuarto cuadrante (270° - 360°) tienen positivo el coseno, pero el seno y la tangente negativos.



En la imagen vemos también las medidas de los ángulos en **radianes** (que es la unidad angular del SI): una circunferencia completa son $2\pi \text{ rad} \cong 6,28 \text{ rad}$, por lo que el ángulo llano será la mitad ($\pi \text{ rad} \cong 3,14 \text{ rad}$) y el ángulo recto será $\pi/2 \text{ rad} \cong 1,57 \text{ rad}$.

En la imagen vemos también las medidas de los ángulos en **radianes** (que es la unidad angular del SI): una circunferencia completa son $2\pi \text{ rad} \cong 6,28 \text{ rad}$, por lo que el ángulo llano será la mitad ($\pi \text{ rad} \cong 3,14 \text{ rad}$) y el ángulo recto será $\pi/2 \text{ rad} \cong 1,57 \text{ rad}$.

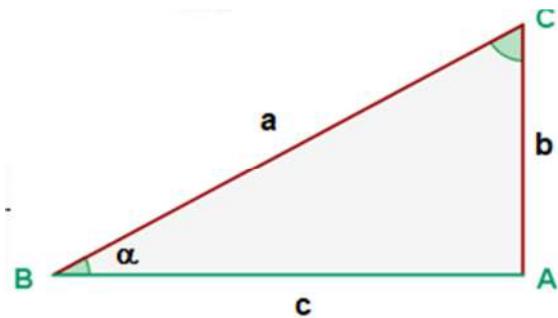
Las razones trigonométricas de ángulos de los diferentes cuadrantes pueden relacionarse con las de ángulos del primer cuadrante, tal como podemos ver a continuación:

Relación	Ángulo (β)	$\text{sen}(\beta)$	$\text{cos}(\beta)$	$\text{tag}(\beta)$
Complementarios ($\alpha + \beta = 90^\circ$) (ángulos del primer cuadrante)		$\text{cos}(\alpha)$	$\text{sen}(\alpha)$	$\frac{1}{\text{tag}(\alpha)}$
Suplementarios ($\alpha + \beta = 180^\circ$) (ángulos del segundo cuadrante)		$\text{sen}(\alpha)$	$-\text{cos}(\alpha)$	$-\text{tag}(\alpha)$
Difieren en 180° ($\beta - \alpha = 180^\circ$) (ángulos del tercer cuadrante)		$-\text{sen}(\alpha)$	$-\text{cos}(\alpha)$	$\text{tag}(\alpha)$
Suman 360° ($\alpha + \beta = 360^\circ$) (ángulos del cuarto cuadrante)		$-\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$-\text{tag}(\alpha)$

2.3. PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Por su propia definición a partir de un triángulo rectángulo, las razones trigonométricas cumplen ciertas propiedades interesantes que permiten calcular cualquiera de las demás, una vez conocida una.

De la definición de las razones trigonométricas del ángulo α en el triángulo representado, se deduce:



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \text{sen}(\alpha);$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a \cdot \text{cos}(\alpha), \quad \text{por lo que } \text{tag}(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{a \cdot \text{sen}(\alpha)}{a \cdot \text{cos}(\alpha)}$$

Es decir, la tangente de α se puede calcular como el cociente entre el seno y el coseno:

$$\text{tag}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

Según el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$, por lo que $a^2 = a^2 \cdot \text{sen}^2(\alpha) + a^2 \cdot \text{cos}^2(\alpha)$
Sacando factor común y simplificando finalmente queda así:

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

2.4. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Como señalamos, las razones trigonométricas en realidad son funciones matemáticas que asignan ciertos valores a cada ángulo, por lo que se pueden plantear las funciones trigonométricas inversas, es decir, las que permiten saber el ángulo a partir del valor de la razón trigonométrica en cuestión. Son las siguientes:

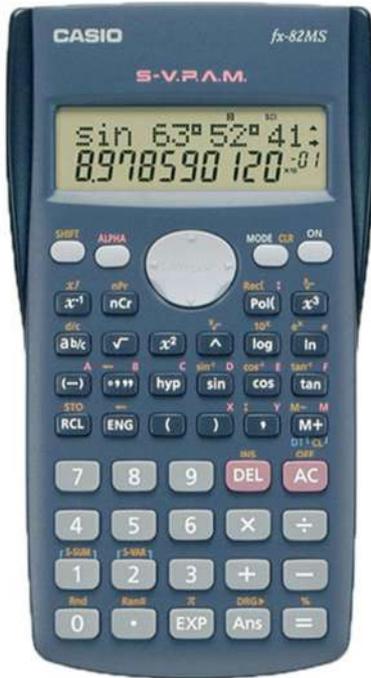
Función **arco cuyo seno es** x : $y = \text{arcsen}(x)$. Ejemplo: el ángulo cuya razón seno vale 0,5 corresponde a 30° , luego podríamos escribir $y = \text{arcsen}(0,5) = 30^\circ$, claro, que también podría haber sido su suplementario ($180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$). Las condiciones de cada problema nos harán decidir cuál de los dos ángulos hay que elegir.

Con las mismas consideraciones, pueden definirse las funciones **arco cuyo coseno es** x , y la función **arco cuya tangente es** x : $y = \text{arccos}(x)$, $y = \text{arctag}(x)$

En cuanto al cálculo y uso de todas estas razones y funciones, no te preocupes, porque la calculadora científica da el resultado de su valor en cualquier situación, aunque conviene conocer la calculadora para poder sacarle partido a estas funciones.

2.5. LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON LA CALCULADORA

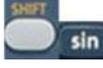
Dependiendo del modelo de calculadora científica que uses, podrás acceder a todas las funciones trigonométricas que hemos mencionado y a algunas más. En la mayoría de los modelos por defecto trabajan con grados sexagesimales, pero se puede cambiar a ángulos en radianes (habrá que tener cuidado para saber qué unidad angular se está usando).



En el modelo de la imagen vemos tres teclas  que, evidentemente, devolverán el valor de las funciones seno, coseno y tangente, respectivamente (utiliza siglas del Inglés).

Las funciones inversas se obtienen pulsando previamente a las anteriores la tecla de salto, , que se encuentra arriba a la izquierda; las funciones correspondientes están escritas

en rosa sobre las funciones directas: , así, si quisiéramos saber qué ángulo tiene el valor 0,5 para el seno,

pulsaríamos la secuencia de teclas  y luego  (En pantalla aparecerá 30°).

Finalmente, recuerda que lo mejor para poder sacar partido a la calculadora es practicar con ella y tener a mano el manual de uso, en el que se explican los pequeños trucos para facilitar todo tipo de cálculos, incluyendo los trigonométricos.

3. APLICACIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Lo verdaderamente interesante de las razones trigonométricas es que son muy prácticas para resolver problemas de geometría, que suelen estar relacionados con medidas de distancias o de ángulos. En topografía permite dimensionar terrenos y medir distancias de puntos inaccesibles, como cimas de montañas, para lo cual se hace casi imprescindible el uso del **teodolito**, instrumento que permite medir ángulos con mucha precisión.



Algunos ejemplos de aplicación de los cálculos trigonométricos son la resolución de triángulos y la obtención de las componentes cartesianas de vectores.

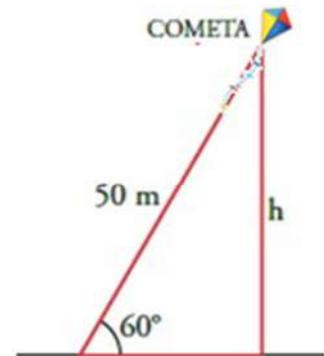
3.1. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Resolver un triángulo en geometría significa obtener sus componentes: los tres lados y los tres ángulos. Cuando faltan algunos elementos, pueden obtenerse los restantes haciendo uso de la trigonometría, tanto en triángulos rectángulos, como en otros tipos de triángulos.

- a) **Triángulos rectángulos:** siempre se conoce un ángulo (el recto), por lo que si se conoce otro, serán conocidos los tres. A partir de este hecho, puede haber tres situaciones:
- Se conoce un ángulo y la hipotenusa. Los catetos se obtienen multiplicando la hipotenusa por el seno y por el coseno del ángulo, respectivamente.
 - Se conoce un cateto y la hipotenusa. Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene el otro cateto; el ángulo se obtiene con la función $y = \arccos(x)$ o $y = \arcsen(x)$.
 - Se conocen los dos catetos. Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene la hipotenusa; el ángulo comprendido entre ésta y el cateto “contiguo” puede obtenerse con la función $y = \arccos(x)$

Ejemplo 1: cálculo de la altura a la que se encuentra una cometa cuando, después de soltar 50 metros de hilo, se fija al suelo y forma un ángulo de 60° con la horizontal.

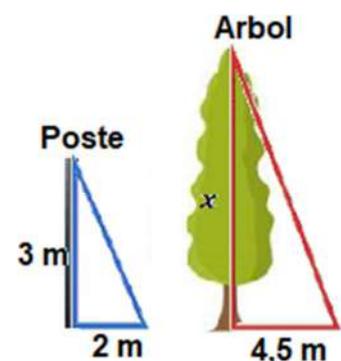
En este caso se puede usar la razón seno del ángulo de 60° (que es conocida o puede sacarse con la calculadora), ya que, según el esquema, la altura h , la que está la cometa hace de cateto opuesto:



$$\text{sen}(60^\circ) = \frac{h}{50} \rightarrow h = 50 \cdot \text{sen}(60^\circ) \text{ m} = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m} \cong 43,3 \text{ m}$$

- **Ejemplo 2:** cálculo de la altura de un árbol que proyecta una sombra de 4,5 metros, sabiendo que a la misma hora un poste vertical de 3 metros proyecta una sombra de 2 metros.

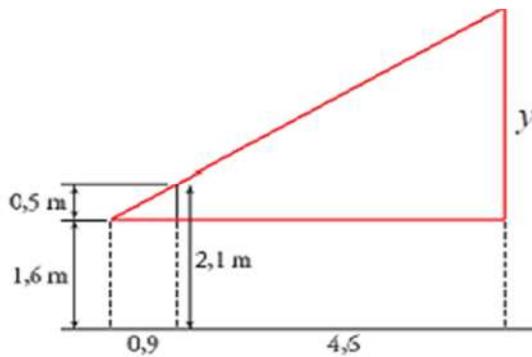
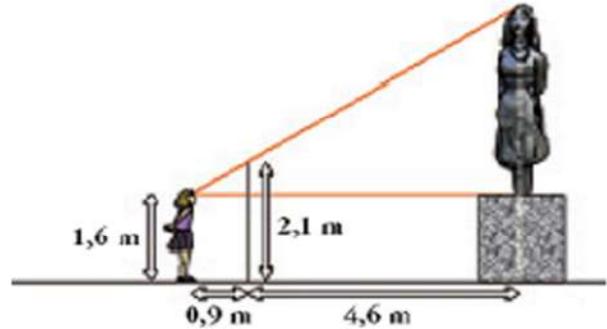
Sin necesidad de conocer los ángulos ni razones trigonométricas, al representar la situación descrita, se llega a la conclusión de que los triángulos asociados son semejantes (el ángulo con el que llegan los rayos del sol es el mismo), lo que permite establecer la siguiente proporcionalidad:



$$\frac{3}{2} = \frac{x}{4,5} \rightarrow x = \frac{3 \times 4,5}{2} \text{ m} = 6,75 \text{ m}$$

- **Ejemplo 3:** cálculo de la altura de la estatua del dibujo:

Con las mismas consideraciones que en el caso anterior (esquematisando el problema se apreciará mejor) tenemos de nuevo dos triángulos rectángulos semejantes:



Siendo y la altura de la estatua, tendremos:

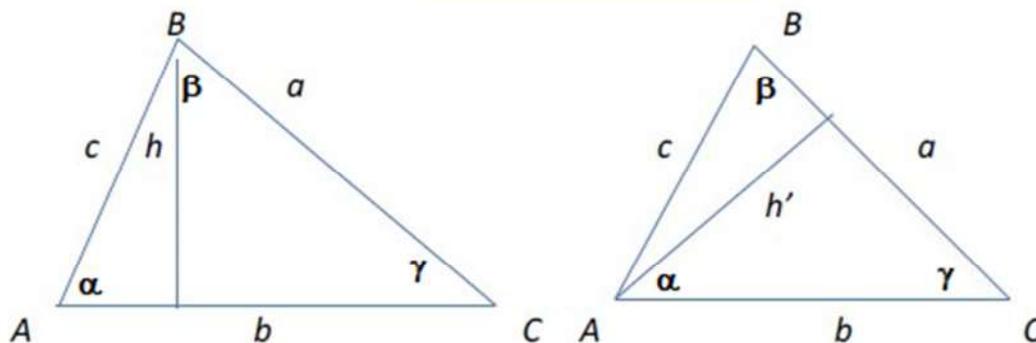
$$\frac{y}{2,1 - 1,6} = \frac{0,9 + 4,6}{0,9} \Rightarrow \frac{y}{0,5} = \frac{5,5}{0,9}$$

$$0,9y = 5,5 \cdot 0,5 ; y = \frac{2,75}{0,9} \cong 3,06 \text{ m}$$

La estatua tiene 3,06 metros de altura.

- b) **Triángulos no rectángulos:** en general siempre cabe la posibilidad de descomponerlos en dos triángulos rectángulos y proceder como en el caso anterior, pero a veces puede resultar complicado y es mejor utilizar una propiedad de los triángulos que recibe el nombre de **teorema de los senos**, que es consecuencia de que en todo triángulo cada dos vértices comparten una altura, lo cual permite establecer al menos dos ecuaciones para conocer los elementos del triángulo:

$$\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)}$$



Hay otra propiedad de los triángulos llamada **teorema del coseno**, que es una generalización del teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$

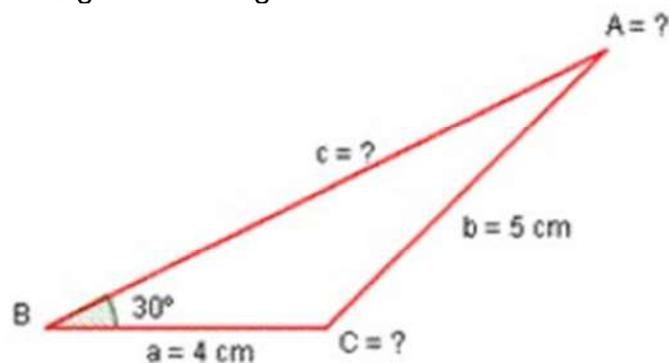
Es decir, el cuadrado de uno de los lados es la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble del producto de éstos por el coseno del ángulo comprendido entre ellos (una fórmula parecida puede usarse para cada lado).

TEMA 3. TRIGONOMETRÍA

Utilizando estos teoremas se pueden resolver triángulos en cuatro casos:

- Conociendo dos ángulos y un lado: el tercer ángulo se saca sabiendo que la suma de todos es 180° ; luego, con el ángulo opuesto al lado conocido se conoce la razón de los senos. Aplicándola a los otros dos ángulos pueden sacarse los otros lados.
- Conociendo dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos: con el lado opuesto al ángulo se obtiene la razón de los senos; con ésta puede sacarse el seno del ángulo opuesto al otro lado, por lo que se puede calcular dicho ángulo con la función $y = \arcsen(x)$. De este modo puede obtenerse el tercer ángulo y, con éste, de nuevo usando la razón de los senos, se obtiene el lado que faltaba.
- Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos: utilizando el teorema del coseno puede obtenerse el lado que falta y, con éste, sacar otro ángulo por el teorema de los senos.
- Los tres lados: mediante el teorema del coseno se puede sacar el coseno de uno de los ángulos y con él el ángulo en cuestión. Con un ángulo y los tres lados puede aplicarse el teorema de los senos y acabar de resolver.

Ejemplo: resolución del siguiente triángulo:



Como se conoce el ángulo $\beta = 30^\circ$ y su lado opuesto, $b = 5 \text{ cm}$ la razón de los senos será:

$$\frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{5}{\text{sen}(30^\circ)} = \frac{5}{0,5} = 10$$

Con este valor puede obtenerse $\text{sen}(\alpha)$:

$$\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \Rightarrow \frac{4}{\text{sen}(\alpha)} = 10 \Rightarrow \text{sen}(\alpha) = \frac{4}{10} = 0,4, \text{ luego, } \alpha = \arcsen(0,4) \cong 23,6^\circ$$

Ahora puede sacarse el tercer ángulo, $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180 - 30 - 23,6 = 126,4^\circ$

Finalmente, se puede calcular el tercer lado, c , sabiendo el ángulo opuesto y la razón de senos:

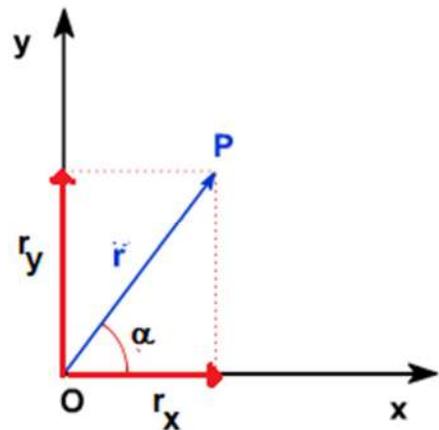
$$\frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)} \Rightarrow 10 = \frac{c}{\text{sen}(126,4^\circ)} \Rightarrow c = 10 \cdot \text{sen}(126,4^\circ) = 8,05 \text{ cm}$$

3.2. COMPONENTES CARTESIANAS DE VECTORES

En realidad, al tratar la circunferencia goniométrica ya hemos abordado el problema, ya que cualquier punto del plano puede asociarse a un vector (una "flecha") que une el origen de los ejes de coordenadas con dicho punto recibe el nombre de **vector de posición** y sus coordenadas (la abscisa y la ordenada) se llaman **componentes**. Si a este vector lo denominamos \vec{r} , sus componentes serán (r_x, r_y) , de modo que, según se aprecia en la figura:

$$r_x = r \cdot \cos(\alpha)$$

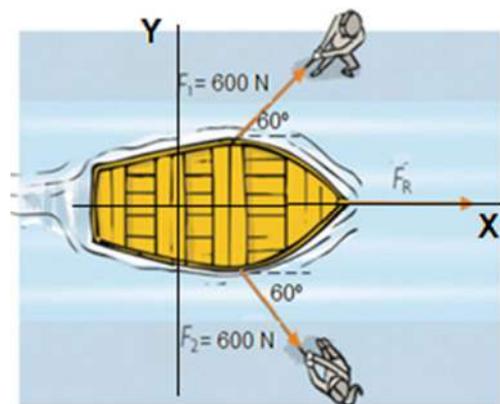
$$r_y = r \cdot \text{sen}(\alpha)$$



En Física se usa mucho para las fuerzas y las velocidades, ambas magnitudes claramente **vectoriales**. Este curso sólo lo utilizaremos parcialmente para las fuerzas, resultando muy útil cuando haya que sumarlas o restarlas (basta con sumar las componentes correspondientes) o para calcular el trabajo que realiza una fuerza, ya que sólo resulta útil la componente de la fuerza en la dirección del movimiento.

Al final, la obtención de las dos componentes no deja de ser una resolución de un triángulo rectángulo haciendo uso de las razones trigonométricas.

Ejemplo: Calcular la fuerza (F_R) que permite hacer avanzar a una barca por un río tirando dos personas de ella, ayudándose de sogas atadas a los lados de la barca, con fuerzas (F_1 y F_2) de 600 N que forman ángulos de 60° respecto la dirección de avance, tal como muestra la imagen:



Solución: la experiencia nos demuestra que al tirar de esta forma, la barca avanza por el río sin desviarse hacia las orillas. La fuerza total que actúa sobre la barca es la suma vectorial de las fuerzas F_1 y F_2 . Cada una de estas fuerzas puede descomponerse en una componente en la dirección de avance (X), y otra hacia las orillas (Y):

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 600 \cdot 0,5N = 300N$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 60^\circ = 600 \cdot 0,5N = 300N$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen} 60^\circ = 600 \cdot 0,866N \cong 520N$$

$$F_{2y} = -F_2 \cdot \text{sen} 60^\circ = -600 \cdot 0,866N \cong -520N$$

La fuerza total o suma de ambas fuerzas, F_R , sólo tiene componente según el eje de avance (X), ya que las componentes según el eje perpendicular (Y) se anulan:

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} = 300N + 300N = 600N$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} = 520N - 520N = 0N$$

Por tanto F_R es una fuerza de **600N en la dirección del avance de la barca**.

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

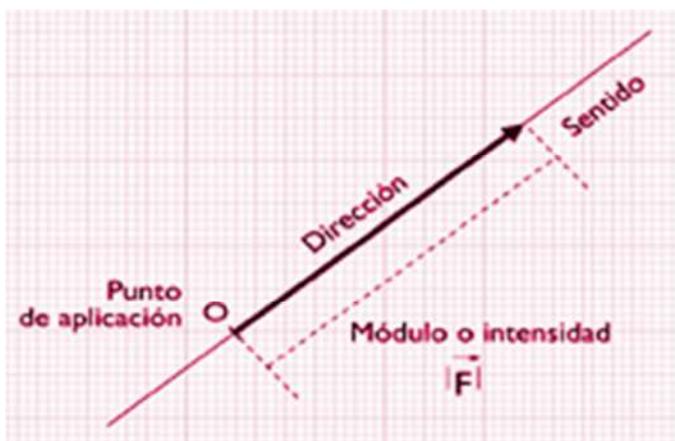
1. CONCEPTO DE FUERZA.
2. COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS.
3. LEYES DE LA DINÁMICA. PRINCIPIOS DE INERCIA, FUNDAMENTAL, Y DE ACCIÓN Y REACCIÓN.
4. ALGUNAS FUERZAS DE INTERÉS: PESO, NORMAL Y FUERZAS DE ROZAMIENTO.
5. TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA MECÁNICA. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.
6. CALOR Y TEMPERATURA.
7. ENERGÍA Y MEDIOAMBIENTE

1. CONCEPTO DE FUERZA

Normalmente solemos asociar el concepto de fuerza a los movimientos y a lo que es preciso aportar para sujetar, deformar, romper o transportar objetos de un sitio a otro.

Estas nociones de fuerza suelen ser correctas e intuitivamente aceptamos que se trata de una propiedad o magnitud dirigida, ya que la experiencia nos demuestra que, por ejemplo, para arrastrar un mueble entre dos personas, es preferible que empujen hacia el mismo lado que hacia lados diferentes; tienen que “unir sus fuerzas”. Precisamente por esto se dice que las fuerzas y otras magnitudes que necesitan una orientación, además de una intensidad, son **magnitudes vectoriales**, que se representan mediante una letra con una flechita encima (por ejemplo, la fuerza \vec{F}). Gráficamente se hace con segmentos en forma de flecha llamados **vectores**, cuyos elementos son los siguientes:

- **Origen** o punto de aplicación (el inicio).
- **Dirección**: es la recta sobre la que se encuentra el vector. Suele darse mediante un ángulo.
- **Sentido**: lo marca la flecha del vector; en una misma dirección puede haber dos sentidos opuestos.
- **Módulo o intensidad**: siempre es un número positivo que equivale a la longitud del vector. Para una fuerza \vec{F} , su módulo se representa como $|\vec{F}|$ aunque, por comodidad, suele representarse sencillamente como F (el nombre de la fuerza, sin flechita encima).



Cuando sujetamos un libro, empujamos una puerta, andamos, estiramos un muelle o pedaleamos en la bicicleta, estamos realizando fuerzas. Como vemos, las fuerzas están presentes en nuestras vidas de forma habitual. Algunas, como las anteriores, son de contacto y otras son a distancia (como el peso de los cuerpos o las atracciones eléctricas).

Por tanto, las fuerzas pueden manifestarse de distintas formas y tener orígenes diferentes, pero todas ellas admiten esta definición:

“Fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme de un cuerpo, o de causar a éste una deformación”.

Al analizar la anterior definición, vemos que las fuerzas son la consecuencia de que dos cuerpos interactúen entre sí, siendo el resultado alguno de estos efectos:

- Que se doble, deforme o rompa un cuerpo. Es lo que ocurre al estirar un muelle o cuando una viga de hierro se arquea por el peso que soporta.
- Que el cuerpo pase de estar en reposo a moverse, o viceversa.

- Que el cuerpo no se mueva en línea recta ni a ritmo constante. Aunque parezca extraño, esto significa que puede haber movimiento sin necesidad de tener que aplicar ninguna fuerza.

Independientemente de lo anterior, dado el carácter vectorial de las fuerzas, a veces ocurre que, aunque estén actuando varias fuerzas sobre un cuerpo, se anulan entre sí y no apreciamos ninguno de los efectos anteriores. Estas situaciones se denominan de **estática** y su estudio es muy importante, ya que permite diseñar edificios, puentes o barcos, para que estén equilibrados y sean estables.

Como todas las demás magnitudes físicas, las fuerzas se pueden medir comparándolas con una fuerza de referencia (llamada 'unidad de fuerza'). Así, si nuestra unidad de fuerza (que podría ser, por ejemplo, el peso de una manzana) estira 5 centímetros a un muelle, y observamos que otra fuerza lo estira 15 centímetros, entonces podríamos afirmar que esta fuerza es 3 veces mayor que nuestra fuerza de referencia

($15:5 = 3$); si a la intensidad de nuestra unidad de fuerza la llamamos **u**, la nueva fuerza tendría una intensidad **3 u**.

Pero, si cada uno de nosotros eligiéramos la unidad de fuerza que se nos antoje, sería muy difícil entendernos. Para ello, los científicos se han puesto de acuerdo y han elegido el **newton (N)** como unidad de fuerza del llamado Sistema Internacional de Unidades (S.I). Esta unidad, cuyo nombre hace honor al científico inglés Isaac Newton, se define como la fuerza que es necesario realizar sobre un cuerpo de 1 kilogramo de masa para producirle una aceleración de 1 m/s^2 . Otras unidades de fuerza muy habituales son la dina ($1 \text{ N} = 100.000 \text{ din}$) y el kilogramo-fuerza (o kilopondio, $1 \text{ kp} = 1 \text{ kg}_f = 9,8 \text{ N}$).

Para medir fuerzas suelen utilizarse aparatos llamados **dinamómetros**, basados precisamente en el alargamiento de un muelle cuando sobre él actúa una fuerza.

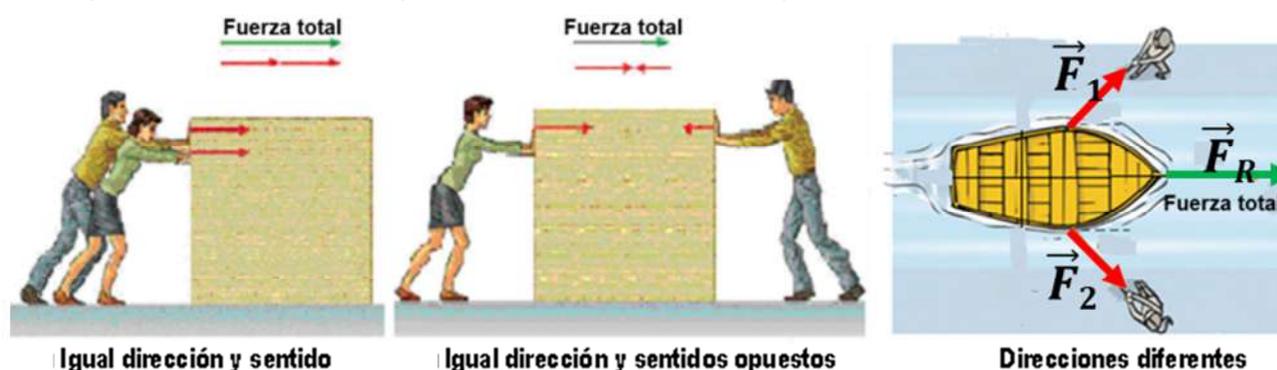


2. COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Cuando dos o más fuerzas actúan sobre un mismo cuerpo, el resultado es el mismo que si se aplicara una fuerza, llamada **fuerza resultante**, que puede considerarse como la suma de todas ellas. A diferencia de la suma de números, al sumar fuerzas no basta con conocer su intensidad, ya que la experiencia nos demuestra que, según sea su dirección y su sentido, el resultado de la suma de dos fuerzas será diferente.

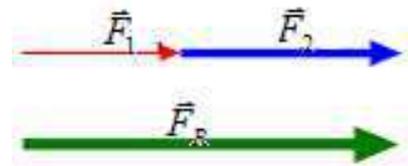
Para hacer la composición o suma de varias fuerzas, se empieza obteniendo la **resultante de dos fuerzas** y, si hay más fuerzas, ésta se compone a su vez con otra de las que queden, y así sucesivamente hasta obtener la resultante de todas ellas.

La experiencia demuestra que **al sumar dos fuerzas** pueden darse tres casos:



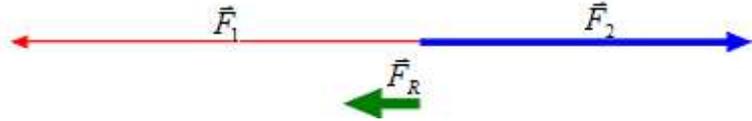
TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido:** la fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido que las que se suman y su intensidad es la suma de las intensidades.



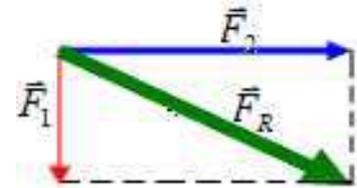
$$F_R = F_1 + F_2$$

- **Fuerzas con la misma dirección, pero sentidos contrarios:** la fuerza resultante tiene la misma dirección, su sentido es el de la de mayor intensidad y la intensidad es la diferencia de las intensidades:



$$F_R = F_1 - F_2$$

- **Fuerzas con distinta dirección:** la fuerza resultante se obtiene gráficamente como la diagonal del paralelogramo obtenido al prolongar desde el extremo de cada una de las fuerzas a sumar una paralela a la otra fuerza. En caso de que las dos fuerzas sean perpendiculares, la intensidad de la resultante puede obtenerse por el teorema de Pitágoras:



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Ejemplos: obtener la resultante de las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , cuyos módulos son $F_1 = 4 \text{ N}$ y $F_2 = 3 \text{ N}$, en los siguientes casos:

- a) Si ambas tienen la misma dirección y sentido.

La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido que \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , y su módulo es $F_R = F_1 + F_2 = 4 + 3 \text{ N} = 7 \text{ N}$

- b) Si ambas tienen la misma dirección y sentidos opuestos.

La resultante tiene la misma dirección; el sentido es el de \vec{F}_1 y su módulo es $F_R = F_1 - F_2 = 4 - 3 \text{ N} = 1 \text{ N}$

- c) Si son perpendiculares.

La resultante es la diagonal del rectángulo que forman \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , y su módulo es $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ N} = \sqrt{16 + 9} \text{ N} = \sqrt{25} \text{ N} = 5 \text{ N}$

3. LEYES DE LA DINÁMICA

La **dinámica** es la parte de la Física que estudia las **fuerzas** como las causas de los movimientos, definiéndolas como **todo aquello que es capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo, o bien causarle una deformación**.

La relación entre las causas (fuerzas) y los efectos (variación del movimiento o deformaciones) queda resumida en las llamadas tres leyes o principios de la dinámica:

1. Principio de inercia: todo cuerpo permanece en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme, a no ser que sobre él actúe una fuerza.

2. Principio fundamental de la dinámica: es la expresión matemática entre las causas (fuerzas) y las consecuencias (aceleraciones), estableciendo la masa como **medida de la inercia** de los cuerpos a modificar su estado de movimiento:

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \times \text{aceleración} \quad \text{o lo que es lo mismo: } \mathbf{F = m \cdot a}$$

Este principio nos confirma algo a lo que estamos acostumbrados en la vida cotidiana: cuanta más masa tenga un cuerpo, más fuerza será necesaria para producirle una determinada aceleración.

Una consecuencia de la anterior ecuación es la definición del **newton (N)** como unidad de fuerza del Sistema Internacional de unidades, resultando ser la fuerza ejercida sobre un cuerpo de 1 kg de masa cuando le produce una aceleración de 1 m/s².

3. Principio de acción y reacción: es una constatación del hecho de que toda fuerza supone una interacción o intercambio, ya que establece que cuando se ejerce una fuerza sobre un cuerpo (acción) éste devuelve otra igual, pero de sentido contrario (reacción). Estas fuerzas no se anulan entre sí porque actúan sobre cuerpos diferentes.

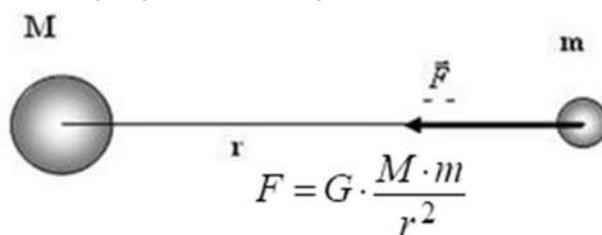
4. ALGUNAS FUERZAS DE INTERÉS

Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo pueden producirse **por contacto** (por ejemplo, al empujar un mueble o cuando éste roza con el suelo), o **a distancia** (sin contacto físico, como ocurre con la fuerza gravitatoria, el peso de los cuerpos, las fuerzas entre cargas eléctricas o las fuerzas entre imanes).

En este apartado se describen los aspectos más relevantes de algunas fuerzas cuyos efectos sentimos a diario: el peso de los cuerpos, las fuerzas de rozamiento y las fuerzas eléctricas.

4.1. LA FUERZA DE ATRACCIÓN GRAVITATORIA Y EL PESO DE LOS CUERPOS

Para explicar el giro de los planetas alrededor del Sol, Isaac Newton propuso en 1687 que éste debería atraerlos con una fuerza directamente proporcional al producto de las masas del Sol y del planeta, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa, de modo que esta fuerza, que se llama de atracción gravitatoria, se ejerce **a distancia** y es la responsable de que los planetas giren alrededor del Sol (hace de fuerza centrípeta).



TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

En la ecuación, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ es la llamada constante de gravitación universal, M y m son las masas del Sol y del planeta considerado, y r , la distancia entre ambos.

Se ha comprobado que esta fuerza existe entre cualesquiera dos objetos por el mero hecho de que tengan masa, y no sólo es la responsable de la distribución de los objetos celestes (estrellas, planetas o galaxias), sino también del **peso de los cuerpos**, que no es más que la fuerza con la que la Tierra atrae a cualquier objeto próximo a su superficie, donde M y r serán valores constantes (masa y radio de la Tierra), resultando así el término $G \cdot \frac{M}{r^2}$ de la fuerza gravitatoria un valor constante que se conoce como

aceleración de la gravedad, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Por tanto, la fuerza gravitatoria con la que la Tierra atrae a un cuerpo (el peso de este cuerpo) será $F = m \cdot g$, aunque casi siempre se escribe de la forma **$P = m \cdot g$** , lo que significa que un cuerpo de 1 kg de masa “pesa” 9,8 N.

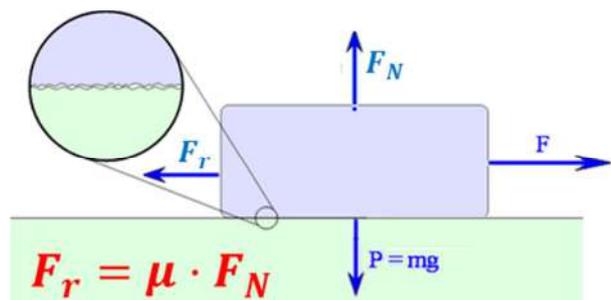
La fuerza del peso es la responsable de que los objetos “caigan” hacia el suelo, ya que siempre va dirigida hacia el centro de la Tierra, por lo que se representa siguiendo la dirección vertical y hacia abajo.

4.2. LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO

Se producen siempre que dos superficies en movimiento están en contacto y, por definición, siempre se oponen al movimiento, es decir, por sí mismas no pueden hacer que un cuerpo comience a moverse. Así, si intentamos empujar un mueble y no conseguimos moverlo es porque la fuerza de rozamiento supera a la que estamos aplicando (lo cual no significa, por supuesto, que el mueble se mueva en sentido contrario al que estamos empujando).

Experimentalmente se puede comprobar que cuando un objeto desliza sobre una superficie, la intensidad de la fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza que aprieta el objeto sobre la superficie (llamada **fuerza normal, F_N**). El factor de proporcionalidad se conoce como **coeficiente de rozamiento (μ)** y es un número sin unidades que depende de las características de las superficies en contacto: $F_r = \mu \cdot F_N$

En la figura la fuerza normal coincide con el peso (por el principio de acción y reacción), pero en general esto no es así, ya que cuando la superficie está inclinada o se aplica una fuerza oblicua, habrá que hacer la correspondiente composición de fuerzas perpendiculares y paralelas a la superficie de deslizamiento.



Por otro lado, el coeficiente de rozamiento es mayor si el objeto todavía no ha empezado a moverse (coeficiente de rozamiento estático) que una vez iniciado el movimiento (coeficiente dinámico).

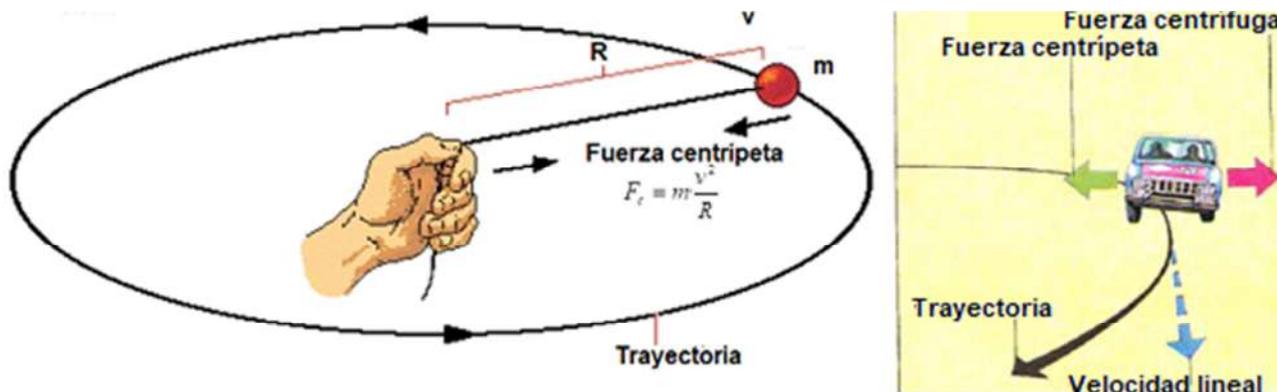
4.3. LA FUERZA CENTRÍPETA

Es la causa de que un movimiento no sea rectilíneo. Por el mero hecho de que la trayectoria de un movimiento sea curva, existirá una fuerza que modifica esta trayectoria. Si es constante y perpendicular a la trayectoria produce un movimiento circular al que,

como ya se indicó, le corresponde una aceleración centrípeta constante. Por tanto, la fuerza centrípeta será el producto de la masa del cuerpo por su aceleración centrípeta:

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

En esta expresión m es la masa, v la velocidad y R la distancia al centro de giro.



El cuerpo en movimiento circular siente la **fuerza centrífuga**, igual en intensidad a la fuerza centrípeta, pero de sentido contrario (principio de acción y reacción de la dinámica). Un ejemplo de estas fuerzas lo encontramos al tomar una curva cuando viajamos en un coche: nuestro cuerpo tiende a continuar en línea recta y por ello nos sentimos impulsados hacia afuera; si no existiera rozamiento de las ruedas con el suelo (que hace de fuerza centrípeta) sólo podríamos viajar en carreteras rectas. Por eso los neumáticos deben tener buena adherencia suelo.

4.4. FUERZAS ENTRE CARGAS ELÉCTRICAS

La materia es eléctricamente neutra, pero cuando un cuerpo pierde electrones de sus átomos queda cargado positivamente, y cuando gana electrones, queda cargado negativamente. La unidad de carga eléctrica del Sistema Internacional es el culombio (C), en honor a **Charles Coulomb**, quien pudo determinar experimentalmente hacia 1777 que la fuerza de interacción electrostática entre dos cuerpos cargados eléctricamente es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa:

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

Esta ley empírica, conocida como Ley de Coulomb, es muy parecida a la de la interacción gravitatoria de Newton pero, siendo también una fuerza a distancia, tiene tres diferencias muy importantes:

- Puede ser de repulsión o de atracción, según que los cuerpos que interactúan tengan cargas de signos iguales o diferentes, respectivamente.
- La constante de proporcionalidad depende del medio en el que se encuentran las cargas.
- El valor de la constante de proporcionalidad es extremadamente grande, valiendo en el vacío $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Curiosamente estas diferencias son las que marcan los parecidos y las diferencias entre la organización del universo a nivel microscópico (el interior de los átomos, donde prevalecen las fuerzas eléctricas) y a nivel macroscópico (las estrellas y galaxias, donde la que prevalece es la interacción gravitatoria).

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Ejemplo 1: Un coche de 1500 kg acelera de cero a 100 km/h en 12 segundos. Calcula:

- La aceleración media que experimenta durante este tiempo.
- La distancia que recorre hasta alcanzar los 100 km/h.
- La fuerza total que actúa sobre el coche

Solución: está claro que la velocidad no es constante en el movimiento de este coche, por lo que podremos calcular la aceleración y la distancia recorrida con las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA); una vez calculada la aceleración, la fuerza se puede obtener con la ecuación fundamental de la dinámica ($F = m \cdot a$). Por coherencia de unidades, conviene poner todos los datos en unidades del Sistema Internacional.

DATOS:

$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$v_o = 0$$

$$v = 100 \text{ km/h} \cong 28 \text{ m/s}$$

$$t = 12 \text{ s}$$

$$a) \ a = ?$$

$$b) \ \Delta S = ?$$

$$c) \ F = ?$$

a) La aceleración se calcula despejando en la ecuación de la velocidad

$$\text{del MRUA: } v = v_o + a \cdot t, \text{ es decir, } a = \frac{v - v_o}{t} = \frac{28 - 0}{12} \text{ m/s}^2 = 2,3 \text{ m/s}^2$$

b) La distancia recorrida coincide con su variación de posición:

$$\Delta S = v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 \times 12 + \frac{2,3 \times 12^2}{2} \text{ m} = 165,6 \text{ m}$$

c) La fuerza total será la resultante entre la fuerza que ejerce el motor y las fuerzas de resistencia y vendrá dada por la ecuación fundamental de la dinámica: $F = m \cdot a = 1500 \times 2,3 \text{ N} = 3500 \text{ N}$

El coche ha experimentado una aceleración de **2,3 m/s²** durante los 12 segundos, en los que ha recorrido **165,6 metros** bajo la acción de una fuerza total de **3500 newtons**

Ejemplo 2: Un coche de 1200 kg que iba a 100 km/h por una carretera horizontal se ve obligado a frenar bruscamente al encontrarse un animal en la calzada, deteniendo el coche después de recorrer 140 metros frenando. Calcula la fuerza de frenado y el coeficiente de rozamiento de las ruedas con el suelo.

Solución: al moverse el coche en una carretera horizontal, la fuerza normal coincide con el peso del coche. Como se supone que el motor deja de ejercer fuerza durante la frenada, la única fuerza que actuará sobre el coche será la del rozamiento con el suelo (hasta que se detenga y suponiendo despreciable la resistencia con el viento). Como se desconoce el coeficiente de rozamiento, lo primero será sacar la aceleración de frenado a partir de los datos de velocidad y distancia de frenado; conocida ésta, podrá sacarse la fuerza de frenado con el 2º principio de la dinámica.

DATOS:

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$v_o = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$$

$$v = 0$$

$$\Delta S = 140 \text{ m}$$

$$F_r = ? \quad \mu = ?$$

$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_o^2}{2\Delta S} = \frac{0 - 27,8^2}{2 \times 140} \text{ m/s}^2 = -2,76 \text{ m/s}^2$$

(El valor negativo significa que es fuerza de frenado, pero para calcular la fuerza de rozamiento tomaremos su valor absoluto, pues ya sabemos que se opone al movimiento)

$$F = F_r = m \cdot a = 1200 \times 2,76 \text{ N} = 33.333 \text{ N}$$

La fuerza normal coincidirá con el peso del coche, es decir:

$$F_N = P = m \cdot g = 1200 \times 9,8 \text{ N} = 11.760 \text{ N}$$

$$F_r = \mu \cdot F_N \Rightarrow \mu = \frac{F_r}{F_N} = \frac{33.333}{11.760} = 2,83$$

El coeficiente de rozamiento obtenido $\mu = 2,83$ es grande, pero esto es lo normal, ya que lo bueno es que las ruedas tengan una adherencia al suelo grande.

Ejemplo 3: ¿Cómo es y cuál es la intensidad de la fuerza con la que interactúan en el vacío dos cuerpos de 10 kg cargados con $+5 \mu C$ y $-4 \mu C$, si se encuentran a una distancia de 20 centímetros? ¿Qué aceleración experimentarán si los liberamos?

DATO: $1 \mu C = 10^{-6} C$ (microculombio).

Solución: Es un problema típico de electrostática en el que, para empezar, hay que decir que la fuerza será de atracción, por tratarse de cargas eléctricas de signos contrarios. Aplicando la Ley de Coulomb puede calcularse la intensidad de la fuerza y, con ella, la aceleración al liberar los cuerpos cargados, que viene dada por la 2ª ley de la dinámica. Previamente habrá que pasar los microculombios a culombios. (El cálculo de la fuerza se hace sin signo, para evitar errores)

DATOS:

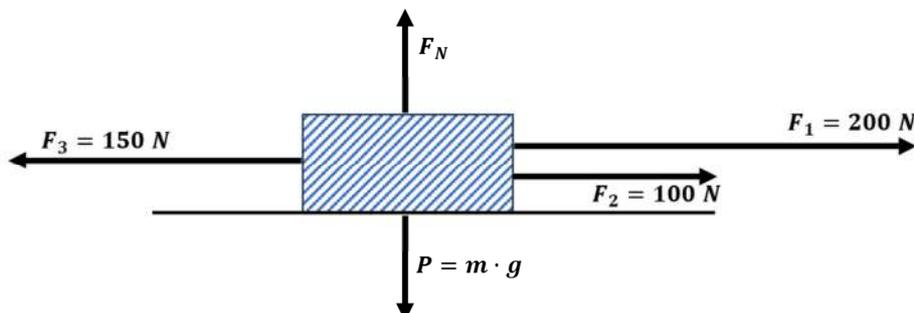
$m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}$
 $q_1 = +5 \mu C = +5 \cdot 10^{-6} C$
 $q_2 = -4 \mu C = -4 \cdot 10^{-6} C$
 $r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$
 $F = ?$
 $a = ?$

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \times \frac{5 \cdot 10^{-6} \times 4 \cdot 10^{-6}}{0,2^2} \text{ N} = 4,5 \text{ N}$$

$$F = F_1 = m_1 \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{4,5}{10} \text{ m/s}^2 = 0,45 \text{ m/s}^2$$

Es decir, al soltarlos se acercarán experimentando una aceleración inicial de $0,45 \text{ m/s}^2$ (como se van a acercar muy rápidamente, la aceleración irá en aumento en cuanto disminuya la distancia de separación (hasta que finalmente choquen y queden pegados)

Ejemplo 4: Sabiendo que el objeto representado tiene una masa de 100 kg y que el coeficiente de rozamiento con la superficie sobre la que se desliza es $\mu = 0,1$, calcula la fuerza resultante de todas las que actúan sobre él, y la aceleración que experimenta este objeto.



Solución: Es un problema típico de dinámica, en el que el objeto se moverá sobre la superficie horizontal, hacia la derecha del dibujo, ya que en este sentido actúan F_1 y F_2 (equivalen a 300 N); en contra actúa F_3 y la fuerza de rozamiento, $F_r = \mu \cdot F_N$. En la dirección vertical no habrá movimiento, ya que se anula la fuerza del peso con la fuerza normal porque, según el principio de acción y reacción, el objeto ejerce sobre la superficie horizontal una fuerza igual a su peso y ésta le devuelve la fuerza normal, que será igual al peso del objeto, $F_N = m \cdot g$, pero de sentido contrario (por eso el objeto no se eleva, ni se hunde en el suelo). Una vez conocida la fuerza total, la aceleración se obtiene a partir del segundo principio de la dinámica.

DATOS:

$m = 100 \text{ kg}$
 $\mu = 0,1$
 $F_T = ?$
 $a = ?$

Fuerza normal: $F_N = P = m \cdot g = 100 \times 9,8 \text{ N} = 980 \text{ N}$

Fuerza de rozamiento: $F_r = \mu \cdot F_N = 0,1 \times 980 \text{ N} = 98 \text{ N}$

Por tanto, la fuerza resultante tendrá dirección horizontal y sentido hacia la derecha de la imagen, siendo su valor:

$$F_T = F_1 + F_2 - F_3 - F_r = 200 + 100 - 150 - 98 \text{ N} = 52 \text{ N}$$

La aceleración se obtiene a partir de la fuerza total:

$$F_T = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{52 \text{ m}}{100 \text{ s}^2} = 0,52 \text{ m/s}^2$$

5. ENERGÍA, TRABAJO Y POTENCIA

Estamos acostumbrados a oír hablar de la energía, de la subida de su precio, de los problemas que existen para conseguirla, incluso de los conflictos que causa en el mundo el control de las fuentes energéticas. Todos sabemos que cuando utilizamos el coche, encendemos la TV, una bombilla, el aparato de música o el ordenador; cuando cocinamos con el microondas o ponemos la calefacción, estamos consumiendo energía, porque nos la cobran. También somos conscientes de que nos cuesta más o menos trabajo subir una cuesta con la bicicleta, llevar la bolsa de la compra a casa o construir un mueble de madera. Por eso es necesario comer todos los días, para “reponer nuestras energías”.



Como vemos, la energía está presente en nuestras vidas a diario pero, ¿sabemos exactamente qué es la energía? En realidad, no podemos decir que sea nada en concreto; sólo podemos afirmar que se trata de **una capacidad que tienen los cuerpos para realizar una transformación**, de modo que un cuerpo puede tener más o menos capacidad para efectuar cambios de distinto tipo (sobre él mismo o sobre otros objetos).



Dependiendo de la cualidad que causa la capacidad de transformación, podemos hablar de **energía cinética** (debida al movimiento) y de **energía potencial** (debida a la posición). Así,

una piedrecita a gran velocidad puede romper el parabrisas del coche (por su energía cinética), pero es inofensiva para éste si está parada. De igual modo, una piedra situada a un metro de altura del suelo puede romper una baldosa si cae (por su energía potencial), pero carece de esa capacidad si está quieta sobre el suelo.



Independientemente de que se trate de energía cinética o potencial, según el fenómeno asociado a la transformación, podemos hablar de **formas de energía**, como la energía potencial gravitatoria, elástica, eléctrica, química, nuclear, electromagnética o calorífica.

Por otro lado, se consideran **fuentes de energía** a los **recursos naturales** de los que se pueden conseguir algunas de las anteriores formas de energía, como por ejemplo, la energía solar, la hidroeléctrica, los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural), la mareomotriz, la eólica, la nuclear, la de la biomasa o la geotérmica.

Los cuerpos pueden intercambiar entre sí la capacidad de transformación (energía), cuando realizan trabajo mecánico, pero también en forma de calor, luz o sonido.

A continuación veremos los aspectos más destacables de las magnitudes asociadas a la energía que, como ya ha quedado claro, está muy relacionada con los movimientos y las fuerzas.



5.1. TRABAJO MECÁNICO

El trabajo mecánico es una de las formas mediante las que los cuerpos pueden intercambiar energía cuando se cumplen estas **tres condiciones**:

- a) Que sobre el cuerpo estudiado actúe una fuerza (es decir, que haya algo que de algún modo tire de él para modificar su forma, su velocidad o su recorrido).
- b) Que el cuerpo se desplace.
- c) Que el desplazamiento no sea perpendicular a la fuerza que lo ocasiona, es decir, que el cuerpo tenga cierto desplazamiento en la dirección en la que actúa la fuerza.

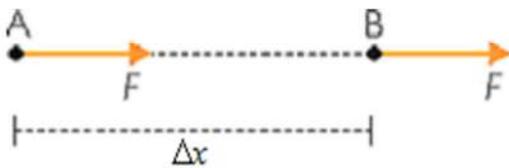
Por ejemplo, cuando esperamos en la fila del autobús sujetando la maleta, solemos decir que “nos cuesta mucho trabajo” esta actividad. En realidad, y por raro que nos parezca, no estamos realizando ningún trabajo mecánico sobre la maleta, ya que, aunque ejercemos una fuerza equivalente a su peso para poderla sujetar, no la desplazamos nada; es más, cuando avanza la fila, y nosotros con ella, seguimos sin realizar trabajo sobre la maleta, ya que el desplazamiento que hacemos ocurre perpendicularmente a la fuerza que ejercemos sobre ella. Únicamente realizamos trabajo cuando subimos la maleta desde el suelo, cuando subimos los peldaños del autobús o cuando la dejamos en el suelo, ya que en estos casos la fuerza y el desplazamiento de la maleta ocurren en la misma dirección.



El ejemplo anterior nos muestra cómo a veces las interpretaciones que hacemos de situaciones y hechos cotidianos no siempre coinciden con la realidad física. En el ejemplo de la maleta, lo que comúnmente llamamos trabajo, en realidad es esfuerzo (realizar fuerza).

Para ser más precisos, definamos matemáticamente el **trabajo mecánico**, que se designa con la letra W (del inglés, ‘work’) como el producto de la fuerza por el desplazamiento que realiza el cuerpo al que se le aplica dicha fuerza:

$$W = F \cdot \Delta x$$



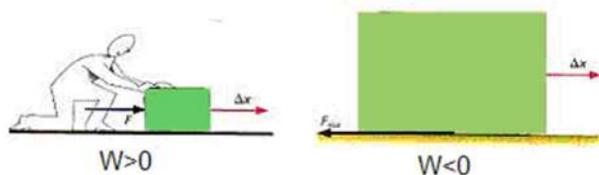
En esta ecuación:

F es la fuerza ejercida (se mide en newtons, N)

Δx es el desplazamiento del cuerpo en la dirección de la fuerza aplicada (se mide en metros, m).

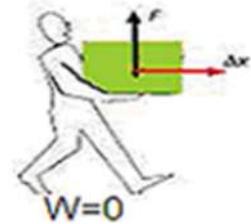
La unidad de trabajo en el Sistema Internacional se llama *julio* (J), en honor a J.P.Joule, científico inglés del siglo XIX que realizó importantes aportaciones en el estudio de la energía. Por tanto, $1 J = 1 N \cdot m$ (1 julio = 1 newton · metro)

Cuando la fuerza actúa **en la misma dirección y sentido** que el desplazamiento, el **trabajo realizado es positivo** (se aumenta la capacidad de cambio del cuerpo, por adquirir más velocidad), pero cuando el desplazamiento ocurre **en sentido opuesto** a la fuerza, el **trabajo es negativo** (es lo que ocurre, por ejemplo, con las **fuerzas de rozamiento**, que siempre actúan en contra del movimiento, lo que quita al cuerpo en movimiento capacidad de transformación, llegando incluso a poder detenerlo).



TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Finalmente, si la **fuerza es perpendicular al desplazamiento, no realiza ningún trabajo** sobre el cuerpo, ya que no contribuye al aumento de su velocidad.

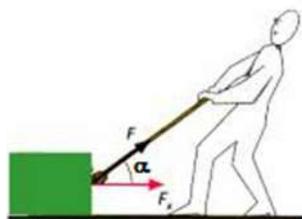


El trabajo realizado por fuerzas a favor del movimiento son positivos; los de fuerzas en contra del movimiento son negativos y los de fuerzas perpendiculares al movimiento son nulos.

Las **fuerzas de rozamiento** siempre realizan trabajo negativo ya que, por definición, se oponen al movimiento.

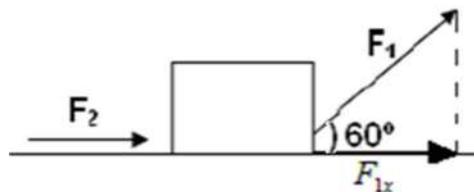
Todo lo anterior puede resumirse en una ecuación en la que se incluye la llamada **fuerza eficaz**, que es la proyección de la fuerza aplicada sobre la dirección de desplazamiento:

$$W = F_x \cdot \Delta x$$



donde F_x es la fuerza eficaz, que se puede obtener por descomposición de la fuerza aplicada ($F_x = F \cdot \cos \alpha$, siendo $\cos \alpha$ un valor comprendido entre -1 y $+1$, que puede obtenerse con la calculadora; se llama **coseno del ángulo α** que forman la fuerza aplicada y el desplazamiento).

Ejemplo 1: trabajo realizado por las fuerzas representadas ($\cos 0^\circ = 1$; $\cos 60^\circ = 0,5$):

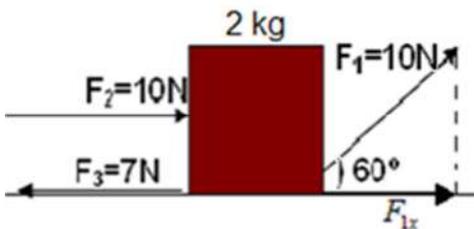


$$W_1 = F_{1x} \cdot \Delta x = F_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot \Delta x = 0,5 \cdot F_1 \cdot \Delta x$$

$$W_2 = F_{2x} \cdot \Delta x = F_2 \cdot \cos 0^\circ \cdot \Delta x = F_2 \cdot \Delta x$$

Ejemplo 2: trabajo realizado las fuerzas representadas cuando actúan sobre un cuerpo de 2 kg, si lo desplazan 50 metros:

Según la imagen, el trabajo realizado por cada una de las fuerzas representadas para realizar un desplazamiento $\Delta x = 50 \text{ m}$ será:



$$W_1 = F_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot \Delta x = 10 \cdot 0,5 \cdot 50 \text{ J} = 250 \text{ J}$$

$$W_2 = F_2 \cdot \cos 0^\circ \cdot \Delta x = 10 \cdot 1 \cdot 50 \text{ J} = 500 \text{ J}$$

$$W_3 = F_3 \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta x = 7 \cdot (-1) \cdot 50 \text{ J} = -350 \text{ J}$$

El **trabajo total** será la suma de los trabajos que realiza cada fuerza por separado:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 250 + 500 - 350 \text{ J} = 400 \text{ J}$$

Este trabajo total también se podría calcular como el realizado por la fuerza resultante o total en la dirección del desplazamiento del objeto:

$$F_T = F_{1x} + F_2 - F_3 = 10 \cdot \cos 60^\circ + 10 - 7 \text{ N} = 10 \cdot 0,5 + 3 \text{ N} = 5 + 3 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

$$W_T = F_T \cdot \Delta x = 8 \cdot 50 \text{ J} = 400 \text{ J}$$

Ejemplo 3: trabajo realizado por cada fuerza de la figura después de 3 segundos, si el cuerpo representado tiene una masa de 2 kg y está inicialmente en reposo.



En este caso, para calcular la distancia recorrida (el desplazamiento), hay que calcular antes la fuerza total en el sentido del movimiento ($F_T = F - F_r$) y con ésta la aceleración a partir de la ecuación fundamental de la dinámica ($F_T = m \cdot a$); luego, por cinemática se obtiene Δx para un MRUA para un tiempo, $t = 3s$:

$$F_T = F - F_r = 16 - 4 \text{ N} = 12 \text{ N} \quad ; \quad F_T = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{12}{2} \text{ m/s}^2 = 6 \text{ m/s}^2$$

El espacio o distancia recorrida, Δx , será:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 \cdot 3 + \frac{6 \cdot 3^2}{2} \text{ m} = 27 \text{ m}$$

Y el trabajo de cada fuerza y el total:

$$W = F \cdot \Delta x = 16 \cdot 27 \text{ J} = 432 \text{ J} \quad ; \quad W_r = -F_r \cdot \Delta x = -4 \cdot 27 \text{ J} = -108 \text{ J}$$

$$W_T = W + W_r = 432 - 108 \text{ J} = 324 \text{ J}$$

5.2. POTENCIA

Habitualmente asociamos la calidad de una máquina con la potencia que tiene. Un ejemplo son los coches: uno con más potencia puede hacer adelantamientos más rápidos y seguros que otro de menos potencia. La clave está en realizar un mismo trabajo en menos tiempo.

Por eso se define la potencia como una magnitud física que mide la rapidez con la que se realiza un trabajo y nos da una idea de la calidad de éste:

$$P = \frac{W}{t}$$

La **unidad de potencia en el Sistema Internacional es el vatio (W)**, aunque otra unidad muy utilizada es el **caballo de vapor (CV)** que es una unidad tradicional, cuyo origen está en la época en la que empezaron a construirse las primeras máquinas de vapor para bombear agua de las minas de carbón en la Inglaterra de finales del siglo XVIII; para convencer a los dueños de las minas de la valía de estas máquinas, tenían que compararlas con los pequeños ponis en la labor en la que pretendían sustituirlos: elevar a un hombre de 75 kg a un metro de altura en un segundo. Es decir, **1 CV = 735 W**

El nombre de la unidad de potencia en el Sistema Internacional es en honor a James Watt, ingeniero escocés de principios del siglo XIX que perfeccionó considerablemente la máquina de vapor, haciendo que ésta alcanzara la importancia que supuso en su época.

Ejemplo 1: dos personas suben tres cajas de 10 kg cada una encima de una mesa de 1 metro de altura. Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una. ¿Cuál de las dos realiza más trabajo?

$$\text{Persona 1: } W_1 = m \cdot g \cdot \Delta x = 30 \cdot 9,8 \cdot 1 \text{ J} = 294 \text{ J}$$

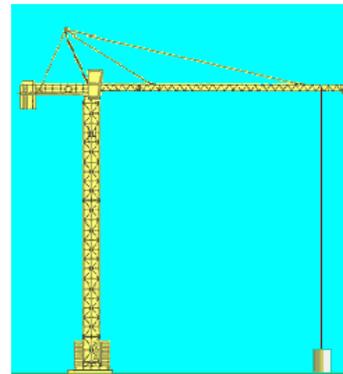
$$\text{Persona 2: } W_{\text{caja}} = m \cdot g \cdot \Delta x = 10 \cdot 9,8 \cdot 1 = 98 \text{ J}, \text{ y el trabajo total que realizará esta persona será } W_2 = 3 \cdot W_{\text{caja}} = 3 \cdot 98 \text{ J} = 294 \text{ J}$$

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo. Lo que pasa es que la persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una, es decir, es más potente.

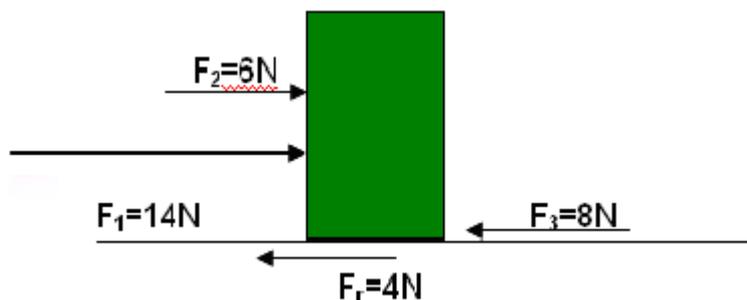
Ejemplo 2: dos grúas suben un cuerpo de 100 kg a una altura de 20 metros. La primera tarda 40 s y la segunda 50 s. Calcular la potencia que desarrolla cada grúa.

En este caso, el trabajo corresponde a elevar a velocidad constante el cuerpo de 100 kg hasta la altura deseada, realizando en ambos casos una fuerza equivalente al peso del mismo ($m \cdot g$):



$$P = \frac{W}{t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta x}{t} \Rightarrow \begin{aligned} P_1 &= \frac{100 \cdot 9,8 \cdot 20}{40} = 490 \text{ W} \\ P_2 &= \frac{100 \cdot 9,8 \cdot 20}{50} = 392 \text{ W} \end{aligned}$$

Ejemplo 3: sobre un cuerpo de 2 kg, inicialmente en reposo, actúan las fuerzas que se indican en el dibujo. Sabiendo que la fuerza de rozamiento vale 4 N, calcular la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 segundos.



$$F_T = F_1 + F_2 - F_3 - F_r = 14 + 6 - 8 - 4 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

$$F_T = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{8}{2} \text{ m/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

El espacio que recorrerá el cuerpo en 10 segundos será:

$$\Delta x = v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 \cdot 10 + \frac{4 \cdot 10^2}{2} = 200 \text{ m}$$

El trabajo realizado por cada fuerza es:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= F_1 \cdot \Delta x = 14 \cdot 200 \text{ J} = 2800 \text{ J} \\ W_2 &= F_2 \cdot \Delta x = 6 \cdot 200 \text{ J} = 1200 \text{ J} \\ W_3 &= -F_3 \cdot \Delta x = -8 \cdot 200 \text{ J} = -1600 \text{ J} \\ W_r &= -F_r \cdot \Delta x = -4 \cdot 200 \text{ J} = -800 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_T = W_1 + W_2 + W_3 + W_r = 2800 + 1200 - 1600 - 800 \text{ J} = 1600 \text{ J}$$

O también: $W_T = F_T \cdot \Delta x = 8 \cdot 200 \text{ J} = 1600 \text{ J}$

La potencia realizada por cada fuerza en ese tiempo será $P = \frac{W}{t}$:

$$P_1 = \frac{W_1}{t} = \frac{2800}{10} \text{ W} = 280 \text{ W} \quad ; \quad P_2 = \frac{W_2}{t} = \frac{1200}{10} \text{ W} = 120 \text{ W}$$

$$P_3 = \frac{W_3}{t} = \frac{-1600}{10} \text{ W} = -160 \text{ W} \quad ; \quad P_r = \frac{W_r}{t} = \frac{-800}{10} \text{ W} = -80 \text{ W}$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_r = 280 + 120 - 160 - 80 = 160 \text{ W}, \text{ o también } P_T = \frac{W_T}{t} = \frac{1600}{10} = 160 \text{ W}$$

5.3. ENERGÍA

Como ya se ha señalado, la energía es la capacidad que tienen los cuerpos de producir trabajo y, por tanto, se medirá en las mismas unidades que éste: en el **sistema internacional es el julio (J)**.

De los muchos tipos de energía que hay, nos centraremos en la energía cinética, la potencial y la mecánica.

5.3.1. ENERGÍA CINÉTICA

La **energía cinética** es la que tiene un cuerpo por el hecho de tener **masa y velocidad**.

Para tener en cuenta la masa y la velocidad de los cuerpos que se mueven, **la energía cinética (E_c)**, que se mide en julios (J), se calcula como la mitad del producto de la masa y el cuadrado de la velocidad y, por tanto, nunca puede ser negativa:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Ejemplo 1: comparar la energía cinética de un coche de 1.000 kg a 72 km/h con la de otro igual que se mueve a 36 km/h, y con la de un camión de 3.000 kg a esta misma velocidad.

Energía cinética

Coche 1



velocidad (v) = 72 km/h = 20 m/s
masa (m) = 1.000 kg

energía cinética = $\frac{mv^2}{2} = 200.000 \text{ J}$

Coche 2



velocidad (v) = 36 km/h = 10 m/s
masa (m) = 1.000 kg

energía cinética = $\frac{mv^2}{2} = 50.000 \text{ J}$

Camión



velocidad (v) = 36 km/h = 10 m/s
masa (m) = 3.000 kg

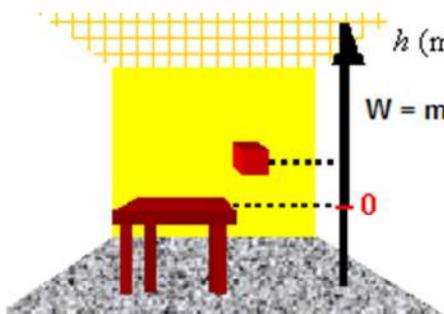
energía cinética = $\frac{mv^2}{2} = 150.000 \text{ J}$

Ejemplo 2: calcular la velocidad de un cuerpo de 10 kg cuya energía cinética es 4.500 J.

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_c}{m} ; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{10 \text{ kg}}} = \sqrt{900 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 30 \text{ m/s}$$

5.3.2. ENERGÍA POTENCIAL

Es la que tiene un cuerpo por el hecho de ocupar un lugar en el espacio, como consecuencia de colocarlo en ese lugar contra una fuerza que actúa permanentemente sobre él. Por ejemplo, cuando comprimimos un muelle, éste acumula una energía porque, en cuanto lo liberemos, la fuerza elástica devolverá el trabajo que tuvimos que hacer para comprimirlo. El muelle comprimido tendría energía potencial elástica.



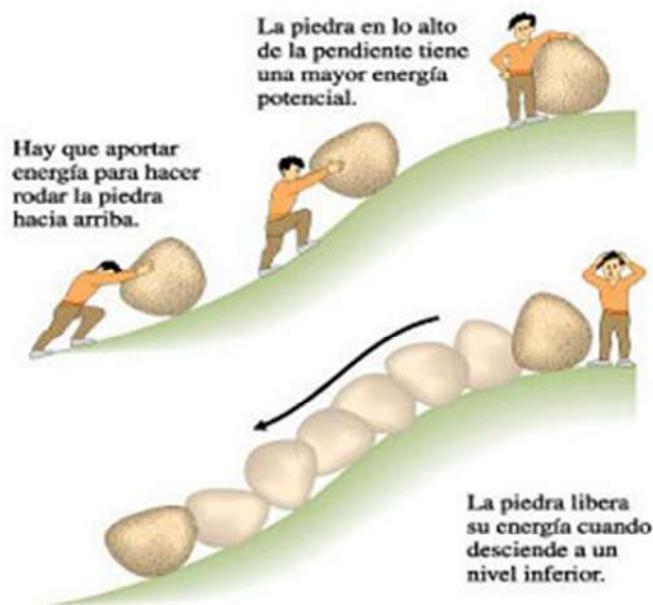
Nos centraremos ahora en la **energía potencial gravitatoria**, que es la que tiene cualquier cuerpo por el mero hecho de estar situado a cierta altura, h .

Esta energía coincide con el trabajo que habría que realizar **venciendo el peso del cuerpo**, $P = m \cdot g$, para colocarlo a dicha altura. Como el peso de los cuerpos siempre es una fuerza perpendicular a la superficie terrestre, este trabajo será $W = m \cdot g \cdot h$.

Igual que cuando se estira un arco, este trabajo para colocar el cuerpo a la altura h es una energía almacenada, ya que, si se soltara desde esa altura, llegaría al suelo con una energía que podría, por ejemplo, romper una baldosa.

La **energía potencial gravitatoria** se calcula, pues, como el producto de la masa del cuerpo por la aceleración de la gravedad y por la altura a la que se encuentre:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$



Como la energía potencial se calcula a partir de un trabajo, **se medirá en julios (J)**.

Ejemplo 1: energía potencial gravitatoria que tiene un cuerpo de 8 kg, que se encuentra a 50 m. de altura.

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times 50 \text{ m} = 3.920 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 3.920 \text{ J}$$

Ejemplo 2: calcular la masa de un cuerpo que se encuentra a 20 metros de altura y tiene una energía potencial de 1.000 J.

$$E_p = m \cdot g \cdot h \rightarrow m = \frac{E_p}{g \cdot h} = \frac{1.000 \text{ J}}{9,8 \text{ m/s}^2 \times 20 \text{ m}} = 5,1 \text{ m}$$

5.3.3. ENERGÍA MECÁNICA

La **energía mecánica** de un cuerpo es la debida a su posible movimiento y, por tanto, es igual a la **suma de sus energías cinética y potencial**:

$$E_M = E_c + E_p$$

Ejemplo: energía mecánica de un avión de 14000 kg que vuela a 200 metros de altura a una velocidad de 400 m/s.

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{14000 \text{kg} \cdot 400^2 \text{m}^2 / \text{s}^2}{2} = 1.120.000.000 \text{ J} = 1,12 \cdot 10^9 \text{ J} \\ E_p &= m \cdot g \cdot h = 14000 \text{kg} \cdot 9,8 \text{m} / \text{s}^2 \cdot 200 \text{m} = 27.440.000 \text{ J} = 2,744 \cdot 10^7 \text{ J} \end{aligned} \right\} E_M = E_c + E_p = 1,14744 \cdot 10^9 \text{ J}$$

5.4. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

La experiencia demuestra que *la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma*.

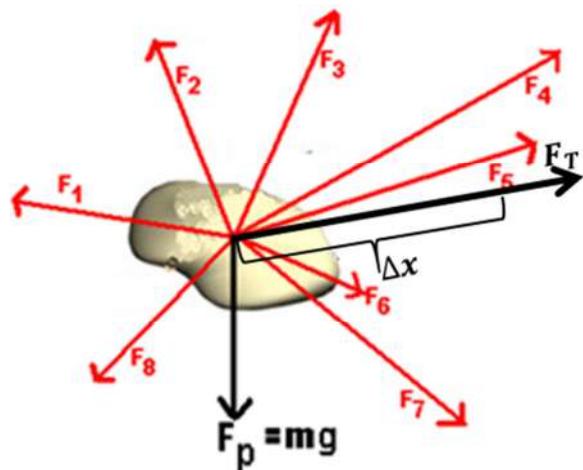
Este enunciado, llamado **principio de conservación de la energía**, es comprensible si se tiene en cuenta que cuando algo cambia, por ganar o perder energía, la nueva situación es capaz de producir otros cambios y, por tanto, la capacidad de transformación se conserva.

En los apartados anteriores hemos visto expresiones matemáticas para calcular las energías cinética (la debida al movimiento, $E_c = m \cdot \frac{v^2}{2}$) y potencial gravitatoria (la debida a la posición o altura, $E_p = m \cdot g \cdot h$).

A continuación veremos cómo al relacionar las variaciones de velocidad (cinemática) con las causas de que ocurran (las fuerzas) surgen las anteriores fórmulas cuando se pretende calcular el trabajo realizado sobre el cuerpo estudiado.

Pensemos en un cuerpo sobre el que actúan muchas fuerzas, pero cuya suma total equivalga a una **fuerza total**, F_T . El trabajo que esta fuerza realiza sobre el cuerpo, suponiendo que le cause un desplazamiento Δx en la dirección de la fuerza total, será $W_T = F_T \cdot \Delta x$

Aplicando la segunda ley de la dinámica, dicha fuerza tiene que ser igual al producto de la masa del cuerpo sobre el que se aplica, por la aceleración que le produce: $F_T = m \cdot a$
De este modo el trabajo que realiza la fuerza total será $W_T = m \cdot a \cdot \Delta x$



Despejando el término $a \cdot \Delta x$ a partir de la expresión de cinemática para el MRUA (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado) $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$, resulta:

$$a \cdot \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2} \rightarrow W_T = m \cdot \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} \right) = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

Es decir:

$$W_T = E_c - E_{c0}$$

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

El resultado anterior es la forma matemática del **teorema de las fuerzas vivas**:

“El trabajo realizado por el conjunto de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo durante cierto tiempo, se utiliza exclusivamente para producir una variación de su energía cinética, $W_T = \Delta E_c$ ”

El anterior teorema se puede completar distinguiendo dos tipos de fuerzas de entre las que pueden actuar sobre los cuerpos: las que conducen a una energía potencial (como el peso o las fuerzas elásticas) y las demás fuerzas. Si las denominamos F_p y F_n , respectivamente, la fuerza total sería su suma, $F_T = F_p + F_n$, por lo que el trabajo total puede también expresarse como suma de dos trabajos, $W_T = W_p + W_n$.

Ahora bien, por definición, el trabajo realizado en contra de la fuerza del peso, equivale a la variación de la energía potencial (si subimos un objeto realizando una fuerza igual a su peso, el trabajo realizado equivale al aumento de su energía potencial, $-W_p = m \cdot g \cdot \Delta h$).

Por tanto, $-W_p = -\Delta E_p$ y, aplicando el **teorema de las fuerzas vivas**, resulta:

$$-\Delta E_p + W_n = \Delta E_c \quad \text{que se puede escribir así:} \quad W_n = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Recordemos ahora que la energía mecánica es la suma de las energías cinética y la potencial, finalmente tenemos:

$$W_n = \Delta E_M$$

El significado de la anterior expresión matemática es que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, excepto su peso, se invierte en **modificar su energía mecánica**. Por tanto, si no actúa ninguna otra fuerza más que el peso, cualquier cuerpo tiene que **conservar su energía mecánica**.

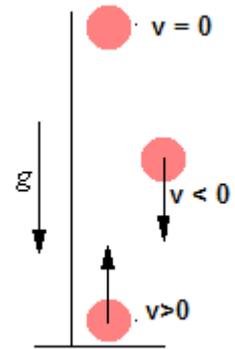
La última fórmula puede escribirse de forma más detallada cuando se analiza un problema concreto:

$$W_n = \left(\frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right) - \left(\frac{m \cdot v_o^2}{2} + m \cdot g \cdot h_o \right)$$

En general, será más fácil resolver el problema aplicando este nuevo teorema de conservación de la energía mecánica, que haciéndolo por cinemática.

Ejemplo 1: se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de 100 gramos con una velocidad de 36 km/h. Calcula su energía cinética y potencial: en los siguientes momentos:

- Quando es lanzada hacia arriba.
- Quando llega a su altura máxima.
- Quando choca por primera vez con el suelo.



Solución: El problema puede resolverse muy fácilmente por el teorema de conservación de la energía mecánica, ya que, una vez lanzada hacia arriba, la única fuerza que actúa sobre la pelota es su propio peso. En realidad, sí que existen siempre fuerzas en nuestro entorno que, aunque pequeñas, se oponen al movimiento de los cuerpos (resistencia al aire, rozamientos, etc), por lo que realizan trabajo negativo que disminuye la energía mecánica. Por eso, al cabo de varios rebotes la pelota acaba deteniéndose. Sin embargo, en este problema no disponemos de datos para poder hacer los cálculos exactos

DATOS:

$$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

$$v_o = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$E_c = ?, E_p = ?$$

- $t = 0$
- $h = h_{\text{máx}}$
- $h = 0$

Por balance de energía mecánica el problema se resuelve muy fácilmente, ya que ésta permanece constante porque no hay fuerzas distintas al peso. Por tanto,

$$W_n = \Delta E_M; W_n = 0 \Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M - E_{MO} = 0$$

$$E_M = E_{MO}$$

Calculando la energía mecánica inicial prácticamente estará resuelto el problema:

a) En la salida, $h_o = 0$; $v_o = 10 \text{ m/s}$;

$$E_{po} = m \cdot g \cdot h_o = 0; E_{co} = \frac{m \cdot v_o^2}{2} = \frac{0,1 \times 10^2}{2} = 5 \text{ J}; E_{MO} = 5 \text{ J}$$

b) En el punto de máxima altura debe ocurrir que la velocidad es nula (deja de subir y empieza a bajar). Como la energía mecánica sigue siendo la misma y ahora $E_c = 0$ (porque $v = 0$), $E_p = E_{MO} = 5 \text{ J}$; la altura máxima puede calcularse a partir de la energía potencial:

$$E_p = m \cdot g \cdot h_{\text{máx}} \Rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{E_p}{m \cdot g} = \frac{5}{0,1 \times 9,8} \text{ m} = 5,1 \text{ m}$$

c) En el momento en el que regresa al suelo, la altura, h , vuelve ser nula, por lo que $E_p = 0$ y, como la energía mecánica coincide con la inicial, la energía cinética es la misma con la que salió y, por tanto, la velocidad es la misma (aunque negativa, pues desciende):

$$E_c = E_{MO} = 5 \text{ J}; E_c = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = -\sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = -\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{0,1}} \text{ m/s} = -\sqrt{100} \text{ m/s} = -10 \text{ m/s}$$

Comprueba que se puede llegar a estos resultados planteando el problema por cinemática, aunque los cálculos sean un poco más complicados.

Ejemplo 2: demuestra que se cumple el principio de conservación de la energía mecánica cuando se lanza desde el suelo verticalmente hacia arriba un cuerpo de 2 kg, con una velocidad inicial de 40 m/s.

Solución: Recordemos que este tipo de problemas puede resolverse más fácilmente utilizando el principio de conservación de la energía mecánica: calculando la energía mecánica en uno de los puntos considerados, en el resto tiene que ser siempre la misma

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

(ya que la única fuerza que actúa es el peso). Por tanto, sabiendo la altura (energía potencial) podrá sacarse la velocidad (de la energía cinética) y viceversa. Lo único que ocurre a lo largo del lanzamiento es un intercambio entre energía cinética y potencial siendo siempre su suma constante (la energía mecánica).

Para resolver el problema **por cinemática**, recordemos las ecuaciones del movimiento de caída libre, al que se ajusta este problema:

$v = v_o - g \cdot t$	Ecuación de la velocidad, que va disminuyendo, hasta hacerse nula y luego negativa (descenso).
$h = v_o \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$	Ecuación de la altura (suponiendo que la altura inicial es cero), que va aumentando hasta tener un valor máximo y luego disminuye hasta regresar al suelo ($h = 0$)
$v^2 - v_o^2 = -2 \cdot g \cdot h$	Esta ecuación resulta de eliminar el tiempo entre las dos ecuaciones anteriores; relaciona velocidad y altura en cada momento.

Aplicando las ecuaciones anteriores a distintos tiempos, se obtienen estos resultados:

t (s)	$v = v_o - g \cdot t$ (m/s)	$h = v_o \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$ (m)	$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$ (J)	$E_p = m \cdot g \cdot h$ (J)	$E_M = E_c + E_p$ (J)
0,00	40,0	0,0	1600,00	0,00	1600,00
1,00	30,2	35,1	912,04	687,96	1600,00
2,00	20,4	60,4	416,16	1183,84	1600,00
3,00	10,6	75,9	112,36	1487,64	1600,00
4,08	0,0	81,6	0,00	1600,00	1600,00
5,00	-9,0	77,5	81,00	1519,00	1600,00
6,00	-18,8	63,6	353,44	1246,56	1600,00
7,00	-28,6	39,9	817,96	782,04	1600,00
8,16	-40,0	0,0	1600,00	0,00	1600,00

Como puede observarse, en todo momento la suma de las energías cinética y potencial es siempre la misma (1600 J), de tal modo que cuando sale el objeto y cuando vuelve a caer en el mismo punto del que salió, toda su energía mecánica es cinética.

La energía cinética va disminuyendo hasta hacerse cero y luego vuelve a aumentar cuando desciende el objeto; la energía potencial evoluciona al revés

Como vemos, la energía mecánica se siempre es la misma; se cumple el principio.

6. TEMPERATURA Y CALOR

Todos sabemos que cuando calentamos un objeto su temperatura aumenta. A menudo pensamos que calor y temperatura son lo mismo, pero no es así, ya que, aunque están relacionados, son conceptos diferentes, como veremos a continuación.

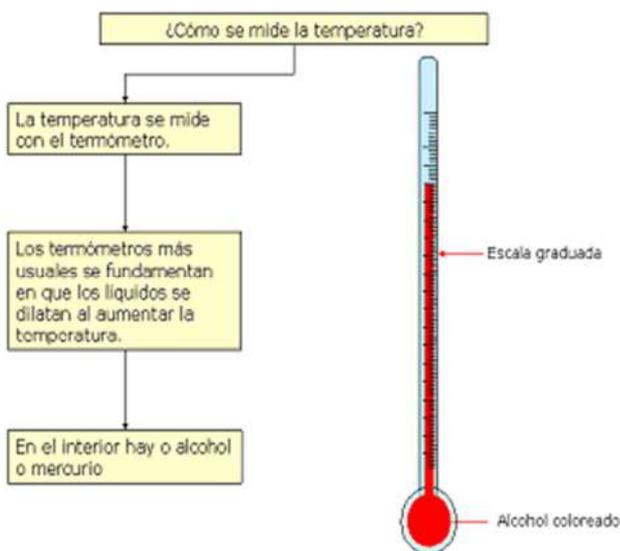
6.1. LA TEMPERATURA

La temperatura es una propiedad de la materia que suele considerarse como una medida del calor o energía térmica de las partículas de las sustancias, aunque en realidad lo que mide es la **energía cinética media** de estas partículas y no depende ni del tamaño de las partículas, ni de su número.

La temperatura no es energía, sino una medida de ella y se pone de manifiesto por los efectos que produce sobre la materia, ya que la mayor o menor energía cinética de las partículas produce la **dilatación** o **contracción** de los objetos, pero también puede producir **cambios de estado** (si aumenta hace que la sustancia pase de sólido a líquido y luego a vapor, y a la inversa si disminuye), o la **variación de la resistencia eléctrica**.

Los **termómetros** son aparatos que **permiten medir la temperatura** basados en la medida de una **propiedad termométrica** (la altura del mercurio o de un líquido coloreado en el interior de un tubo delgado, la longitud de un hilo metálico, la resistencia eléctrica de un conductor, etc) que varía con la temperatura.

Para que las medidas sean comprensibles por cualquier persona será necesario utilizar una **escala de temperatura**, en la que se establecen los valores de temperatura en dos situaciones de referencia fácilmente reproducibles, que suelen ser los puntos de fusión y ebullición del agua.



Las escalas más utilizadas son la centígrada, la kelvin y la fahrenheit:

- **La escala centígrada ($^{\circ}C$):** está dividida en 100 grados, asignando $0^{\circ}C$ y $100^{\circ}C$ a las temperaturas de congelación y de ebullición del agua, respectivamente.
- **La escala fahrenheit ($^{\circ}F$):** está dividida en 180 grados, asignando $32^{\circ}F$ y $212^{\circ}F$ a las temperaturas de congelación y de ebullición del agua, respectivamente.
- **La escala kelvin (K):** se obtiene sumando 273 a la escala centígrada. Se conoce también como **escala absoluta** de temperatura, ya que en ella la mínima e inalcanzable temperatura en el universo ($-273^{\circ}C$) corresponde a $0 K$, de ahí que se conozca como **cero absoluto de temperatura**.

Para pasar de una escala a otra utilizaremos las siguientes relaciones:

PUNTO DE REFERENCIA	$^{\circ}F$	$^{\circ}C$	K
El agua hierve a	212	100	373
Temperatura Ambiente	72	23	296
El agua se congela a	32	0	273
Cero Absoluto	-460	-273	0

$$\frac{^{\circ}C}{100} = \frac{K - 273}{100} = \frac{^{\circ}F - 32}{180}$$

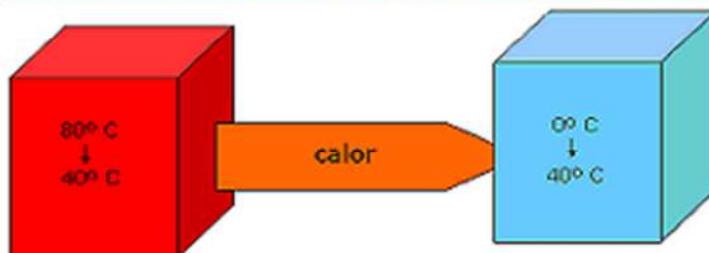
6.2. CALOR

El calor es una forma de energía que se transfiere desde un cuerpo a mayor temperatura (cuerpo “caliente”), a otro de menor temperatura (cuerpo “frío”).

Los cuerpos no pueden tener calor ya que **el calor es algo que “fluye”** entre dos cuerpos a distinta temperatura. Para que exista calor debe existir diferencia de temperatura, pero no todos los cuerpos transmiten el calor con igual facilidad, aunque sea igual la variación de la temperatura.

El calor **se mide en julios**, igual que el trabajo y la energía, aunque tradicionalmente se ha utilizado la **caloría**, definida como el calor necesario para aumentar en un grado centígrado la temperatura de un gramo de agua (más exactamente, para pasar de $14,5^{\circ}\text{C}$ a $15,5^{\circ}\text{C}$).

El calor es una forma de energía que se transfiere desde los cuerpos que están a mayor temperatura a los que están a menor temperatura.



El **calor específico o capacidad calorífica específica** de un cuerpo, C_e , es una magnitud física relacionada con la anterior definición, ya que es el calor que necesita 1 gramo de sustancia para aumentar 1 grado centígrado su temperatura, por lo que **el calor específico del agua es $1 \text{ cal} / \text{g}^{\circ}\text{C}$** .

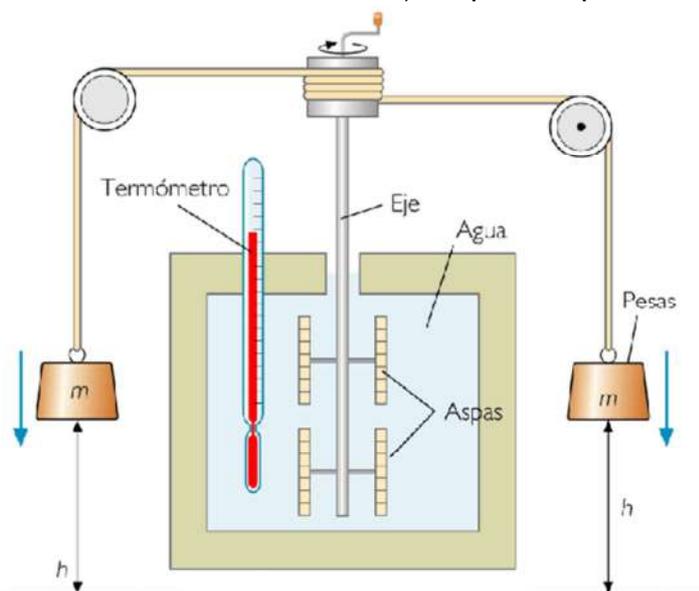
No es de extrañar que para definir la unidad tradicional de calor se haya utilizado como referencia el agua, ya que es una sustancia especial, imprescindible en nuestras vidas y asequible en cualquier lugar. De hecho, se ha utilizado como referencia para muchas otras magnitudes físicas (masa, volumen, densidad, escalas de temperatura, etc).

Las cualidades térmicas del agua también son excepcionales, ya que necesita ganar o perder mucho calor para modificar un poco su temperatura, haciendo de **moderador térmico**, que se pone de manifiesto, por ejemplo, en las regiones costeras, donde el clima es más benigno que en las continentales de igual latitud.

Aunque en los comienzos del estudio de las máquinas térmicas (la máquina de vapor, motores de combustión, etc) se pensó que el calor era una especie de fluido, **J.P. Joule**

demonstró que el calor no es más que una forma de energía. Para ello realizó un experimento en el que conseguía elevar la temperatura de un recipiente con agua mediante paletas agitadoras movidas al caer un objeto desde una altura conocida. De este modo determinó el llamado **equivalente mecánico del calor**:

$1 \text{ caloría} = 4,18 \text{ julios}$



En el Sistema Internacional de unidades, se utiliza el julio como unidad de trabajo, energía y, por tanto, calor, por lo que será conveniente tenerlo en cuenta en problemas que

queramos resolver. Como consecuencia de la anterior equivalencia, **en unidades del S.I el calor específico del agua será $4.180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$**

El cociente entre el calor, Q , y el incremento o variación de temperatura, $\Delta T = T - T_o$, se llama capacidad calorífica, $C = \frac{Q}{\Delta T}$.

El calor específico, C_e , es la capacidad calorífica por unidad de masa, por lo que el calor ganado o perdido por un cuerpo viene dado por la siguiente ecuación:

$$Q = m \cdot C_e \cdot (T - T_o)$$

En la ecuación anterior, Q es el calor intercambiado, m la masa del cuerpo y C_e , su calor específico. Las temperaturas final e inicial son T y T_o , respectivamente.

El calor fluye del cuerpo "caliente" al cuerpo "frío" hasta que se igualan las temperaturas, consiguiendo lo que se llama el **equilibrio térmico**, en el que se cumplirá lo siguiente:

$$Q_{ganado} = -Q_{cedido}$$
$$m_F \cdot C_{eF} \cdot (T - T_F) = -m_C \cdot C_{eC} \cdot (T - T_C)$$

Ejemplo: Se mezclan 2 kg de agua a 40°C con 1 kg de agua a 20°C, ¿Cuál será la temperatura final? (calor específico del agua: 4180 J / kg°C)

Solución: El agua a mayor temperatura cede energía a la más fría, hasta conseguir el equilibrio térmico a una temperatura intermedia T , de forma que $Q_{ganado} = -Q_{cedido}$. Como la sustancia fría y caliente es agua, tendremos:

$$m_F \cdot C_F \cdot (T - T_F) = -m_C \cdot C_C \cdot (T - T_C)$$

Sustituyendo valores y desarrollando, queda:

$$1 \cdot 4180 \cdot (T - 20) = -2 \cdot 4180 \cdot (T - 40) \quad \rightarrow \quad T - 20 = -2 \cdot T + 80 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot T = 100$$

Resolviendo la última ecuación, sale $T = 33,3^\circ\text{C}$

6.3. CAMBIOS DE ESTADO

Para que una sustancia pase de sólido a líquido (fusión) o de líquido a gas (evaporación) es necesario separar sus moléculas aportando una energía llamada calor latente (del correspondiente cambio de estado), que es característica de cada sustancia. De igual modo, en los cambios de estado regresivos (solidificación-de líquido a sólido-, o condensación-de gas a líquido-) se libera una energía equivalente al **calor latente**.

Por tanto, cuando se alcance la temperatura de un cambio de estado, en los términos de Q_{ganado} o Q_{cedido} del balance calorífico **habrá que añadir el calor latente** (positivo o negativo, según proceda) de dicho cambio:

$$Q_L = m \cdot L_c$$

En esta ecuación L_c es el **calor latente específico del cambio de estado de la sustancia, por cada kilogramo** (están tabulados para muchos materiales); m es la masa en kilogramos de la sustancia que experimenta el cambio de estado, y Q_L es el calor latente del cambio de estado para los m kilogramos de sustancia.

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Ejemplo 1: en un calorímetro que contiene 900 gramos de agua a 25°C se añaden 100 gramos de hielo a -10°C . Sabiendo que el calor específico del hielo es $2090 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$, el del agua $4180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ y que el calor latente de fusión del agua es 334 J/kg , calcula la temperatura de equilibrio que alcanzará el agua del termo.

Solución: Este es un caso de intercambio de calor con cambio de estado incluido, ya que lo normal es que se llegue a una temperatura por encima de 0°C (punto de fusión del hielo), pero menor de los 25°C a los que se encontraba el agua caliente.

DATOS:

$$T_A = 25^{\circ}\text{C}$$

$$m_A = 900 \text{ g}$$

$$= 0,9 \text{ kg}$$

$$T_H = -10^{\circ}\text{C}$$

$$m_H = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

$$C_H = 2090 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

$$C_A = 4180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

$$L_F = 334 \text{ J/kg}$$

$$T = ?$$

El agua caliente cederá calor (Q_{cedido}) al hielo, que lo ganará (Q_{ganado}), haciendo que suba su temperatura hasta 0°C , se funda a esta temperatura y, ya como agua líquida, se calienta hasta la temperatura de equilibrio, T :

$$Q_{ganado} = -Q_{cedido}$$

$$m_H \cdot C_H \cdot (0 - T_H) + m_H \cdot L_F + m_H \cdot C_A \cdot (T - 0) = -m_A \cdot C_A \cdot (T - T_A)$$

Sustituyendo valores, resulta una ecuación cuya incógnita es T :

$$0,1 \cdot 2090 \cdot (0 - (-10)) + 0,1 \cdot 334 + 0,1 \cdot 4180 \cdot (T - 0) = -0,9 \cdot 4180 \cdot (T - 25)$$

$$2090 + 33,4 + 418 \cdot T = -3762 \cdot T + 94050$$

Agrupando términos semejantes:

$$4180 \cdot T = 91926,6 \quad ; \quad T = \frac{91926,6}{4180} \cong 22^{\circ}\text{C}$$

Es decir, el agua del termo quedará a 22°C cuando se alcance el equilibrio térmico.

Ejemplo 2: Calcular el calor específico de una pieza metálica de 55 gramos que, tras meterla en un recipiente con agua hirviendo (a 100°C), se introdujo en un termo que contenía 200 gramos de agua a 20°C , alcanzando el conjunto una temperatura de equilibrio de $22,4^{\circ}\text{C}$.

Solución: Se trata de un procedimiento muy habitual para determinar el calor específico de materiales sólidos a partir del calor específico del agua. La primera fase del experimento (calentamiento del sólido a una temperatura conocida) se consigue aprovechando que la temperatura del agua permanece estable en 100°C mientras hierve (con un termómetro se puede medir exactamente la temperatura de ebullición). Después de dejar el sólido un rato a esta temperatura, se le pasa rápidamente al termo con agua fría, se cierra éste y se espera hasta que se establezca la temperatura. Como siempre, el calor ganado por el agua fría del termo (Q_{ganado}) coincidirá con el cedido por la pieza metálica (Q_{cedido}), que se enfriará hasta llegar a la temperatura de equilibrio.

DATOS:

$$C_S = ?$$

$$T_S = 100^{\circ}\text{C}$$

$$m_S = 55 \text{ g} = 0,055 \text{ kg}$$

$$T_A = 20^{\circ}\text{C}$$

$$m_A = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$$

$$T = 22,4^{\circ}\text{C}$$

$$C_A = 4180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

$$Q_{ganado} = -Q_{cedido}$$

$$m_A \cdot C_A \cdot (T - T_A) = -m_S \cdot C_S \cdot (T - T_S)$$

Sustituyendo valores, resulta una ecuación cuya incógnita es C_S :

$$0,2 \cdot 4180 \cdot (22,4 - 20) = -0,055 \cdot C_S \cdot (22,4 - 100)$$

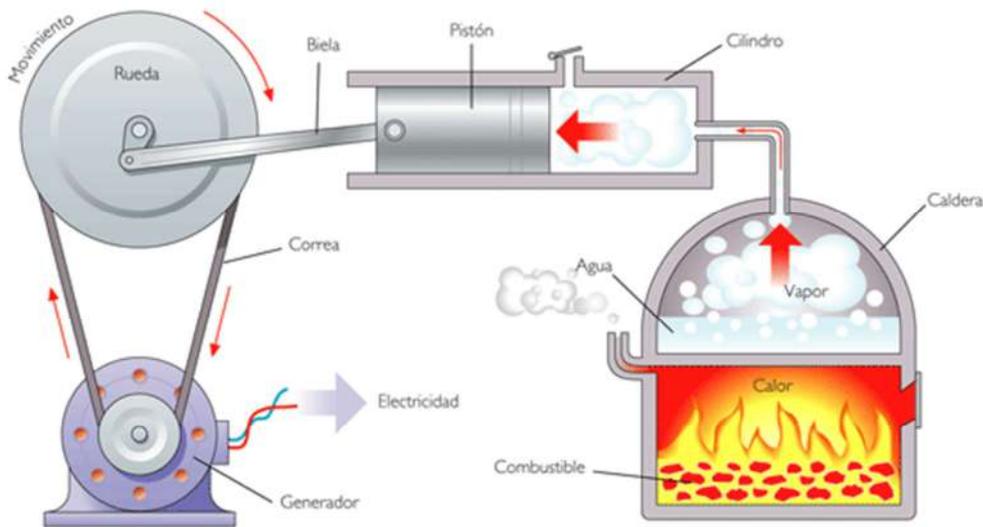
$$836 \cdot 2,4 = -0,055 \cdot C_S \cdot (-77,6)$$

$$2006,4 = 4,268 \cdot C_S \quad ; \quad C_S = \frac{2006,4}{4,268} \cong 470 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

El valor obtenido para el calor específico del metal ($C_S = 470 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$) es típico de los metales, muy inferior al del agua, que ya se comentó que es excepcionalmente elevado.

6.4. MÁQUINAS TÉRMICAS

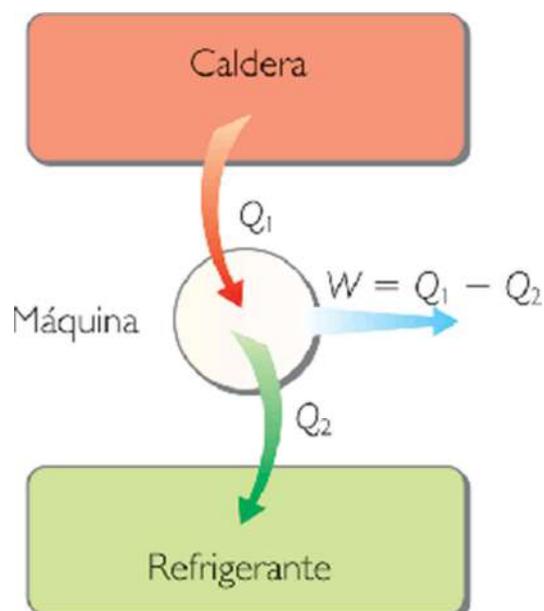
Son dispositivos contruidos para aprovechar la energía calorífica, normalmente extraída de un combustible fósil, de modo que pueda obtenerse un trabajo mecánico, asociado casi siempre al giro de un elemento de la máquina.



Se empezaron a utilizar masivamente a partir de la revolución industrial del siglo XVIII y hoy en día la vida nos resultaría muy incómoda sin ellas.

Algunos ejemplos de máquina térmica son la máquina de vapor, los motores de los coches y motos o muchos de los generadores de electricidad.

Su funcionamiento se basa en la propia naturaleza de la transmisión del calor: la existencia de un foco caliente (caldera o cámara de combustión) y otro frío, al que fluirá el calor (normalmente, el aire en contacto con la máquina). Precisamente por este principio es imposible transformar toda la energía calorífica en trabajo, ya que irremediamente debe “perdersé” cierta cantidad en el medio para que la máquina funcione; así, un buen motor de explosión de un coche puede tener un rendimiento del orden del 50%.



7. ENERGÍA Y MEDIOAMBIENTE

La necesidad de energía es una constatación desde el comienzo de la vida misma. Un organismo para crecer y reproducirse precisa energía; el movimiento de cualquier animal supone un gasto energético, e incluso el mismo hecho de la respiración de plantas y animales implica una acción energética. En todo lo relacionado con la vida individual o social está presente la energía. La obtención de luz y calor está vinculada a la producción y al consumo de energía. Ambos términos son imprescindibles para la supervivencia de la Tierra y, consecuentemente, de la vida vegetal, animal y humana.

El ser humano desde sus primeros pasos en la Tierra, y a lo largo de la historia, ha sido un buscador de formas de generación de esa energía necesaria y facilitadora de una vida más agradable. Gracias al uso y conocimiento de las formas de energía, ha sido capaz de

cubrir necesidades básicas (luz, calor, fuerza, movimiento, etc.) y alcanzar mayores cotas de confort para tener una vida más cómoda y saludable.

La constatación de que existen en la naturaleza recursos energéticos de diversos tipos, ha supuesto a las diferentes sociedades a lo largo de los tiempos el descubrimiento de la existencia de "almacenes energéticos naturales" que, aparentemente, eran de libre disposición. Unido a esto, el hombre ha descubierto que estos almacenes de energía disponibles en la naturaleza (masas de agua, direcciones de viento, bosques,) eran susceptibles de ser transformadas en la forma de energía precisa en cada momento (luz y calor inicialmente; fuerza y electricidad con posterioridad), e incluso adoptar nuevos sistemas de producción y almacenamiento de energía para ser utilizada en el lugar y momento deseado (energía química, hidráulica, nuclear,...), cuyo uso ha ocasionado una modificación del entorno y un agotamiento de los recursos del medioambiente.

El actual sistema energético tiene como consecuencia inmediata un progresivo deterioro medioambiental que expone a amplias zonas del planeta a graves procesos de desertización, erosión y contaminación, debidos, en buena medida, a los residuos producidos en la obtención de muchas de las formas de energía.



FUNDAMENTOS BÁSICOS DEL SISTEMA ENERGÉTICO

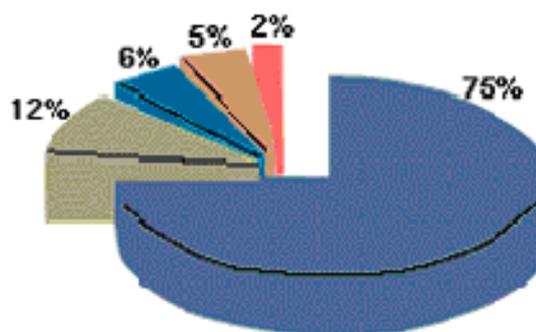
1. Demanda de energía para satisfacer necesidades.
2. Determinación de la cantidad de energía requerida.
3. Asignación de costes y beneficios de producción.
4. Selección de fuentes de energía y formas de producción.
5. Oferta de energía que cubra la demanda.
6. Mecanismos de abastecimiento: almacenaje, transporte y distribución.
7. Consumo de energía y sus usos.
8. Efectos del uso de energía sobre el medio ambiente.

7.1. FUENTES DE ENERGÍA Y SUS EFECTOS SOBRE EL MEDIOAMBIENTE

Hoy en día, la energía **nuclear**, la procedente de los **combustibles fósiles**, de la **biomasa** (principalmente combustión directa de madera) y la **hidráulica**, satisfacen la demanda energética mundial en un porcentaje superior al 98%, siendo el petróleo y el carbón las de mayor utilización.

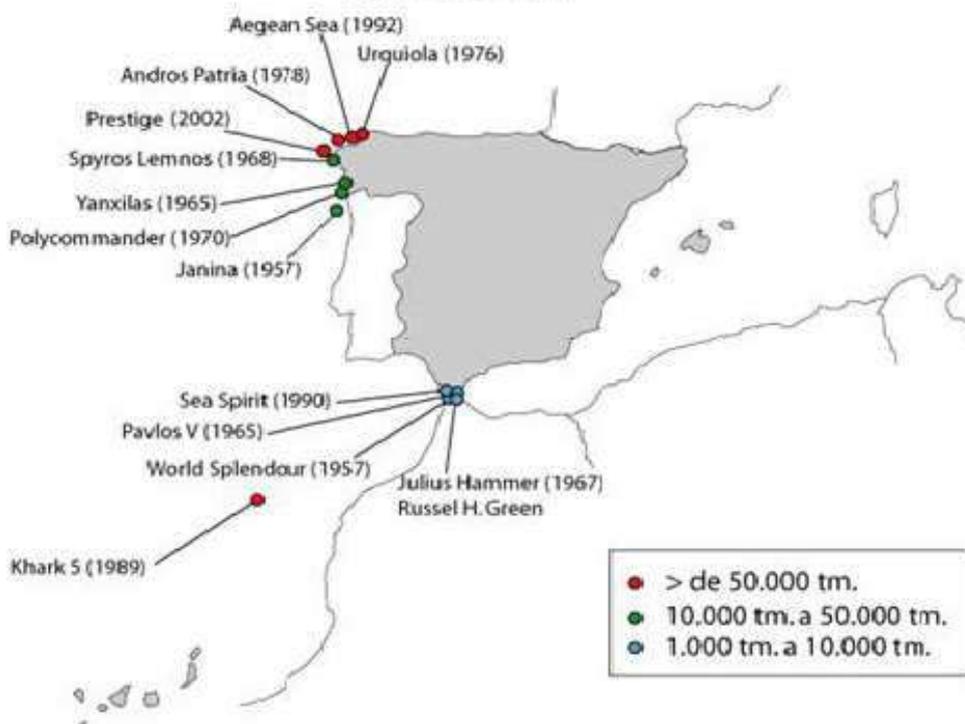
PRODUCCION ENERGETICA EN EL MUNDO

- 75%: Combustibles fósiles
- 12%: Combustión de madera
- 6%: Energía hidráulica
- 5%: Energía nuclear
- 2%: Otros



La utilización de estos recursos naturales implica, además de su cercano y progresivo agotamiento, un constante deterioro para el medioambiente, que se manifiesta en emisiones de gases contaminantes (CO_2 , NO_x , y SO_x), responsables de problemas como la **lluvia ácida**, el **efecto invernadero** o el **smog químico** en las grandes ciudades. Otras secuelas de todo ello son el aumento progresivo de la desertización y la erosión, así como la modificación de los mayores ecosistemas mundiales con la consecuente **pérdida de biodiversidad**, generación de flujos migratorios forzados y de núcleos poblacionales aislados tendentes a la desaparición.

Mayores vertidos de hidrocarburos en las costas españolas por accidentes marítimos (> de 1.000 tm.)



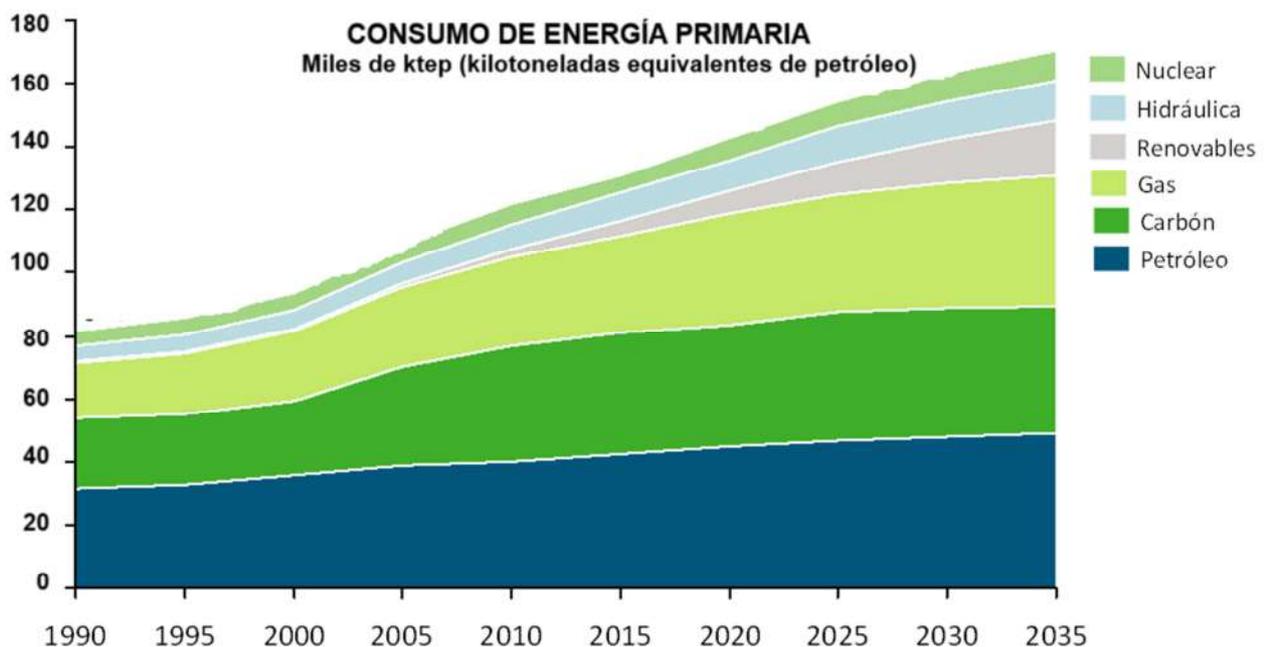
TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Estas agresiones van acompañadas de grandes obras de considerable impacto ambiental (difícilmente cuantificable) como las centrales hidroeléctricas, el sobrecalentamiento del agua en costas y ríos generado por las centrales térmicas (de combustibles fósiles y nucleares), la creación de depósitos de elementos radiactivos, y de una gran emisión de pequeñas partículas volátiles que provocan la lluvia ácida, agravando aún más la situación del entorno: parajes naturales desfoliados, ciudades con altos índices de contaminación, afecciones de salud en personas y animales o desaparición de especies animales y vegetales que no pueden adaptarse a las nuevas condiciones.

El futuro amenazador para nuestro entorno, aún se complica más si se tiene en cuenta que sólo un 25% de la población mundial consume el 75% de la producción energética. Este dato, además de poner de manifiesto la injusticia y el desequilibrio social existente en el mundo, indica el riesgo que se está adquiriendo al exportar a países en desarrollo un modelo agotado y ya fracasado en países desarrollados. Este modelo se basa en la consideración de que la producción energética se sustenta en una visión del mundo en la que el ser humano es el dominador de la naturaleza y del entorno, en vez de sentirse parte integrada del mismo, y en el que el consumo se manifiesta como un grado de confort.

7.2. CONSUMO Y ENERGÍA

La necesidad de aumento productivo de las sociedades industrializadas conlleva un incremento de los bienes de consumo y la creación de un mecanismo en el que se establece una equivalencia entre el confort y el consumo. Ello ha supuesto en las últimas décadas una avidez consumista, en donde el consumo es una finalidad en sí misma. La acumulación de bienes útiles o no, el despilfarro como signo de poder adquisitivo y distinción social, la exigencia de gasto de elementos perecederos, son consecuencias del sistema económico de las sociedades desarrolladas, basado en mantener una capacidad productiva creciente.



Por todo ello, la demanda energética ha aumentado en la industria (que necesita una mayor producción) y en los consumidores de los productos elaborados (muchos de ellos, como los coches, necesitan energía para realizar su función).

El espectacular aumento de la población mundial, debido, entre otros factores, a los considerables avances sociales de la medicina, ha contribuido también al aumento del consumo energético mundial. Teniendo en cuenta que las sociedades modernas no responden a antiguos modelos feudales o totalitarios, no debe extrañar que demanden unos bienes y recursos energéticos antaño reservados sólo a privilegiados. Evidentemente, este cambio implica la urgente necesidad de optimizar la eficiencia energética, tanto en la producción como en el consumo.

El estado del bienestar, ha generado el "estado del gasto y de la dependencia energética". No es de extrañar, por tanto, que uno de los parámetros más importantes para clasificar el grado de desarrollo de un país, sea su gasto energético per cápita.

La energía ha pasado a lo largo de la historia de ser un instrumento al servicio del ser humano para satisfacer sus necesidades básicas, a ser la gran amenaza, motor y eje de la problemática ambiental que se cierne sobre el planeta, hipotecando la existencia de las generaciones venideras.

Una de las aportaciones a la solución, o al menos paralización de esta problemática medioambiental, es lograr que satisfaciendo las necesidades actuales de energía, ésta sea producida sin alterar esos almacenes energéticos que cumplen una función de equilibrio ecológico, y que su uso, además de ser más eficiente, no sea origen de fuentes de contaminación ni aumento del deterioro actual y futuro del entorno, evitando el derroche de energía y aprovechando al máximo la producción realizada.

En resumen, tres son los problemas a los que nos ha abocado el consumo desmedido de la energía:

1. Deterioro del entorno.
2. Un paulatino agotamiento de los recursos naturales.
3. Desequilibrio irracional en el reparto del consumo y uso de la energía.

Ante esta situación, las **energías alternativas, como la nuclear o las renovables**, adquieren un papel primordial, necesario y urgente tanto en su aplicación como en la difusión de su uso. Tampoco debe descartarse a corto o medio plazo la posibilidad de que se logre finalmente dominar la tecnología de **fusión nuclear** para aplicarla a la producción de energía de forma prácticamente ilimitada y sin producción de residuos peligrosos.

7.3. ENERGÍAS RENOVABLES

La disponibilidad de las fuentes de energía renovable es mayor que la de los combustibles fósiles (carbón, gas natural y petróleo). Sin embargo su utilización es más bien escasa.

El uso de las energías renovables está siendo impulsado considerablemente en los últimos años por el desarrollo de la tecnología, la reducción de los costes de instalación y amortización, la mayor concienciación social ante los problemas medioambientales, las políticas energéticas y el control que pueden realizar sobre los centros de producción las compañías eléctricas.

Por otro lado, el cuestionamiento del modelo de desarrollo sostenido y su cambio hacia un modelo de desarrollo sostenible, implica una nueva concepción sobre la producción, el transporte y el consumo de energía.

En el **modelo de desarrollo sostenible, las energías renovables son consideradas como fuentes de energía inagotables, pero a la vez limpias**, definidas por las siguientes características:

TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

- Sistemas de aprovechamiento energético con escaso o nulo impacto ambiental y sin riesgos potenciales añadidos.
- Indirectamente suponen un enriquecimiento de los recursos naturales.
- La cercanía de los centros de producción energética a los lugares de consumo puede ser viable en muchas de ellas.
- Son una alternativa real a las fuentes de energía convencionales y, a largo o medio plazo, será posible sustituir paulatinamente a éstas.



A continuación se comentan las características de **las principales fuentes de energía renovables: eólica, geotérmica, hidráulica, biomasa y solar.**

7.3.1. LA ENERGÍA EÓLICA

Es la que se obtiene de convertir la energía cinética del viento en electricidad, por medio de **aerogeneradores** (molinos de viento modernos) que suelen agruparse en los llamados parques **eólicos**.



- 1 Turbina y generador
- 2 Cable conductor
- 3 Edificio de control
- 4 Transformadores
- 5 Líneas de transporte

El potencial de la energía eólica se estima en veinte veces superior al de la energía hidráulica. Está adquiriendo cada vez mayor implantación gracias al establecimiento de zonas de aprovechamiento eólico y la optimización de los aerogeneradores mediante el uso de nuevos materiales en su construcción.

Una ventaja que ofrece esta tecnología es que permite instalar desde aplicaciones aisladas para el bombeo de agua, hasta grandes parques eólicos con producciones de varios MW.

Sus principales inconvenientes son la inconstancia de producción (por la variabilidad de la fuerza del viento) y su impacto ambiental, mucho menor que cualquier tipo de central productora de energía convencional, siendo su principal

agresión al entorno los accidentes de la avifauna y el impacto de los grandes parques, cuestiones que pueden ser minimizadas estudiando adecuadamente la ubicación y el sistema de distribución.

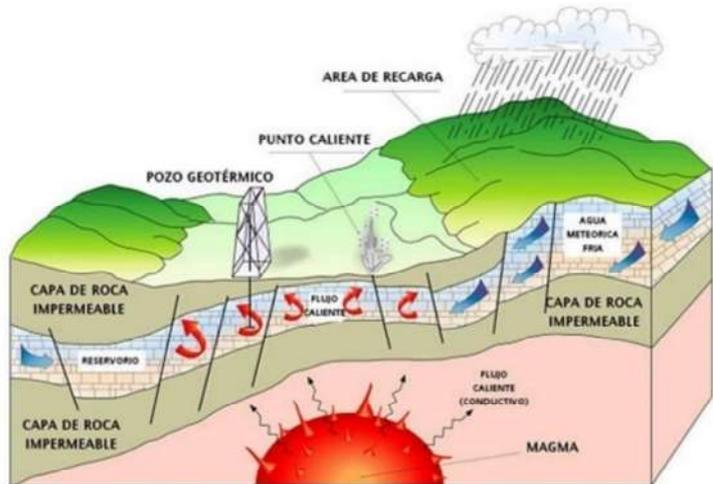
El emplazamiento de la instalación de aprovechamiento eólico, la velocidad del viento y su rango de valor constante va a determinar su capacidad y autonomía productiva.

7.3.2. LA ENERGÍA GEOTÉRMICA

Es la procedente del subsuelo, bien del calor solar acumulado en la Tierra o del que se origina bajo la corteza terrestre, que es el que más comúnmente tiene esta denominación. La energía procedente del flujo calorífico de la Tierra es susceptible de ser aprovechada en forma de energía mecánica y calorífica, ya que permite mover las turbinas de generadores de electricidad o usarse directamente como fuente de calor para calefacción doméstica.

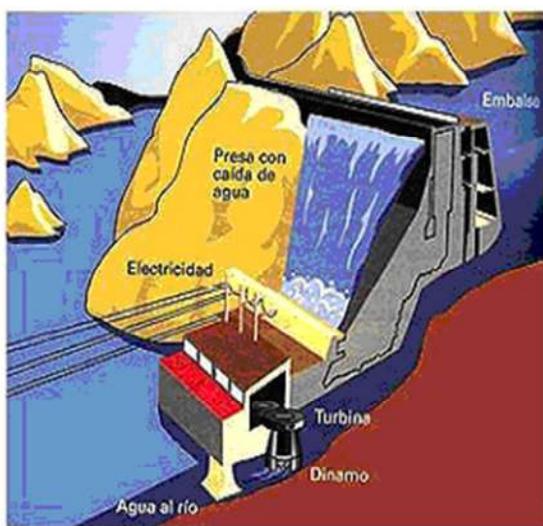
Es una fuente energética limitada, aunque puede considerarse renovable por el volumen del almacenamiento y la capacidad de extracción.

Su impacto ambiental es reducido, y su aplicabilidad está en función de la relación entre facilidad de extracción y de ubicación.



7.3.3. LA ENERGÍA HIDRÁULICA

Esta energía renovable es la obtenida por medio de las **energías cinética y potencial de la corriente de los ríos y saltos de agua** por medio de **plantas hidroeléctricas** que las convierten en energía eléctrica. Se estima que la potencialidad energética del agua de toda la Tierra es equivalente a 500 centrales de 1000 MW cada una.



Para minimizar el impacto ambiental y favorecer la cercanía de los centros de producción a los de consumo, se está potenciando el desarrollo de **minicentrales** que permiten un mayor aprovechamiento energético de cauces de los ríos y una paulatina sustitución de las macrocentrales hidroeléctricas, que originan graves problemas medioambientales y demográficos.

También puede considerarse energía hidráulica la **energía mareomotriz**, obtenida a partir del movimiento del agua del mar (olas y mareas), para lo cual se están desarrollando sistemas de turbinas hidráulicas que aprovechan el oleaje y los flujos de ascenso y descenso de las mareas.

Otros dispositivos permiten obtener energía térmica del mar al aprovechar la diferencia de temperatura existente entre la superficie y las corrientes profundas, que puede llegar a alcanzar hasta veinticinco grados centígrados y es utilizable las 24 horas del día.

7.3.4. LA ENERGÍA DE LA BIOMASA

Las plantas usan el Sol para crecer. La materia orgánica de la planta se llama biomasa y almacena a corto plazo la energía solar en forma de carbono. La biomasa es parte del ciclo natural del carbono entre la Tierra y el aire; **es la energía contenida en la materia orgánica**, permitiendo diversas formas de aprovechamiento, según se trate de materia de origen animal o vegetal. Sólo en materia vegetal, se estima que se producen anualmente doscientos millones de toneladas.



- 1 Cultivo y recolección de madera
- 2 Transporte de madera
- 3 Almacenamiento y procesamiento de biomasa
- 4 Almacenamiento de combustible de apoyo
- 5 Calderas
- 6 Recuperación de calor
- 7 Condensador y generador
- 8 Transformadores
- 9 Líneas de transporte

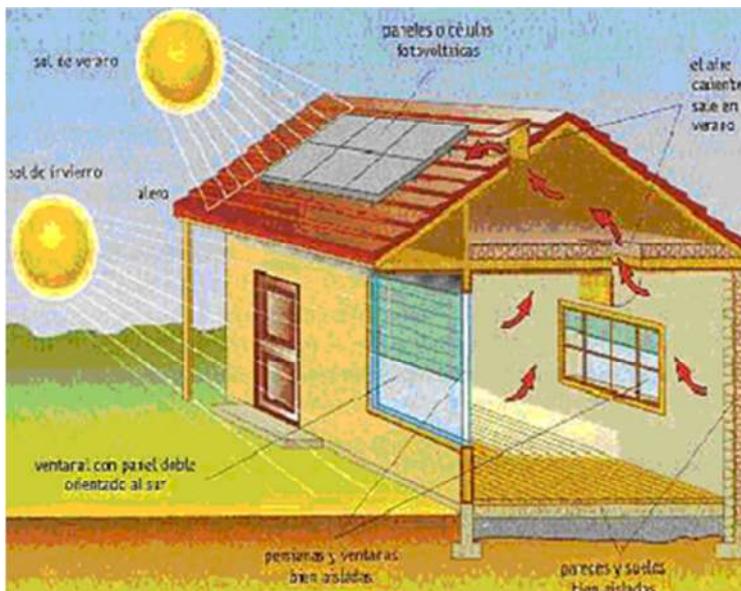
El **principal** aprovechamiento energético de la biomasa es la **combustión de la madera**, que genera contaminación atmosférica y un problema indirecto de desertización y erosión, salvo que se realice una planificación forestal correcta. Los **desechos orgánicos** también son utilizables mediante transformaciones químicas principalmente, siendo las más conocidas las aplicaciones de digestores anaeróbicos para detritus orgánicos y la producción de **biogás** procedente de residuos sólidos urbanos.

Sin embargo, la creciente innovación tecnológica de materiales y equipos está afianzando nuevos sistemas de aprovechamiento de los **residuos ganaderos y forestales**, y consolida un esperanzador futuro en la línea de los

biocombustibles, de modo que se pueda compatibilizar una agricultura sostenible con un diseño de producción energética que respete el entorno.

7.3.5. LA ENERGÍA SOLAR

Es la energía obtenida a partir de la **radiación procedente del Sol**, que se manifiesta fundamentalmente por un calentamiento de la superficie terrestre iluminada por el Sol.



La energía solar es la mayor fuente de energía disponible, ya que el Sol proporciona una energía de 1,34 kw/m² a la atmósfera superior. Un 25% de esta radiación no llega directamente a la Tierra debido a la presencia de nubes, polvo, niebla y gases en el aire.

A pesar de ello, disponiendo de captadores energéticos apropiados y con sólo el 4% de la superficie desértica del planeta captando esa energía, podría satisfacerse la demanda energética mundial, suponiendo un rendimiento de

aquéllos del 1%. Como dato comparativo con otra fuente energética importante, sólo tres días de Sol en la Tierra proporcionan tanta energía como la que puede producir la combustión de los bosques actuales y los combustibles fósiles originados por fotosíntesis vegetal (carbón, turba y petróleo).

Este tipo de energía tiene un enorme potencial debido a que el Sol puede considerarse inagotable, pudiéndose aprovechar su energía mediante **paneles solares térmicos** o **fotovoltaicos** (que transforman la radiación solar en energía eléctrica).

El problema más importante de la energía solar es la disponibilidad de sistemas suficientemente eficientes de aprovechamiento (captación o transformación).

Los **sistemas de aprovechamiento de la energía solar** más comunes son:

1. El **calentamiento de agua**, de utilidad para proporcionar calor y refrigerar, mediante colectores planos y tubos de vacío principalmente.
2. La **producción de electricidad**, con la utilización del efecto **fotovoltaico**, basado en el hecho de que determinados materiales tienen la cualidad crear una corriente eléctrica al ser excitados por fuentes luminosas. Para aprovechar este fenómeno se usan células y paneles fotovoltaicos.
3. También hay sistemas de producción de energía eléctrica con **plantas solares térmicas**, en las que la radiación solar se concentra en un foco mediante espejos curvos, consiguiendo obtener vapor de agua que mueve una turbina conectada a un generador eléctrico.
4. La **edificación bioclimática**, consistente en el aprovechamiento de la energía solar en las viviendas aprovechando las características climáticas de la zona en donde se ubique y utilizando materiales que proporcionen un máximo rendimiento a la radiación recibida.

Ahora bien, a pesar de ser la fuente energética más acorde con el medio, inagotable y con capacidad suficiente para abastecer las necesidades de energía del planeta, el aprovechamiento de la energía solar habrá de solventar el conflicto derivado del hecho de que se produce sólo durante unas determinadas horas (a lo largo del día) y, por tanto, será necesario mejorar el sistema de almacenamiento de energía y simultanear los distintos métodos de aprovechamiento.

7.4. SOCIEDADES INDUSTRIALIZADAS

En las sociedades industrializadas, la energía tiene que ser producida, almacenada, transformada y transportada para ser utilizada por el consumidor (persona, fábrica, maquinaria,) en las diversas formas de luz, calor, fuerza y trabajo, principalmente.

Los costes económicos y medioambientales inherentes a este proceso son reducidos en función de la cercanía entre el centro de producción y el del consumo final. De igual modo, del uso que se realice de esta energía va a depender una mayor o menor exigencia de su demanda. Como consecuencia de ello, un uso ajustado de la energía, limita no sólo el consumo, sino también la producción.



TEMA 4. FUERZAS, TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

En una visión global en la que la energía es un mero instrumento al servicio del desarrollo y en la que éste se encuentra ligado al bienestar, el aumento de aquella significa un incremento de éste, y por tanto, cuanto mayor sea la producción y consumo de aquella, mayor será el bienestar de la sociedad que lo disfruta.

Ahora bien, las sociedades industrializadas quieren disponer también de un entorno saludable y, por ello, tratan de minimizar al máximo las consecuencias medioambientales que acarrea una producción energética con fuentes convencionales. Por ello, la apuesta que se realiza es la de favorecer el ahorro de energía a través de una mayor eficiencia en los materiales de consumo, habitabilidad, procesos industriales, transporte,..., al mismo tiempo que se aplican sistemas de limitación del consumo mediante diferentes automatismos, e incluso se buscan fórmulas de aprovechamiento energético mediante sistemas de cogeneración, de modo que la energía desprendida en los procesos de transformación sea reutilizada, evitando así un nuevo gasto de producción. Todo ello con campañas institucionales-gubernamentales de difusión acerca de la necesidad del ahorro energético, y sensibilización sobre los hábitos de consumo.

Para evitar la dependencia energética del exterior, los países industrializados fomentan la diversificación de las fuentes de energía, de modo que sea posible lograr un autoabastecimiento mediante sistemas productivos endógenos, que además favorecen la cercanía geográfica entre producción y consumo. Así se logra minimizar los costes ambientales, manteniendo los mismos niveles de "bienestar alcanzados" y reduciendo en parte la contaminación, y se da cumplimiento a acuerdos internacionales de conservación del entorno.

Sin embargo siguen sin solucionarse los grandes problemas del agotamiento de los recursos, la eliminación total de los desechos que provocan el deterioro medioambiental y acabar con la desigualdad energética entre los países.

7.5. CONVENIOS Y TRATADOS INTERNACIONALES

Las agencias nacionales e internacionales de la energía elaboran informes y recomendaciones acerca de la problemática general de la energía. De igual modo, la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el medio ambiente y el desarrollo realiza aportaciones acerca de los planes y objetivos que deben intentar cumplirse para paliar y modificar el deterioro ambiental y el uso de las energías convencionales que lo provocan. Sin embargo, es de destacar que en septiembre de 1.992, se celebró en Madrid, el XV Congreso Mundial de la Energía, en el que se marcaron estrategias y pautas a seguir para el uso de la energía en los años siguientes, sugiriendo que el futuro de la producción energética se sustentará en la fusión nuclear y el modelo de desarrollo aboga por el consumo de energía ligado al crecimiento del bienestar. Asimismo, la Declaración de Madrid de 1994, hizo una clara apuesta por el fomento del uso de las energías renovables



Como consecuencia de estos acuerdos internacionales se han fomentado diversos programas energéticos (Thermie, Altener, Valoren, etc) que, junto con diferentes cumbres mundiales promovidas por la ONU), buscan fomentar el uso de las energías renovables para lograr una progresiva descarbonización del sistema energético, y así lograr un desarrollo sostenible.

7.6. ACCIONES POSITIVAS

Algunas de las medidas que pueden contribuir a solucionar el problema energético y medioambiental a nivel mundial pueden ser:

- Establecer controles más estrictos en materias de seguridad y de emisión de contaminantes en los centros de producción energética y disminuyendo progresivamente el uso de combustibles de origen fósil.
- Favorecer el ahorro de energía por medio de la sensibilización, la modificación de hábitos de consumo, la investigación y la exigencia de fabricación de equipos de mayor eficiencia energética y bajo consumo.
- Diversificar las fuentes de energía con la paulatina sustitución de fuentes de energía basadas en el uso de los combustibles fósiles por otras como las renovables.
- Investigar nuevas formas de aprovechamiento y almacenamiento energético a través de la promoción de planes de I+D+I, y el apoyo a experiencias piloto de posterior aplicación.
- Acercar los centros de producción a los lugares de consumo mediante el aprovechamiento del potencial energético de las energías renovables, aumentando los centros de producción y tendiendo a dejar de operar con centros de gran capacidad productiva.

TEMA 5: PROBABILIDAD

1. INTRODUCCIÓN
2. CONCEPTOS ELEMENTALES DE PROBABILIDAD
3. FRECUENCIA Y PROBABILIDAD DE SUCESOS
 - 3.1. PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD
 - 3.2. PROBABILIDAD DE SUCESOS SIMPLES. REGLA DE LAPLACE.
 - 3.3. PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS
 - 3.4. TABLAS DE CONTINGENCIA

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad es una disciplina matemática con múltiples aplicaciones en sociología, economía, medicina y, en general, todo tipo de ciencias experimentales. Analiza **fenómenos aleatorios**, como los juegos de azar, en los que, a diferencia de los **fenómenos deterministas**, como el movimiento de los planetas, nunca se sabe de antemano el resultado concreto que se va a obtener al realizarlos, aunque sí se pueden conocer los posibles resultados que se pueden producir (llamados **sucesos aleatorios**).

La teoría de probabilidades asigna a cada suceso un número (probabilidad de este suceso) que indica qué expectativas hay de que ocurra dicho suceso. En primera instancia, la probabilidad de un suceso sería la frecuencia estadística relativa de dicho suceso si el experimento aleatorio se repitiera un número de veces muy grande. Por tanto, la **teoría de probabilidades** surge a partir de la estadística aplicada a fenómenos aleatorios.

2. CONCEPTOS ELEMENTALES DE PROBABILIDAD

Espacio muestral: es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; se representa mediante la letra E o también mediante la letra griega Ω .

Ejemplo: el espacio muestral al lanzar un dado es $E = \{1,2,3,4,5,6\}$

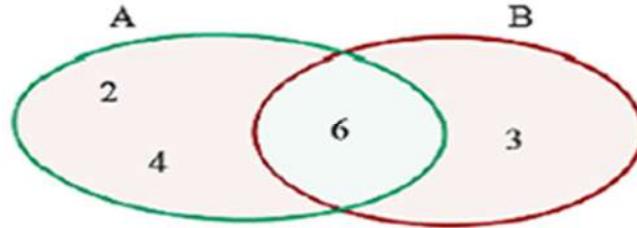
Sucesos: se representan mediante una letra mayúscula y son todos los subconjuntos que se pueden hacer a partir del espacio muestral.

Ejemplo: al tirar un dado, un suceso es $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$

En un experimento aleatorio se pueden distinguir diferentes tipos de sucesos:

- **Suceso elemental:** el que está formado por un solo resultado.
- **Suceso compuesto:** el que está formado por más de un resultado.
- **Suceso seguro, E :** está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).
- **Suceso imposible, ϕ :** es el que no puede ocurrir.
- **Sucesos compatibles:** los que tienen algún suceso elemental común.
- **Sucesos incompatibles:** los que no tienen ningún elemento en común.
- **Suceso contrario a uno dado:** es el que ocurre cuando no se produce el considerado. El suceso contrario al suceso A se representa como \bar{A} .
- **Sucesos independientes:** son aquéllos en los que, si se produce uno de ellos, no influye en que el otro pueda ocurrir. Es lo que ocurre al sacar dos cartas de una baraja **con reposición**, es decir, devolviendo a la baraja la primera carta que se saca y mezclando luego con el resto de las cartas, de modo que la carta que salió en primer lugar podría volver a salir como segunda.
- **Sucesos dependientes:** son aquéllos en los que, el hecho de que ocurra uno influye en que pueda ocurrir el otro. Así, al sacar dos cartas de una baraja **sin reposición**, como segunda carta no podrá salir la primera que se extraiga, ya que ésta no se devuelve a la baraja.

Ejemplos: al tirar un dado al aire se pueden distinguir estos tipos de sucesos:



- Suceso elemental: $B = \text{"sacar 6"}$
- Suceso compuesto: $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$
- Suceso seguro: $E = \text{"sacar puntuación menor que 7"} = \{1,2,3,4,5,6\}$
- Suceso imposible: $\phi = \text{"sacar 7"}$
- Sucesos compatibles: el suceso $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$, y el suceso $C = \text{"sacar múltiplo de tres"} = \{3,6\}$ son compatibles porque tienen en común el suceso elemental $B = \text{"sacar 6"}$
- Sucesos incompatibles: el suceso $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$ y el suceso $D = \text{"sacar múltiplo de 5"} = \{5\}$ son incompatibles.
- Suceso contrario: dado el suceso $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$, su contrario es $\bar{A} = \text{"no sacar puntuación par"} = \{1,3,5\}$, es decir, que salga puntuación impar.

Unión e intersección de sucesos

La **unión** de dos sucesos A y B ($A \cup B$, que se lee como "A o B") es el suceso formado por todos los elementos de A y de B ; por tanto, se verifica cuando ocurre A , cuando ocurre B o cuando ocurren ambos.

La **intersección** de dos sucesos A y B ($A \cap B$, que se lee como "A y B") es el suceso que ocurre cuando ocurren a la vez los dos sucesos.

Ejemplo: al lanzar un dado, los sucesos $A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\}$ y $B = \text{"sacar múltiplo de 3"} = \{3,6\}$, tienen como sucesos unión e intersección:

Unión: $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$

Intersección: $A \cap B = \{6\}$

3. FRECUENCIA Y PROBABILIDAD

Los fenómenos aleatorios se caracterizan porque es imposible saber qué resultado se va a producir cada vez que se realizan; sin embargo, estos fenómenos siguen unas leyes que permiten hacer una estimación de cuál va a ser el resultado que podemos esperar que se produzca. De este modo, si tiramos una moneda al aire diez veces, es posible que las diez veces salga cara, aunque sabemos que antes o después se espera que salga alguna cruz. Si se repite el lanzamiento mil veces, lo normal sería que salieran tantas caras como cruces o, lo que es lo mismo, la frecuencia relativa de cada uno de los resultados se espera que sea la misma. Esto significa que este experimento aleatorio tiene **sucesos equiprobables**.

La **probabilidad de un suceso** en un experimento aleatorio es el número al que se aproxima su frecuencia relativa al aumentar el número de repeticiones del experimento que lo origina.

3.1. PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

La probabilidad de que ocurra un suceso A en un experimento aleatorio, $P(A)$, es un número que permite hacer una estimación de cuándo ocurrirá el suceso, que tiene estas propiedades:

1. La probabilidad de cualquier suceso está comprendida entre 0 y 1: $0 \leq P(A) \leq 1$
2. Probabilidad del suceso seguro: $P(E) = 1$.
3. Probabilidad del suceso imposible: $P(\emptyset) = 0$
4. Probabilidad del suceso contrario a uno dado: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
5. Probabilidad de la unión de sucesos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Ejemplo: al lanzar un dado al aire, las probabilidades de los siguientes sucesos son:

$$A = \text{"sacar puntuación par"} = \{2,4,6\} : P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B = \text{"sacar múltiplo de 3"} = \{3,6\} : P(B) = \frac{2}{6}$$

$$E = \text{"sacar de 1 a 6"} = \{1,2,3,4,5,6\} : P(E) = \frac{6}{6} = 1$$

$$\emptyset = \text{"sacar un 7"} : P(\emptyset) = 0$$

$$\bar{A} = \text{"sacar puntuación impar"} = \{1,3,5\} : P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{6} = \frac{6-3}{6} = \frac{3}{6}$$

$$A \cup B = \{2,3,4,6\} : P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

3.2. PROBABILIDAD DE SUCESOS SIMPLES. REGLA DE LAPLACE.

En experimentos aleatorios como los de los anteriores ejemplos, en los que todos los sucesos elementales son equiprobables, la probabilidad de que ocurra un suceso A es el cociente entre el número de elementos de este suceso ("casos favorables") y el número de casos que pueden ocurrir en el experimento ("casos posibles"):

$$P(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$$

Ejemplos:

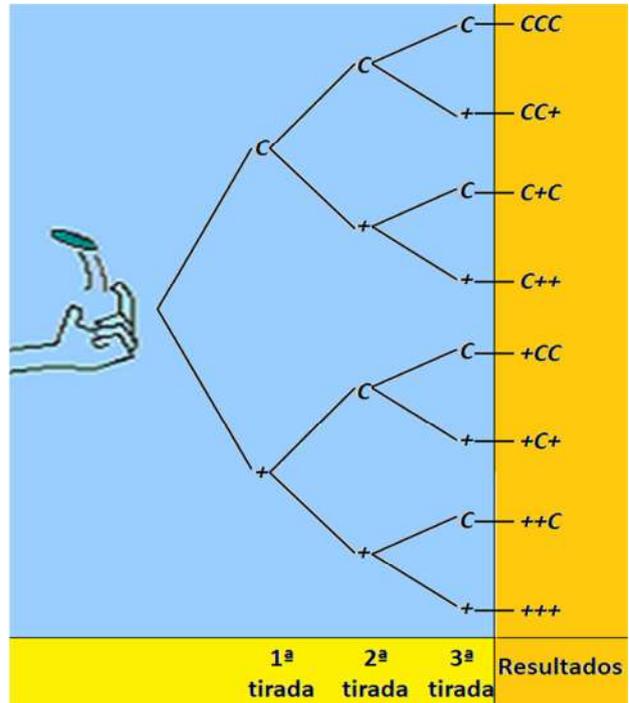
1. Al lanzar dos monedas al aire, hay 4 casos posibles, $E = \{CC, C+, +C, ++\}$. El suceso $A = \text{"sacar dos caras"} = \{CC\}$ tiene sólo un elemento, por lo que $P(A) = \frac{1}{4}$

2. Al extraer al azar una carta de una baraja de 40 cartas, el número de casos posibles sería 40; el suceso $B = \text{"sacar un as"} = \{4 \text{ ases}\}$ tiene cuatro casos favorables (los 4 ases de la baraja), por lo que la probabilidad de que salga un as será $P(B) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

3.3. PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Los sucesos compuestos pueden considerarse como el resultado de realizar varios experimentos aleatorios simples de forma consecutiva, es decir, uno a continuación de otro, como cuando se lanzan dos monedas al aire, o una moneda y un dado.

Para representar y conocer más fácilmente cada uno de los sucesos elementales en este tipo de experimentos resulta muy útil el uso de los llamados **diagramas de árbol**, en los que se indica, para el primer experimento simple sus posibles resultados mediante líneas que proceden de un punto común (“ramas”); de cada uno de los resultados del primer experimento simple salen las ramas correspondientes al siguiente experimento simple y así sucesivamente. Cada resultado del experimento compuesto estará constituido por la secuencia de resultados parciales siguiendo una rama desde el inicio hasta el final.



El ejemplo de al lado muestra el diagrama de árbol para un experimento compuesto consistente en lanzar al aire una moneda tres veces consecutivas (que sería lo mismo que lanzar tres monedas iguales a la vez); si en cada experimento simple los posibles resultados se representan como *C* (cara) o *+* (cruz), en el experimento compuesto cada suceso se puede representar como una terna ordenada de estos símbolos, siendo éste el espacio muestral:

$$E = \{CCC, CC+, C + C, C + +, +CC, +C+, + + C, + + +\}$$

De forma más convencional, cada suceso elemental del experimento compuesto suele representarse escribiendo los símbolos de los resultados de cada experimento simple entre paréntesis en el orden en el que sucede cada uno y separándolos mediante comas:

$$E = \{(C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (C, +, +), (+, C, C), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +)\}$$

Según el diagrama anterior, en total puede haber 8 posibles resultados, por lo que el suceso $A = \text{“sacar dos caras”} = \{CC+, C + C, +CC\}$, que tiene tres casos favorables, tendrá una probabilidad $P(A) = \frac{3}{8}$.

Otros posibles resultados del experimento serían:

- El suceso $B = \text{“sacar tres caras”} = \{CCC\}$, sólo tiene un caso favorable: $P(B) = \frac{1}{8}$
- Es más probable obtener dos caras (tres, de ocho casos) que tres caras (uno, de ocho casos).
- Es igual de probable el suceso $B = \{CCC\}$, que el $S = \{C + C\}$, pues coinciden en que solo hay un caso favorable en cada uno de ellos.
- Hay la misma probabilidad en obtener dos caras, que en obtener una cruz, ya que en ambos casos hay tres casos favorables.

TEMA 5: PROBABILIDAD

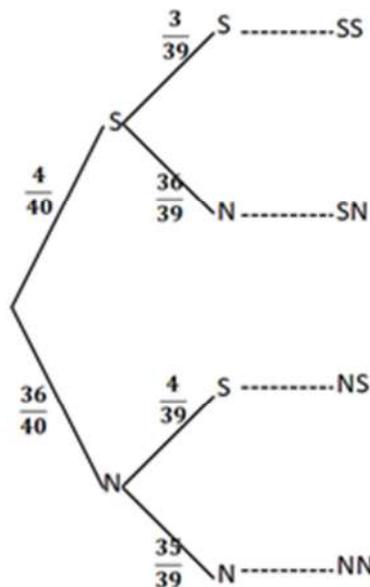
Cuando el número de posibles resultados en los experimentos aleatorios sencillos que forman un experimento compuesto es grande, puede resultar muy complicado dibujar el diagrama de árbol, pero en la mayoría de los casos bastará con imaginar cómo sería el diagrama para abordar cada caso concreto. De este modo, puede comprobarse que el número total de casos posibles resulta de multiplicar entre sí el número de casos de cada experimento simple, lo que conduce al llamado **principio de multiplicación** que permite calcular la probabilidad de los sucesos en experimentos compuestos:

Principio de multiplicación: la probabilidad de un suceso elemental en un experimento aleatorio compuesto se obtiene multiplicando entre sí las probabilidades de los sucesos elementales sencillos que lo forman.

El principio puede aplicarse incluso cuando los resultados parciales no sean equiprobables y, en la práctica, los cálculos se facilitan escribiendo encima de cada rama del diagrama en árbol la probabilidad parcial del suceso elemental del correspondiente experimento simple.

Ejemplo 1: al lanzar cuatro monedas al aire habría $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ casos posibles, y si se lanzan cinco monedas, serían $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ casos posibles. De igual modo, si se lanzasen quince monedas, habría $2^{15} = 32.768$ casos posibles.

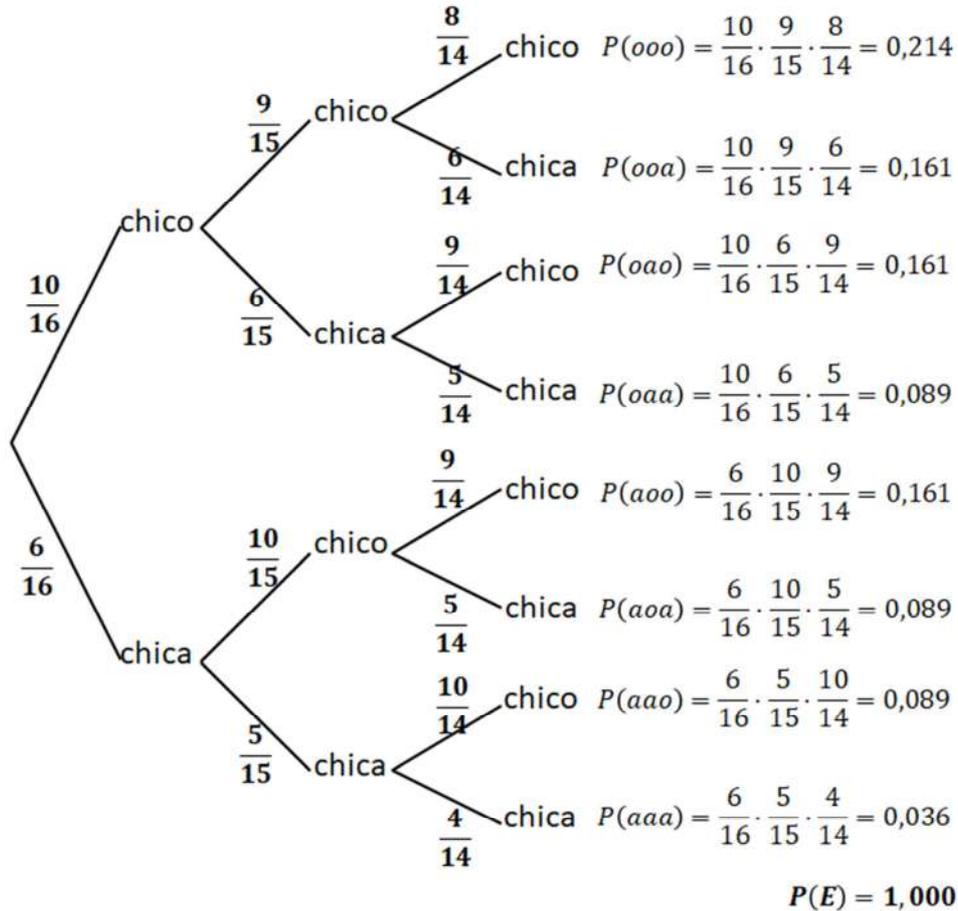
Ejemplo 2: cálculo de la probabilidad de que, al sacar dos cartas de la baraja española (sin reposición), la segunda carta sea un as. Representando los resultados en cada extracción como $S = \text{"sacar as"}$; $N = \text{"no sacar as"}$, la extracción de dos cartas es un experimento compuesto, con este diagrama de árbol:



En este experimento compuesto el suceso $B = \text{"la segunda carta es un as"}$ está formado por dos sucesos elementales, es decir, $B = \{SS, NS\}$, por lo que, aplicando la regla de la multiplicación, su probabilidad se calcularía así:

$$P(B) = P(SS) + P(NS) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} + \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{1}{10}$$

Ejemplo 3: al escoger un comité de tres alumnos al azar en una clase en la que hay seis chicas y 10 chicos, el diagrama de árbol de cómo podrían ser elegidos sería éste:



A partir del diagrama de árbol se puede calcular la probabilidad de diferentes sucesos:

a) Seleccionar tres chicos:

$$P(ooo) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = 0,214$$

b) Seleccionar 2 chicos y una chica:

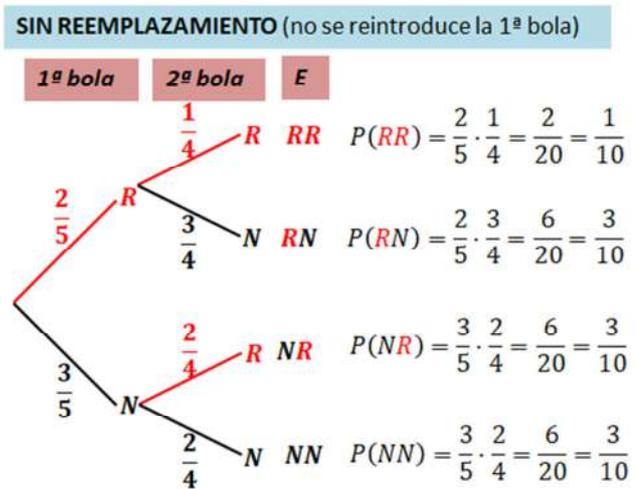
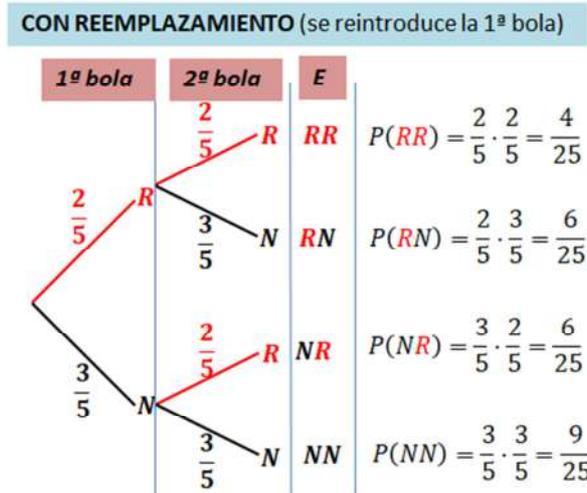
$$P(2o+1a) = P(ooa) + P(oao) + P(aoo) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = 0,482$$

c) Seleccionar 2 chicas y un chico:

$$P(2a+1o) = P(aao) + P(aoa) + P(ooo) = \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = 0,268$$

TEMA 5: PROBABILIDAD

Ejemplo 4: al sacar dos bolas de forma consecutiva de una bolsa que contiene 2 bolas rojas (R) y 3 negras (N), las probabilidades de los distintos resultados serían:



3.4. TABLAS DE CONTINGENCIA

Son tablas estadísticas de doble entrada, en las que se recogen datos referidos a dos características. Cuando se elige **un elemento de la tabla al azar**, hay que tener en cuenta si realmente son las dos características las que se toman al azar o si sólo es una de ellas.

Ejemplo 1: al repartir a los alumnos de una clase un formulario para que se apunten a una actividad extraescolar, incluyendo en él una casilla para marcar el sexo, los resultados obtenidos se podrían organizar en una tabla de doble entrada como esta:

	Sí	No	Suma
Mujer	8	3	11
Varón	10	5	15
Suma	18	8	26

A partir de los datos, si se elige al azar un alumno, como todos tienen la misma probabilidad de ser elegidos, el experimento tiene resultados equiprobables y se puede aplicar la regla de Laplace para calcular la probabilidad de diferentes sucesos como:

- Que, si se elige un alumno al azar, sea mujer y quiera inscribirse:
Resultados favorables: 8 chicas desean inscribirse
Resultados posibles: 26 (porque hay 26 alumnos) $\Rightarrow P(A) = \frac{8}{26} \cong 0,31$
- Que, si se elige una mujer al azar, se quiera inscribir:
Resultados favorables: 8 chicas desean inscribirse
Resultados posibles: 11 (porque hay 11 chicas) $\Rightarrow P(B) = \frac{8}{11} \cong 0,73$

Ejemplo 2: en un grupo de personas se dan las siguientes características:

	Fuma	No fuma	Suma
Hombre	3	9	12
Mujer	5	12	17
Suma	8	21	29

- Si se elige una persona al azar:
 - Probabilidad de que fume: $P(A) = \frac{8}{29}$
 - Probabilidad de que sea mujer: $P(B) = \frac{17}{29}$
- Si se elige una mujer al azar:
 - Probabilidad de que no fume: $P(C) = \frac{12}{17}$
- Si se elige al azar una persona que fuma:
 - Probabilidad de que sea mujer: $P(D) = \frac{5}{8}$

TEMA 6: GENÉTICA, SALUD Y ENFERMEDAD

1. LOS SERES VIVOS

1.1. TEORÍA CELULAR

1.2. TIPOS DE CÉLULAS

1.3. ESTRUCTURA DE LAS CÉLULAS EUCARIOTAS

1.4. DIVISIÓN CELULAR

1.5. PRINCIPIOS BÁSICOS DE GENÉTICA

1.5.1. LAS MUTACIONES GENÉTICAS

1.5.2. LAS LEYES DE LA HERENCIA BIOLÓGICA

1.5.3. EJERCICIOS DE GENÉTICA MENDELIANA

1.5.4. GENÉTICA Y SOCIEDAD

2. CONCEPTOS DE SALUD Y ENFERMEDAD

2.1. FACTORES SOCIALES QUE AFECTAN A LA SALUD

2.2. LAS ENFERMEDADES INFECCIOSAS

2.2.1. DEFENSAS FRENTE A LAS INFECCIONES

2.2.2. DEFENSAS ESPECÍFICAS: LA ACCIÓN INMUNITARIA

2.2.3. INMUNIDAD ARTIFICIAL: SUEROS Y VACUNAS

2.2.4. EL SISTEMA INMUNITARIO Y LOS TRASPLANTES DE ÓRGANOS

2.2.5. INFECCIONES VÍRICAS DE ESPECIAL GRAVEDAD: SIDA Y COVID19

2.2.6. LOS MEDICAMENTOS

2.3. PRIMEROS AUXILIOS. MANIOBRAS MÁS COMUNES

1. LOS SERES VIVOS

Tradicionalmente se consideraba que la materia podía ser viva o inerte y que ambos tipos de materia están sometidos a continuo cambio. De hecho, se sigue afirmando que los seres vivos nacen, crecen, se reproducen y mueren. Aunque esta descripción es válida para los animales y las plantas, no se ajusta a otras muchas formas de vida.

Un ser vivo es una agrupación de materia en unidades mínimas llamadas células capaces de realizar por sí mismas las tres funciones vitales: nutrición, relación y reproducción.

- La función de **nutrición** permite a los seres vivos conseguir materia y energía para poder mantenerse vivos.
- La función de **relación** permite a los seres vivos adaptarse a las condiciones del medio (interno y externo) para poder seguir viviendo.
- La función de **reproducción** permite a los seres vivos hacer copias de sí mismos (no necesariamente iguales) para que la vida se prolongue en el tiempo.

Esta definición es válida para seres vivos muy simples (como las bacterias) y muy complejos (como los animales o las plantas), pero deja fuera a los virus que, aunque nos causan muchas enfermedades, no son capaces de reproducirse por sí mismos y necesitan estructuras de seres vivos para poder hacerlo (se consideran estructuras abióticas y por eso no pueden ser eliminados con antibióticos).

Todas las formas de vida conocidas comparten la necesidad de que haya agua líquida y están basadas en moléculas que contienen átomos de carbono (**C**), hidrógeno (**H**), oxígeno (**O**), nitrógeno (**N**) y fósforo (**P**), junto con otros pocos tipos de átomos llamados **bioelementos**.

A pesar de los muchos rasgos que comparten todos los seres vivos, en nuestro planeta hay una gran variedad, conocida como **biodiversidad**, que ha permitido que el fenómeno de la vida se haya mantenido durante millones de años.

1.1. LA TEORÍA CELULAR

Gracias al microscopio se conoce la estructura de los seres vivos, lo que permite saber que en todos ellos se repiten unas unidades estructurales llamadas células que son capaces de realizar las funciones básicas de todo ser vivo (funciones vitales): nutrición, relación y reproducción.

La palabra **célula** procede del término “celdilla” utilizado en 1665 por el científico inglés Robert Hooke para describir lo observado con el microscopio en unas laminillas de corcho. Casi dos siglos después, dos biólogos alemanes (Schleiden y Schwann) enunciaron lo que se llamó la **teoría celular**, que se puede resumir en las siguientes hipótesis:

- Todos los seres vivos están formados por células; es decir, la célula es la **unidad anatómica** de la materia viva
- Todas las células proceden de otras células preexistentes, por división de éstas.
- Las funciones vitales de los organismos ocurren dentro de las células, o en su entorno inmediato. Así pues, la célula es la **unidad fisiológica** de la vida.
- Cada célula contiene toda la información hereditaria necesaria para el control de su desarrollo y funcionamiento, y esta información pasa de la célula madre a las hijas. Por eso decimos que la célula también es la **unidad genética**.

1.2. TIPOS DE CÉLULAS

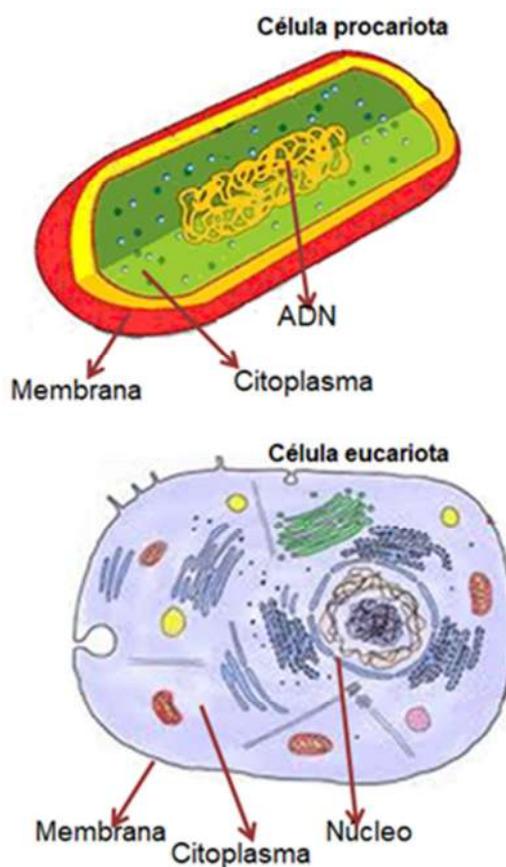
Las células que forman los seres vivos pueden ser variadas por la forma, el tamaño, la organización o la estructura que presentan.

Tamaño: es independiente del tamaño del individuo y en general es microscópico (entre 1 y 20 micras), aunque las hay muy grandes, como algunas neuronas o la yema de un huevo de avestruz. Recuerda que una micra = 0,000001 metro.

Forma: suelen ser esféricas, aunque pueden tener formas diversas, según la función que realizan (las células de la piel son aplanadas, pero las del músculo son alargadas).

Organización: las células pueden permanecer aisladas (seres unicelulares) o agruparse formando seres pluricelulares, en los que a veces forman **tejidos** y **aparatos** cuando se especializan para realizar determinadas funciones.

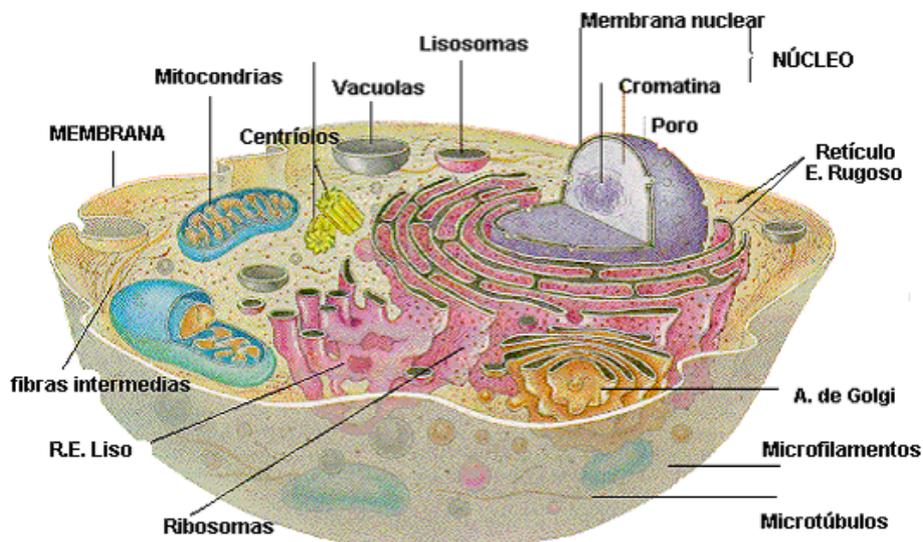
Estructura: la mayor parte de las células son **eucariotas**, como las de los animales y las plantas, formadas por una membrana semipermeable que contiene el citoplasma, dentro del que hay una membrana interna que protege el material genético (ADN) formando el **núcleo** celular. Sin embargo, la mayoría de los seres vivos unicelulares, como las bacterias, son **procariontes**, es decir, tienen células sin núcleo, por lo que su ADN está disperso en el citoplasma porque no hay una membrana que lo proteja.



1.3. ESTRUCTURA DE LAS CÉLULAS EUCARIOTAS

Aparte de la existencia de una membrana, citoplasma y núcleo, en las células eucariotas su membrana presenta repliegues hacia el interior que dan lugar a una serie de estructuras y orgánulos con funciones propias, tal como se puede observar en la imagen:

La membrana es una capa que rodea la célula, separándola del medio que la rodea, pero los poros que presenta le permiten regular el intercambio de sustancias entre el interior y el exterior de la misma. En algunas células, como las de los vegetales, además hay una pared de celulosa que les da una mayor consistencia.

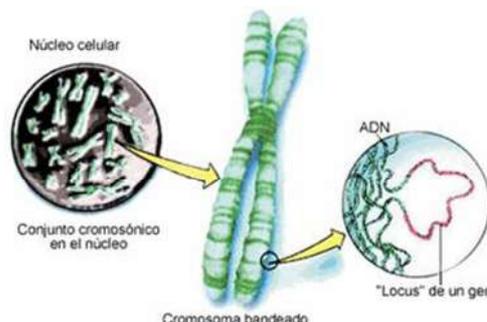


El citoplasma es el medio interno de la célula, donde tiene lugar el metabolismo celular, que son procesos químicos que transforman las sustancias que llegan a su interior en energía y materiales útiles para la propia célula. Es una disolución acuosa de sustancias en la que se distinguen numerosos orgánulos (“órganos pequeños”) y estructuras membranosas que permiten aumentar la superficie sobre la que ocurren los procesos metabólicos:

- **Las mitocondrias** realizan la respiración celular, transformando la materia orgánica en la energía que la célula necesita para realizar todas sus funciones.
- **Los ribosomas** realizan la síntesis de las proteínas según las órdenes que reciben de los ácidos nucleicos.
- **Los lisosomas** son orgánulos con enzimas para el proceso digestivo de la célula.
- **Las vacuolas** son orgánulos que permiten acumular sustancias de reserva o de desecho.
- **Los centriolos** son estructuras cilíndricas que intervienen en la movilidad y en división celular de las células animales.
- **Los plastos** son orgánulos propios de las células autótrofas, como las de los vegetales, ya que su función es capturar energía luminosa para **realizar la fotosíntesis**, proceso que permite fabricar materia orgánica (hidratos de carbono) a partir de materia inorgánica (agua, dióxido de carbono y sales minerales). Son orgánulos discoidales apilados que contienen pigmentos coloreados (como la clorofila en los cloroplastos) que permiten transformar la energía de la luz solar en energía química.
- **El retículo endoplasmático** puede ser rugoso y liso, según tenga o no ribosomas en su superficie. Es una estructura membranosas que distribuye, recoge, almacena y transporta las proteínas fabricadas en los ribosomas. También fabrica lípidos y construye la membrana nuclear.
- **El aparato de Golgi** está formado una serie de cavidades planas próximas al núcleo que sirven de almacén y procesamiento de proteínas, lípidos y enzimas.

El núcleo se encuentra en la zona central de la célula y suele ser de forma esférica. Dirige toda la actividad que tiene lugar en el citoplasma, ya que contiene la información genética de la célula. En él se puede distinguir:

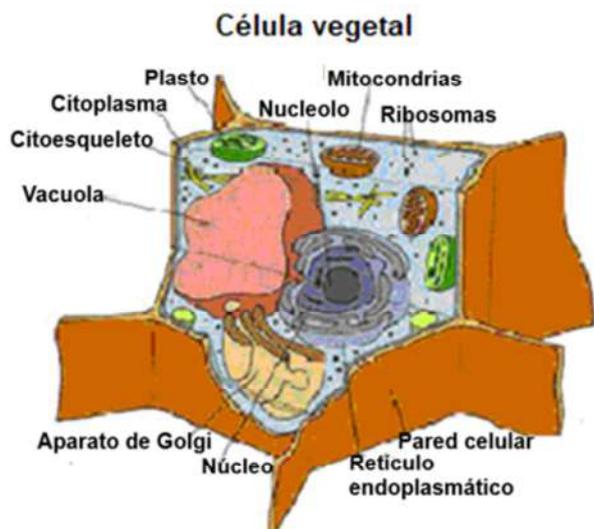
- **La membrana nuclear** envuelve al núcleo y lo separa del citoplasma.
- **Los cromosomas** son estructuras individuales formadas por dos brazos llamados **cromátidas** que se unen en un punto (el centrómero) y contienen la misma secuencia de *ADN* (ácido desoxirribonucleico), además de proteínas. Los cromosomas sólo son visibles en las células eucariotas cuando se van a dividir, ya que durante la interfase (el resto del tiempo entre divisiones) forman la **cromatina**, una especie de ovillo de finos filamentos que, al igual que los cromosomas y las cromátidas, son los portadores de la información que necesita la célula para funcionar (los genes). El prefijo *cromo* común a todas estas estructuras hace referencia a la intensa coloración que les dan los pigmentos usados para las observaciones con el microscopio.
- **Los nucleolos** contienen *ARN* (ácido ribonucleico), que interviene en la fabricación de las proteínas, ya que es una copia de fragmentos de *ADN*.



Las células eucariotas pueden ser **autótrofas** o **heterótrofas**, aunque, por simplificar, se las denomina como **células vegetal** y **célula animal**, respectivamente, cuyas principales diferencias son:

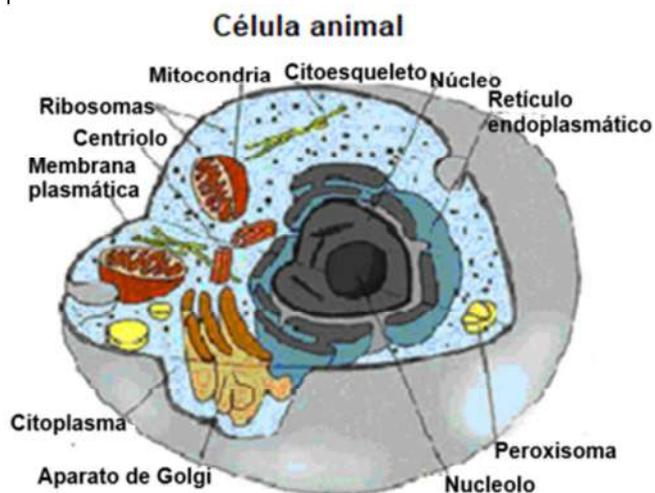
CÉLULA VEGETAL

- Suele tener formas prismáticas y mayor tamaño.
- Tiene una pared celular rígida de celulosa, además de la membrana celular.
- No tiene centriolos.
- Tiene plastos, como los cloroplastos
- Tiene vacuolas de gran tamaño.
- Es autótrofa porque realiza la fotosíntesis



CÉLULA ANIMAL

- Suele tener forma esférica.
- Tiene membrana celular simple.
- Tiene centriolos.
- No tiene plastos.
- Puede tener vacuolas pero no suelen ser muy grandes.
- Es heterótrofa.

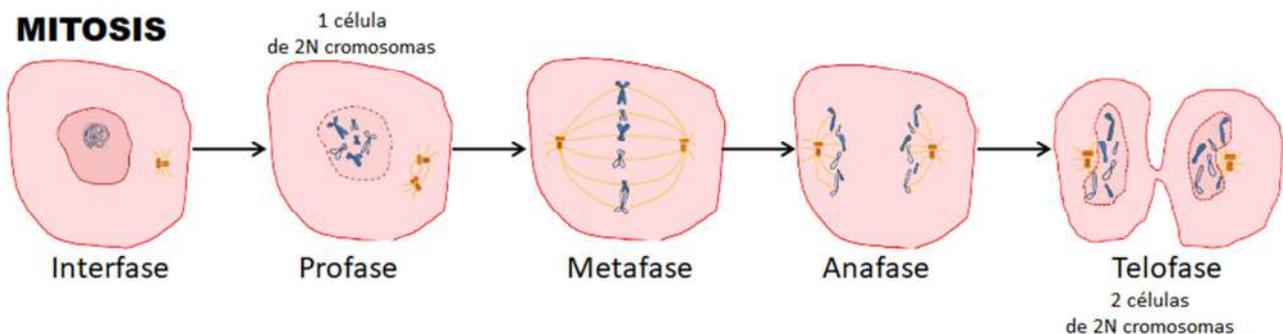


1.4. DIVISIÓN CELULAR

La célula está en **interfase** antes de empezar a dividirse, con los cromosomas poco condensados y no visibles en el núcleo en forma de **cromatina**, una especie de ovillo de proteínas y *ADN*. Durante esta etapa el *ADN* de la cromatina se duplica para que cuando comience la división cada cromosoma tenga dos cromátidas con la misma información genética.

Aunque no de forma específica, a escala celular, la división celular está relacionada con la reproducción y puede ocurrir por **mitosis** o por **meiosis**. Para comprender mejor el resultado de cada una de estas modalidades, se suele dividir el proceso en cuatro etapas: profase, metafase, anafase y telofase.

La mitosis da lugar a células genéticamente idénticas a las originales. Es la forma por la que se reproducen muchos seres vivos unicelulares, pero en organismos pluricelulares, sirve para el desarrollo embrionario, la renovación de tejidos y para el crecimiento. La mitosis de una célula eucariótica se puede resumir así:



- **Profase:** en el núcleo los cromosomas condensan y son visibles sus dos cromátidas, mientras que la membrana nuclear se desintegra. En el citoplasma se duplica el centriolo y los nuevos centriolos formados se dirigen hacia los polos de la célula, a la vez que empieza a formarse el huso acromático, una red de fibras de proteínas que unen a los centriolos.
- **Metafase:** finaliza la formación del huso acromático y los cromosomas se unen a sus fibras por el centrómero, dirigiéndose hacia la parte ecuatorial de la célula.
- **Anafase:** se acortan las fibras del huso acromático, separando así las dos cromátidas de cada cromosoma, que se desplazan hacia los polos opuestos de la célula.
- **Telofase:** las cromátidas llegan a cada uno de los polos, se forma una nueva membrana nuclear alrededor de ellas y la membrana celular se estrangula, para acabar produciendo la citocinesis, es decir, la división de la célula en dos células hijas genéticamente iguales

La meiosis da lugar a células con la mitad de la información genética que las originales y su única finalidad es la **formación de células sexuales**, también llamadas gametos. El proceso consta de dos divisiones consecutivas que dan lugar a células **haploides** (con la mitad de los cromosomas que las células **diploides** de las que proceden). Los gametos humanos (óvulos y espermatozoides) contienen 23 cromosomas ($N = 23$), mientras que las células somáticas llevan 46 ($2N = 46$).

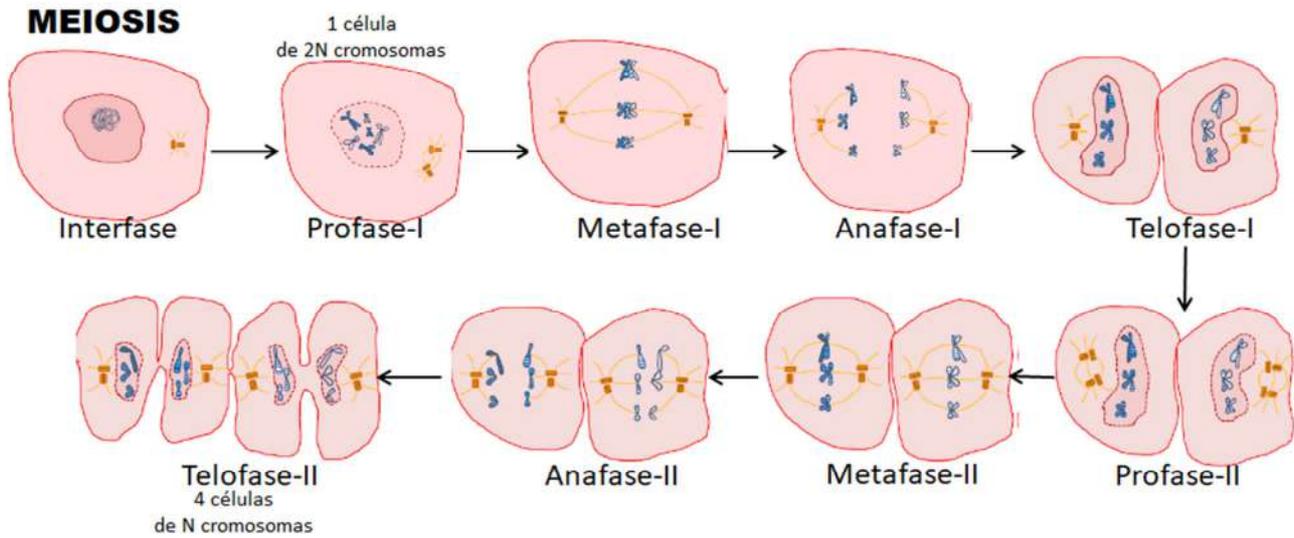
La principal diferencia del proceso de meiosis respecto del de mitosis es que en la primera metafase los cromosomas homólogos (de orígenes diferentes, la madre y el padre, pero con información sobre los mismos rasgos) aparecen pegados formando las **tétradas**

(grupos de cuatro cromátidas), lo que permite el **sobrecruzamiento** y **recombinación** del *ADN* por intercambio de fragmentos de *ADN* de orígenes diferentes, aspecto de gran importancia en la reproducción sexual, ya que posibilita una mayor diversidad genética.

Después de la recombinación, en la primera anafase se separan las tétradas en grupos de dos cromátidas (una híbrida y otra original), siendo el resultado final dos células con la mitad de cromosomas (N), pero con dos cromátidas.

La segunda división de las células resultantes es similar a la mitosis, por lo que el resultado final será que, a partir de una célula diploide ($2N$) se formarán cuatro células con N cromosomas de una cromátida, diferentes en cada célula.

Todo lo anterior se puede resumir así:

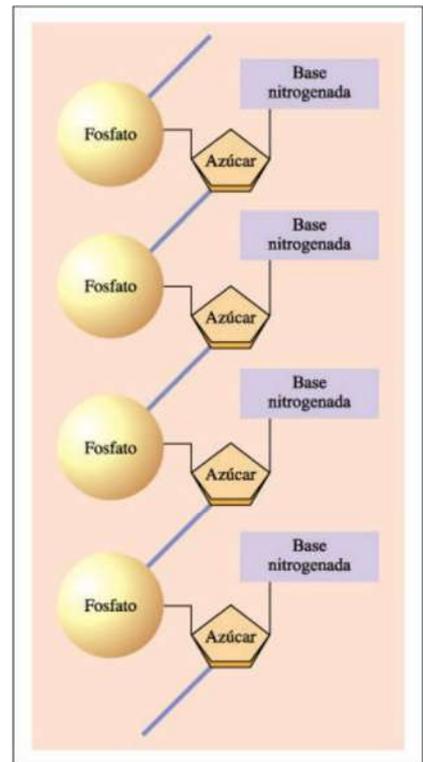


1.5. PRINCIPIOS BÁSICOS DE GENÉTICA

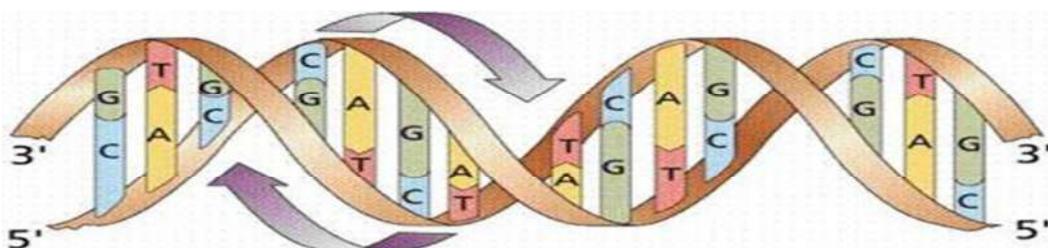
La genética estudia la forma que tienen los seres vivos para pasar sus características de una generación a otra, y cómo los cambios en el material hereditario se expresan en cada organismo individual.

Desde mediados del siglo XX se sabe que la información necesaria para hacer esto se encuentra en los **ácidos nucleicos de las células**, cuyas características se pueden resumir así:

- Hay dos clases de ácidos nucleicos: **ADN** (ácido desoxirribonucleico o *DNA*) y **ARN** (ácido ribonucleico o *RNA*).
- El **ADN** almacena la información genética, mientras que el **ARN** ejecuta esta información sintetizando determinadas proteínas.
- Los ácidos nucleicos son macromoléculas formadas por moléculas más simples (los **nucleótidos**) unidos según una determinada secuencia.
- Un nucleótido está formado por una **pentosa** (azúcar de cinco átomos de carbono, la **desoxirribosa** en el **ADN** y la **ribosa** en el **ARN**) a la que van unidos una **base nitrogenada** y **fosfato**.
- La base nitrogenada es la que diferencia unos nucleótidos de otros. En el **ADN** puede ser adenina (**A**), guanina (**G**), citosina (**C**) o timina (**T**); el **ARN** lleva las mismas bases, excepto que en lugar de timina lleva uracilo (**U**).
- Las bases nitrogenadas son complementarias dos a dos según el criterio **A – T**, **G – C** (la adenina con la timina, y la guanina con la citosina; el uracilo del ARN es compatible con la adenina). Las bases complementarias se pueden unir entre sí mediante enlaces de hidrógeno, débiles pero muy importantes en los ácidos nucleicos.
- El fosfato de los nucleótidos permite la unión de un nucleótido con otro.
- La secuencia de nucleótidos en el ácido nucleico sirve a los seres vivos para codificar en clave química cómo son y cómo funcionan.



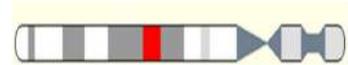
En 1953 los científicos James **Watson** y Francis **Crick** demostraron que el **ADN** tiene estructura tridimensional formada por una **doble cadena helicoidal de nucleótidos**, que es capaz de hacer copias de sí mismo de manera rápida y precisa mediante un mecanismo **semiconservativo** (se conserva la mitad de la molécula), y que las diferentes secuencias de nucleótidos en una de las cadenas de **ADN** (por ejemplo, ...**ACAGTGAC**...) se corresponden con **genes** portadores de la información de cómo se tiene que fabricar cada proteína.



La complementariedad de las bases nitrogenadas es la causa de que las dos cadenas del *ADN* contengan exactamente la misma información, y de que estas dos cadenas estén unidas y enrolladas una sobre otra en forma de hélice, similar a una escalera de caracol en la que las bases nitrogenadas fueran los peldaños.

En las células **procariotas** el *ADN* se encuentra en el citoplasma unido a proteínas formando un **cromosoma circular**, pero en las células **eucariotas** está en el **núcleo** unido a proteínas formando la **cromatina** que, al condensar antes de la división celular, da lugar a los **cromosomas**.

Cada uno de los 20 aminoácidos con los que todos los seres vivos fabrican sus proteínas está asociado a un grupo de tres bases nitrogenadas (o sus tres complementarias), por lo que el *ADN* permite codificar las proteínas en fragmentos llamados **genes**, responsables de las características o rasgos del organismo. En promedio, cada cromosoma suele tener unos 4.000 genes.



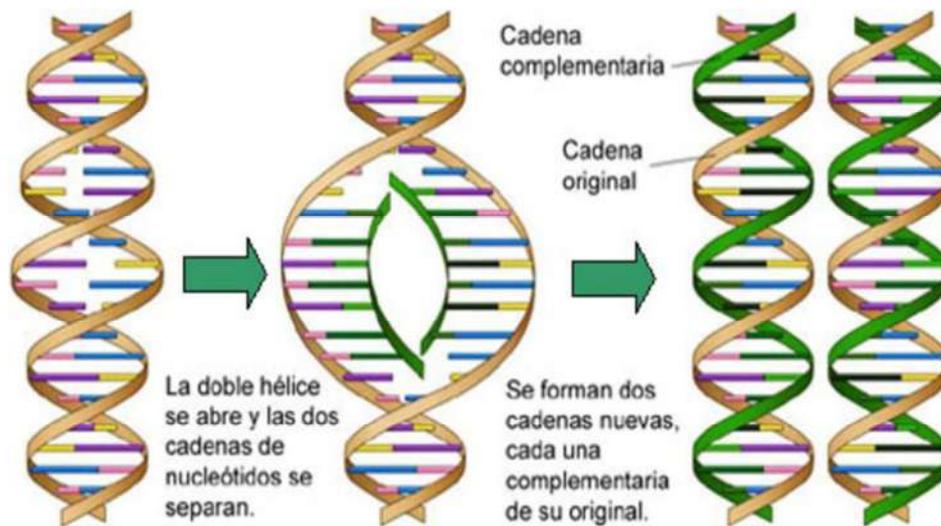
Excepto los **gametos**, que tienen sólo un juego de N **cromosomas** (son células **haploides**), todas las células de los organismos que se reproducen sexualmente tienen un juego de $2N$ **cromosomas** (son células **diploides**), ya que cada cromosoma tiene otro homólogo con genes sobre los mismos rasgos, aunque no necesariamente iguales, porque cada uno de los cromosomas homólogos procede de uno de los dos progenitores del organismo en cuestión. Los dos genes con información sobre cierta característica (como el color del pelo) se llaman **genes alelos**, que pueden ser iguales (homocigosis) o diferentes (heterocigosis).

Las células de la especie humana tienen 46 cromosomas, es decir, hay 23 pares de cromosomas ($N = 23$).

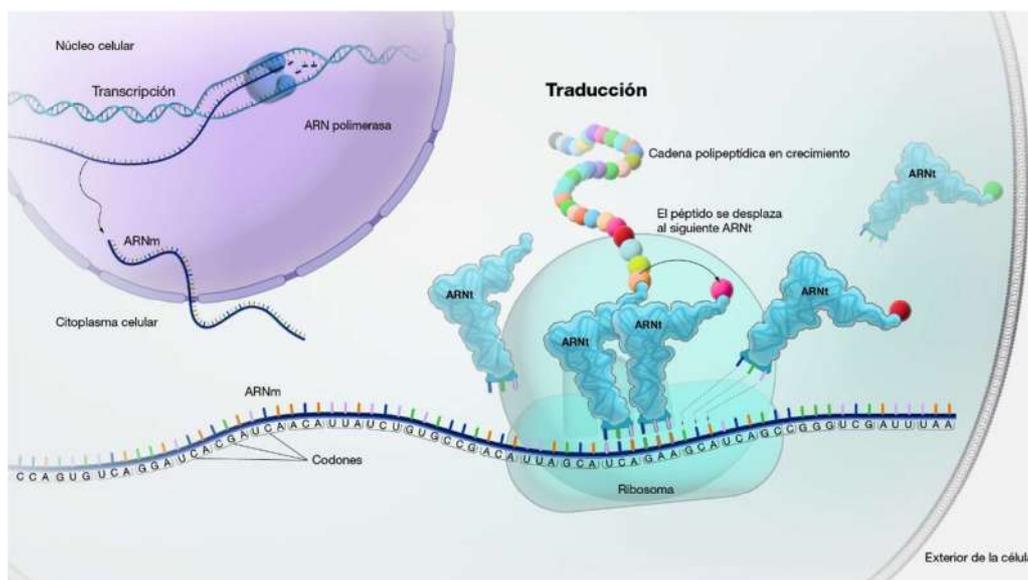
El *ADN* es una molécula que tiene capacidad de **replicación** (hace copias de sí mismo), **transcripción** (transmite información de cada gen a formato *ARN* mensajero, ARN_m) y **traducción** (fabrica en el citoplasma las proteínas que corresponden a cada gen transcrito a ARN_m).



- **La replicación del *ADN*** se produce en el núcleo celular durante la interfase, antes de que la célula se divida, para que cada célula hija reciba la misma información genética. El proceso comienza abriéndose la doble hélice del *ADN*, dejando así separadas sus dos cadenas; a continuación, se van uniendo nucleótidos libres que hay en el núcleo a los de cada una de las dos cadenas siguiendo el criterio de complementariedad de las bases nitrogenadas ($A - T$, $G - C$). Finalmente, los nucleótidos incorporados se unen entre sí y dan lugar a las nuevas cadenas de *ADN*. Como consecuencia, la replicación del *ADN* es semiconservativa, ya que cada nueva molécula está formada por una de las cadenas de la molécula original y su complementaria recién sintetizada.



- **La transcripción del ADN** es la síntesis de una molécula de **ARN mensajero** (ARN_m), cuya secuencia de bases nitrogenadas es la complementaria de la de un fragmento de una de las cadenas de ADN , correspondiente a un gen. Así, por ejemplo, la secuencia $CCGTTTAA$ de ADN tiene como complementaria en el ARN_m la secuencia $GGCAAUUU$ (recuerda que el ARN lleva uracilo, U , en lugar de timina, T). El ARN_m contiene la información necesaria para fabricar en el citoplasma la proteína codificada en el gen del ADN .
- **La traducción del ADN** es la síntesis en el citoplasma de una proteína por unión de **aminoácidos** según el orden establecido por la secuencia de bases nitrogenadas transcrita del ADN del núcleo al ARN_m . Para ello, después de atravesar la membrana por sus poros, el ARN_m transcrito se une a los ribosomas del citoplasma y éstos van identificando en él grupos de tres nucleótidos (llamados **codones**), cada uno de los cuales asociado a un aminoácido. El ensamblaje de los aminoácidos se realiza con la colaboración de los **ARN de transferencia**, ARN_t , portadores de un aminoácido específico y de su **anticodon** (el triplete de nucleótidos complementario al codon asociado al aminoácido). A medida que el ribosoma va recorriendo el ARN_m , se va uniendo cada codon con el correspondiente anticodón, lo que permite formar la cadena peptídica de aminoácidos unidos en el orden que deben tener en la proteína.



1.5.1. LAS MUTACIONES GENÉTICAS

Son cambios en la información genética contenida en el *ADN* de las células. Se pueden producir espontáneamente por errores en los procesos de duplicación del *ADN*, en los mecanismos naturales de reparación de errores en la duplicación o por fallos en el reparto de cromosomas durante la división celular; también pueden estar inducidos por agentes mutagénicos, como radiaciones, sustancias químicas o ciertos virus.

Las mutaciones pueden ser **génicas** (si afectan sólo a la secuencia de nucleótidos de un gen cuando se gana, se pierde o se sustituye una base nitrogenada por otra), **cromosómicas** (cuando hay alteraciones en la estructura de algún cromosoma, bien por pérdida de algún segmento o por intercambio de fragmentos con otros cromosomas) o **genómicas** (cuando afectan a un cromosoma completo, alterando el número de cromosomas del individuo con algún cromosoma de más o de menos respecto al número normal de cromosomas de su especie, como ocurre con la trisomía del par 21 en humanos, responsable del síndrome de Down).

Las consecuencias de las mutaciones pueden ser **neutras** (si no producen efectos sobre el organismo), **negativas** (si causan daños, enfermedades o la muerte) o **beneficiosas** (si surgen nuevos rasgos que mejoran las opciones de supervivencia o de reproducción del organismo, permitiéndole adaptarse mejor al medio).

Las mutaciones tienen una gran importancia biológica, ya que son una de las causas de la **biodiversidad** y del proceso de **evolución de las especies**.

1.5.2. LAS LEYES DE LA HERENCIA BIOLÓGICA

En 1864, mucho antes del descubrimiento del *ADN*, el monje austriaco **Gregor Mendel** publicó las leyes que llevan su nombre para explicar los principios de la herencia de los caracteres. A pesar de que su trabajo pasó inadvertido o incluso despreciado por la mayor parte de los científicos de su época, fue redescubierto a principios del siglo XX para justificar la teoría cromosómica de la herencia.

Mendel hizo sus experimentos cultivando guisantes y estudiando las cosechas obtenidas, procediendo de la siguiente manera:

1. Se aseguraba de obtener variedades genéticamente puras, cultivando reiteradamente de forma aislada guisantes de una determinada característica.
2. Impedía su polinización natural cortando los estambres de las flores y protegiéndolas adecuadamente. Luego, las polinizaba usando un pincel con el polen que seleccionaba, de modo que así sabía qué plantas intervenían en la formación de las semillas.
3. Finalmente, sembraba los guisantes y, cuando crecían, se fijaba en los rasgos de las nuevas semillas obtenidas.



En primer lugar, se fijó en el **color de las semillas**, trabajando con una variedad de guisantes verdes y otra amarilla.

- **Primer experimento:** cruzó plantas de semillas amarillas con otras de semillas verdes. Es curioso, pero todas las nuevas plantas producían semillas amarillas.



TEMA 6: GENÉTICA, SALUD Y ENFERMEDAD

- **Segundo experimento:** cruzó entre sí las plantas producidas por las semillas amarillas obtenidas en el experimento anterior (**híbridas**). En la cosecha siguiente volvieron a aparecer plantas con semillas verdes en una pequeña proporción (un 25 %, aproximadamente).

Para explicar estos hechos basta con suponer que las semillas tienen la información del color que las corresponde (amarillo o verde) **por duplicado**, de modo que el amarillo prevalece sobre el verde, que sólo se manifestará cuando la semilla contenga la doble información interna correspondiente a dicho color. En este caso se dice que el rasgo “semilla amarilla” es **dominante** y el rasgo “semilla verde” es **recesivo**. Además, cada planta transmitirá a la nueva generación sólo la **mitad** de la información que contiene, ya sea el rasgo de color amarillo o el verde:

Algunos rasgos que, como el color verde de las semillas, no se manifiestan exteriormente en presencia de información distinta, se dice que son **recesivos**, mientras otros, como el color amarillo, se llaman **dominantes**.

En otra serie de experimentos, Mendel trabajó con otras variedades de guisantes, fijándose en el aspecto liso o rugoso de sus semillas, además del color verde o amarillo, llegando a la conclusión de que cada uno de estos rasgos se transmitía de forma independiente.

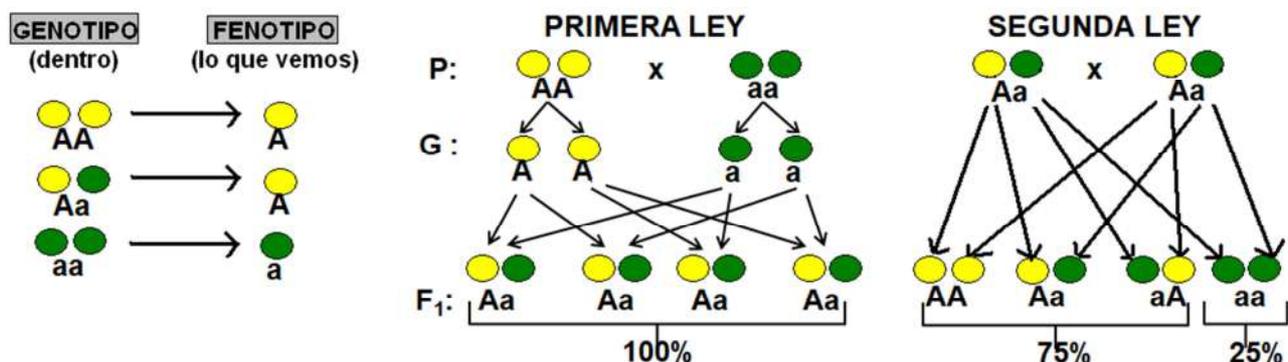
La forma por la que se transmiten los caracteres queda resumida en estas tres **leyes de Mendel**:

1ª) Uniformidad de la primera generación: al cruzar dos variedades puras entre sí, la primera generación es idéntica, tanto en el genotipo como en el fenotipo.

2ª) Segregación de caracteres en la segunda generación: al cruzar las variedades híbridas de la primera generación, reaparecen los dos fenotipos puros originales.

3ª) Independencia y libre combinación de los factores hereditarios: cuando se tiene en cuenta más de un rasgo hereditario, cada uno de ellos es independiente respecto a los demás, dando lugar a combinaciones de caracteres no presentes en las variedades originales.

Esquemáticamente todo esto se puede representar utilizando para cada alelo de un rasgo una letra (mayúscula para el dominante y minúscula para el recesivo):

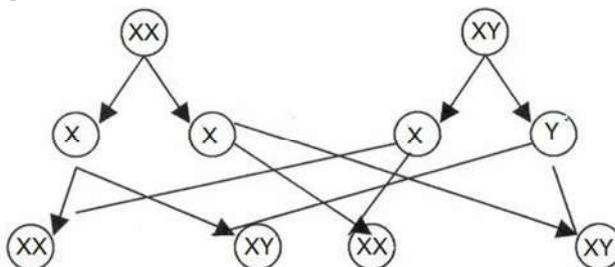


En la actualidad, el conocimiento de los cromosomas y del ADN como portadores de la información genética, permiten comprender mejor las leyes de Mendel: la doble información interna está contenida en los dos cromosomas homólogos correspondientes, procedentes cada uno de ellos de uno de los padres de cada ser vivo. La base cromosómica de la herencia también permite explicar ciertas excepciones de la genética

mendeliana, ya que algunos genes, por proximidad dentro de un cromosoma, no son totalmente independientes entre sí.

Hay muchos rasgos, como el color de piel o de ojos, el grupo sanguíneo y el sexo biológico, cuya transmisión a la descendencia viene determinada por las leyes de Mendel. También muchas enfermedades como la hemofilia o la miopía se rigen con estos principios.

El **sexo biológico en seres eucariotas** también se rige por las leyes de Mendel, ya que hay dos cromosomas homólogos (los cromosomas sexuales) que son diferentes según el sexo del individuo. En los mamíferos, las hembras los tienen iguales, llamándose a su genotipo XX mientras que en los machos es XY. Evidentemente, los caracteres cuyos genes estén en el cromosoma Y sólo se presentan en los varones, que se lo transmitirán a todos sus hijos varones.



Tal como se aprecia en el diagrama, la posibilidad de cada uno de los sexos en la descendencia es, en principio, de un 50%.

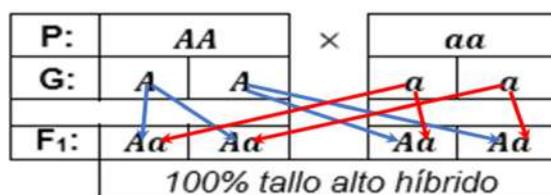
La **herencia ligada al sexo** se refiere a los rasgos cuyos genes se encuentran en el cromosoma X, cuya ausencia en el cromosoma Y hace que, aunque sean recesivos, se manifiesten externamente en heterocigosis para el sexo masculino, mientras que en el sexo femenino siguen las leyes de Mendel, como ocurre con el daltonismo y la hemofilia, que son rasgos recesivos.

1.5.3. EJERCICIOS DE GENÉTICA MENDELIANA

Ejemplo 1. Primera ley de Mendel: Sabiendo que en los guisantes el alelo tallo alto es dominante sobre el alelo tallo bajo, determina los rasgos de la cosecha que se puede esperar al cruzar dos plantas de guisantes de raza pura, una de tallo alto, con otra de tallo bajo.

*Solución: como en la mayoría de los problemas de genética, lo primero es identificar los **alelos** de los caracteres que se estudian (las variantes del carácter), simbolizando éstos mediante una letra (mayúscula, si es dominante, y minúscula, si es recesivo); luego hay que representar los diferentes **genotipos** (información interna con juego de doble letra de alelos) y los correspondientes **fenotipos** (aspecto externo). Con estos datos, a partir de la información del problema, se proponen genotipos para los progenitores, lo que permite representar los gametos que ambos producirán (identificados con una letra) que, a su vez, sirven para obtener los genotipos de la posible descendencia (tomando un alelo o letra del genotipo de cada progenitor y combinándolos de todas las formas posibles, ya que esto es un proceso completamente aleatorio). En este caso, se podría plantear así:*

Alelos	Genotipos	Fenotipos
Tallo alto: A	AA	Tallo alto
Tallo bajo: a	Aa	
	aa	Tallo bajo



El resultado indica que el 100% de la cosecha es de tallo alto híbrida.

TEMA 6: GENÉTICA, SALUD Y ENFERMEDAD

Ejemplo 2. Segunda ley de Mendel: Obtener los genotipos y fenotipos obtenidos al cruzar dos plantas de la cosecha del ejercicio anterior (de la F_1).

Solución: en este ejercicio no es necesario volver a escribir los alelos y los posibles genotipos y los fenotipos (se hizo en el ejemplo 1). En este caso, ambos progenitores son heterocigóticos con fenotipo de tallo alto:

P:	Aa		×	Aa	
G:	A	a		A	a
F ₂ :	AA	Aa		Aa	aa
	25%	50%		25%	

Según se aprecia, reaparecen los dos genotipos homocigóticos (un 25% el dominante y otro 25% el recesivo), y en el fenotipo hay un 75% de la variedad de tallo largo (25% homocigótico y 50% heterocigótico).

Ejemplo 3. Tercera ley de Mendel: Se cruzan dos plantas dihíbridas (diheterocigóticas) altas, con flores moradas. Indica los genotipos y los fenotipos de su descendencia, sabiendo que el alelo del tallo alto domina sobre el del bajo, y el alelo de las flores moradas domina sobre el de las blancas.

Solución: en este caso, se abordan dos caracteres (tamaño de tallo y color de flor), por lo que conviene empezar representando los alelos, genotipos y fenotipos para cada carácter por separado. Que se crucen dos variedades dihíbridas significa que las dos son híbridas respecto a los dos caracteres, por lo que el genotipo completo de ambas será **AaBb**.

Alelos	Genotipos	Fenotipos
Tallo alto: A	AA	Tallo alto
Tallo bajo: a	Aa	
Flor morada: B	aa	Tallo bajo
Flor blanca: b	BB	Flor morada
	Bb	
	bb	Flor blanca

Cuando los genes responsables de cada uno de los dos rasgos están suficientemente separados en un cromosoma, serán independientes y, por tanto, los gametos que se formen deben obtenerse con una letra de cada uno de los rasgos, de todas las maneras que ello sea posible. Para asegurarse de representarlo correctamente, es mejor hacerlo en una tabla que a la vez permitirá establecer los genotipos completos de la descendencia.

		Ejemplar 2				
		AaBb				
Gametos		AB	Ab	aB	ab	
Ejemplar 1	AaBb	AB	AABB Alta morada	AABb Alta morada	AaBB Alta morada	AaBb Alta morada
		Ab	AABb Alta morada	AAbb Alta blanca	AaBb Alta morada	Aabb Alta blanca
		aB	AaBB Alta morada	AaBb Alta morada	aaBB Baja morada	aaBb Baja morada
		ab	AaBb Alta morada	Aabb Alta blanca	aaBb Baja morada	aabb Baja blanca

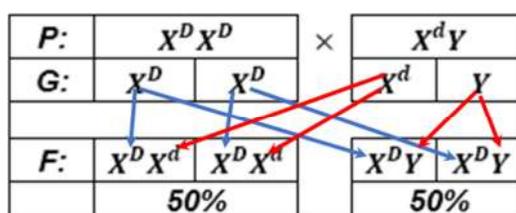
De un total de 16 genotipos posibles, hay 9 fenotipos alta morada, 3 alta blanca, 3 baja morada, y 1 baja blanca.

Ejemplo 4. Herencia ligada al sexo: Sabiendo que el daltonismo está determinado por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X, ¿cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer normal no portadora?

Solución: cuando un gen se encuentra en el cromosoma X, para indicar el correspondiente alelo, se sitúa como superíndice a la derecha de esta letra. Cuando es un alelo recesivo, en las mujeres sólo se manifiesta en homocigosis, mientras que en hombres basta con que lo contenga el cromosoma X porque el cromosoma Y carece de información. Por tanto, ahora los alelos y genotipos se pueden representar así:

Alelos	Genotipos	Fenotipos
Vista normal: X^D	$X^D X^D$	Mujer vista normal
Daltonismo: X^d	$X^D X^d$	Mujer portadora vista normal
	$X^d X^d$	Mujer daltónica
	$X^D Y$	Hombre vista normal
	$X^d Y$	Hombre daltónico

A partir del enunciado, se deduce que la mujer tiene que ser homocigótica dominante ($X^D X^D$) porque su vista es normal y no es portadora. El hombre, sin embargo, tiene el rasgo de daltonismo en su cromosoma X, por lo que su genotipo será $X^d Y$. Según esto, la descendencia se obtiene de forma similar a los casos y vistos, resultando que la totalidad de las hijas tendrán visión normal, pero serán portadoras del daltonismo, mientras que la totalidad de los chicos tendrá vista normal:



1.5.4. GENÉTICA Y SOCIEDAD

El conocimiento de las bases de la genética condiciona el desarrollo de la sociedad actual desde muy diversos puntos de vista, tanto por las implicaciones tecnológicas y médicas, como desde aspectos éticos y morales. Términos como la clonación, el Proyecto Genoma Humano, la ingeniería genética o los transgénicos son habituales en los medios de comunicación.

Proyecto Genoma Humano (PGH).

Comenzó en 1988 para obtener la secuencia completa del ADN de las células humanas, es decir, el orden en el que se disponen los aproximadamente 6.000 millones de nucleótidos y 35.000 genes que contiene nuestro ADN. El objetivo se consiguió en junio de 2001, pero el proyecto continúa bajo otras siglas, y en multitud de laboratorios del mundo: se está logrando conocer cada vez mejor nuestros genes, su función y su ubicación exacta en los cromosomas.

Los beneficios que se esperan del proyecto son inmensos y repercutirán en nuestra calidad de vida. El conocimiento del genoma ha permitido, de momento, el desarrollo de nuevos métodos diagnósticos. En el futuro, nos proporcionará la posibilidad de poder prevenir, paliar o incluso curar algunas enfermedades hereditarias.

Biotecnología y manipulación genética.

Desde tiempos remotos, la humanidad ha utilizado en su provecho diversas especies y ha potenciado sus características seleccionando los individuos más adecuados y cruzándolos entre sí. Hoy en día, el avance de la biotecnología ha permitido un desarrollo mucho más eficiente de las especies ya cultivadas y ha abierto unas perspectivas enormes. Así, se han introducido mejoras en actividades clásicas como la fabricación del pan, cerveza o yogur; se han desarrollado industrias en las que intervienen los seres vivos: producción de medicamentos, depuración de aguas residuales, obtención de biocombustibles...

La **ingeniería genética**, desarrollada como una parte de la biotecnología, es el conjunto de técnicas cuyo fin es manipular el *ADN*, lo que ya ha permitido crear organismos genéticamente modificados (OGM), quitar o añadir genes a organismos, aumentar el número de moléculas de *ADN*, clonar células e individuos completos o introducir genes de un individuo de una especie en un organismo de otra especie (llamado transgénico) para conseguir en éste las características de los genes introducidos (los alimentos transgénicos contienen productos procedentes de este tipo de organismos).

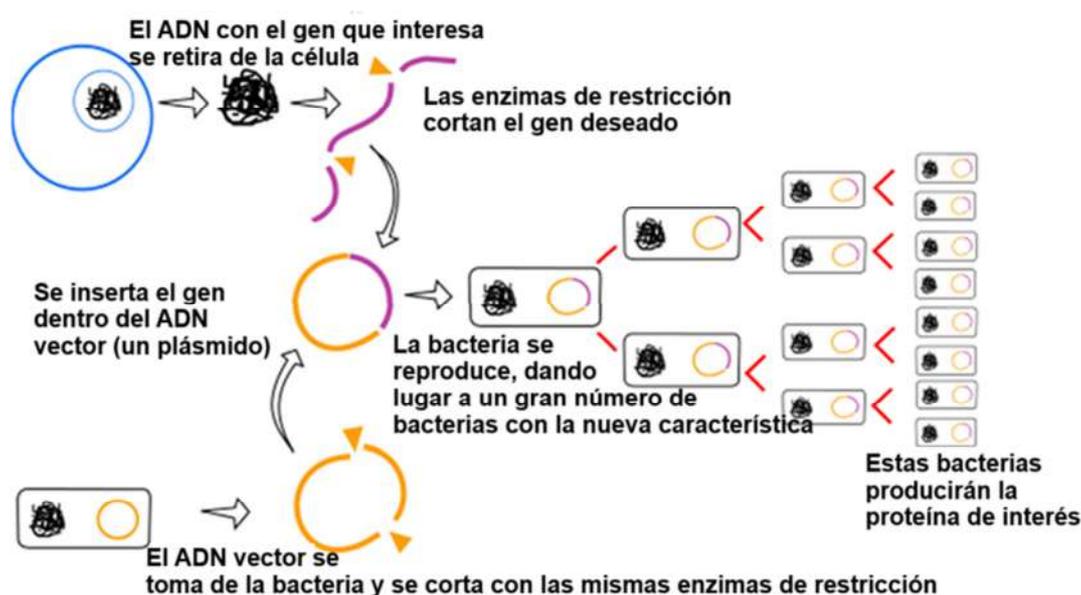
De este modo se ha conseguido que bacterias sinteticen insulina humana, que ratones produzcan la hormona del crecimiento humano, o que algunas plantas, como la patata o la fresa, soporten mejor las heladas. Pero sus aplicaciones son múltiples:

- En agricultura y ganadería.
Se han creado OGM resistentes a plagas, sequías, bajas temperaturas, variaciones de salinidad o herbicidas; también para aumentar las cosechas, producir determinadas sustancias (como vitaminas o proteínas) o frutos con maduración retardada. De este modo, se han conseguido alimentos transgénicos más baratos y con características interesantes para el consumo humano, pero hay expertos y organizaciones que se oponen a su comercialización por desconocer los posibles efectos de estas especies sobre el medioambiente y la salud humana.
- Industria farmacéutica.
Se han creado organismos que producen moléculas o sustancias que no producirían de forma natural, lo que permite obtener antibióticos, hormonas, vacunas, y proteínas que no provoquen rechazo en la persona que las recibe.
- Medicina.
 - Análisis genéticos, que detectan enfermedades genéticas antes de que se desarrollen (Alzheimer, Parkinson, etc.) para así prevenirlas y actuar sobre ellas en sus inicios.
 - Terapias génicas, consistentes en introducir genes en el paciente para combatir determinadas enfermedades, consiguiendo así sustituir genes alterados, inhibir la acción de genes defectuosos o insertar nuevos genes.
 - Comparación del *ADN* de personas para identificar de víctimas, hacer pruebas de paternidad o de autoría de delitos.
- Medioambiente.
La biorremediación utiliza microorganismos, hongos, plantas o las enzimas derivadas de ellos para recuperar ambientes contaminados. Se usan bacterias modificadas genéticamente para recuperar suelos contaminados con metales pesados, obtener plásticos biodegradables, conseguir energía a partir de aguas residuales en las depuradoras, o degradar residuos tóxicos (como los vertidos de petróleo) en sustancias menos dañinas.

En ingeniería genética se usa tecnología de **ADN recombinante**, basada en herramientas como:

- Enzimas de restricción: proteínas que sirven para aislar genes, ya que permiten cortar el *ADN* por lugares concretos.
- *ADN* ligasas: enzimas que permiten unir fragmentos de *ADN*.
- Vectores de transferencia: moléculas de *ADN* que se pueden reproducir, como los plásmidos bacterianos, que sirven para transportar genes.

En primer lugar, hay que identificar y localizar en el *ADN* el gen que interesa, para que las enzimas de restricción corten los fragmentos del gen, que se unirán al vector de transferencia (un plásmido bacteriano) con ayuda de las *ADN* ligasas. El resultado es un fragmento de *ADN* híbrido o recombinante que, una vez transferido a una célula hospedadora, se replica y transmite a las células hijas, creando clones de células con genes de otra célula distinta.



Todas estas técnicas tienen críticos y detractores, especialmente sensibilizados con los procesos de obtención de alimentos transgénicos para consumo humano. Argumentan que no se conocen los efectos de estos alimentos en nuestro organismo y suponen que el cruce de individuos transgénicos con individuos salvajes tendría consecuencias imprevisibles.

La clonación.

Es una técnica que permite obtener **organismos idénticos** a uno dado, el progenitor, por lo que el resultado son copias de éste. Aunque esto se ha venido haciendo con plantas desde hace mucho tiempo (mediante esquejes, por ejemplo), en la actualidad la biotecnología permite hacerlo también con animales superiores, incluyendo a la especie humana, lo cual plantea grandes dudas y polémicas por las consecuencias éticas que supone, a pesar de los supuestos beneficios que pueda aportar, como la obtención de organismos idénticos a algunos de características de especial interés, o su aplicación limitada para conseguir copias de tejidos u órganos para trasplantes.

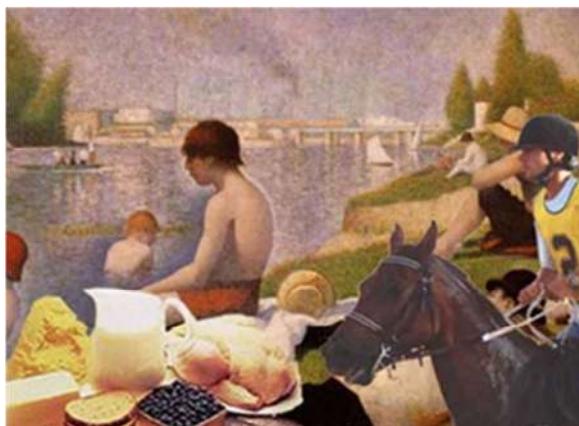
La oveja "Dolly" fue el primer mamífero que se consiguió clonar con éxito en 1996 sustituyendo el núcleo de una célula embrionaria por otro procedente de un animal adulto, lo que causó un gran impacto mediático en su momento.

2. SALUD Y ENFERMEDAD

La organización mundial de la salud (OMS) define la **salud** como el estado de completo **bienestar físico, mental y social**, y no sólo como la ausencia de enfermedad.

Una buena salud está condicionada por aspectos como:

- Vivir en un ambiente sano.
- Disponer de una asistencia sanitaria eficaz.
- Las características genéticas personales.
- Llevar un estilo de vida saludable, es decir:
 - Hacer ejercicio físico.
 - Tener una alimentación adecuada.
 - La higiene corporal.
 - Cuidar la postura, sobre todo al sentarse.
 - No consumir sustancias tóxicas: tabaco, alcohol, etc.



Por tanto, la salud depende fundamentalmente del ambiente y del estilo de vida que llevamos.

El estado de la salud de una persona se puede valorar objetivamente a partir de una serie de parámetros como la temperatura corporal, el peso, el pulso, la presión arterial, la capacidad vital, el hemograma o la composición química de la orina.

- **La temperatura corporal:** en humanos está controlada por el hipotálamo y es muy estable. Oscila entre 36,5°C y 37,2°C, con un valor medio de 37° C. En las axilas tiene un valor 5 décimas más bajo que en la boca. En el recto, por lo contrario, presenta un valor 5 décimas mayor que en la boca.
- **El peso:** indica el grado de normalidad nutricional en nuestro organismo. Varía según la talla, el sexo, la edad y la constitución. En el periodo de desarrollo corporal (entre los 13 y 20 años) estos valores son muy cambiantes y por lo tanto poco significativos para evaluar la salud corporal, salvo que sobrepasen determinados límites. El peso debe medirse en ayunas, descalzo y con la menor ropa posible.
- **El pulso:** es el resultado de las variaciones de presión durante un ciclo cardíaco. que provocan la dilatación y contracción de las paredes de las arterias.
- **La presión arterial:** es la presión sanguínea en el interior de las arterias.
- **La capacidad vital:** representa el volumen máximo de aire que puede intercambiarse en una sola ventilación pulmonar (inspiración y espiración).
- **El hemograma:** es el análisis de sangre, con indicación del número y tipo de células sanguíneas, así como de la composición química del plasma sanguíneo.
- **La composición química de la orina:** indica las sustancias que hay en la orina, de modo que la existencia de alguna extraña, o las normales en cantidades excesivas, pueden indicar alguna enfermedad.

Cuando algo no funciona correctamente, se produce la **enfermedad**, que es una alteración orgánica o funcional que afecta negativamente al estado de bienestar de una persona. Según el tipo de alteración, las enfermedades se clasifican en:

- **Infecciosas**, como la gripe, debidas a microorganismos que pueden pasar de una persona a otra y extender la enfermedad.
- **Traumáticas**, como las fracturas de huesos, causadas por accidentes de tráfico, domésticos, deportivos, laborales, etc.
- **Ambientales**, como las quemaduras, debidas a agentes del medio (frío, calor, radiaciones).
- **Tóxicas**, como las intoxicaciones con productos químicos, causadas por la ingesta o inhalación de productos nocivos para el organismo.
- **Metabólicas**, como la diabetes, debidas a alteraciones del metabolismo por herencia o como consecuencia de una alimentación inadecuada.
- **Neoplásicas**, como el cáncer de pulmón, causadas por la proliferación descontrolada de células en un órgano.
- **Mentales**, que afectan al comportamiento psíquico del individuo y pueden ser debidas a lesiones orgánicas del cerebro, psicosis y demencias, o no tener base anatómica conocida, como es el caso de las fobias.
- **Degenerativas**, como la artrosis, debidas a la alteración anatómica y funcional de los tejidos de cualquier órgano, aparato sistema.



2.1. FACTORES SOCIALES QUE AFECTAN A LA SALUD

Hay una serie de comportamientos sociales que favorecen el desarrollo de enfermedades. Entre ellos, podemos destacar los siguientes:

- El consumo de drogas (alcohol, tabaco, ciertos medicamentos y psicotrópicos).
- Las modas y estereotipos físicos (causan la anorexia y la bulimia, entre otras).
- El uso de automóviles, que causa gran número de accidentes de tráfico.

Las drogas son sustancias que, introducidas en el organismo, afectan al sistema nervioso y producen cambios en el comportamiento de las personas. El concepto incluye sustancias con las que convivimos habitualmente, pudiendo incluso tener efectos médicos beneficiosos cuando se consumen siguiendo las indicaciones del médico. Sin embargo, las drogas pueden producir graves problemas de salud, ya que crean dependencia y tolerancia:



- **La dependencia** es el conjunto de reacciones que crean la necesidad de tomar una sustancia determinada, ya sea para sentir sus efectos o para evitar el malestar que produce la privación de esa sustancia.
- **La tolerancia** se produce cuando el organismo se adapta a sustancias consumidas en repetidas ocasiones, lo que hace que para conseguir los mismos efectos que se buscan es necesario aumentar la dosis.

El alcohol etílico o etanol se encuentra en bebidas que se obtienen por fermentación de jugos vegetales, a veces seguida de destilación. Es un depresor del sistema nervioso central y, aunque inicialmente produce sensación de euforia y desinhibición, después produce somnolencia, tristeza y depresión.



La cantidad de alcohol de una bebida se mide mediante el grado alcohólico, que es el porcentaje de etanol contenido en la bebida. Por ejemplo, si en una bebida se indica 12º, significa que en un litro (1000 cm³) de la bebida hay 120 cm³ de alcohol puro.

Cuando una persona se hace dependiente del alcohol, la ausencia de éste produce la aparición del **síndrome de abstinencia**, que se caracteriza por irritabilidad y temblores, pudiendo llegar en algunos casos al "**delirium tremens**", caracterizado por la aparición de

alucinaciones y producir la muerte. La dependencia al alcohol se puede adquirir desde muy joven y no se cura nunca.

El abuso del alcohol puede producir, además de daños psicológicos, enfermedades en el aparato digestivo (cirrosis hepática, gastritis, úlcera gastroduodenal), y en el aparato circulatorio.

El tabaco contiene la **nicotina**, que es una droga que se toma por inhalación del humo producido en la combustión de la planta del tabaco. Además de esta sustancia, que produce dependencia y tolerancia como todas las drogas, el humo del tabaco contiene otras sustancias tóxicas, como alquitranes, monóxido de carbono y sustancias irritantes. Se estima que la esperanza de vida de los fumadores está reducida entre 15 o 20 años, debido a que el consumo prolongado de tabaco es responsable de enfermedades, como el cáncer (de pulmón, laringe o estómago), bronquitis crónica, enfisema y enfermedades cardiovasculares.

El tabaco no sólo produce daños al fumador, sino también a los **fumadores pasivos**, es decir, a las personas no fumadoras cercanas al fumador.

A pesar de las restricciones legales, la industria del tabaco mueve mucho para aumentar su consumo sobre todo entre los más jóvenes, pues al crear dependencia aseguran que durante años van a seguir consumiéndolo.



Las sustancias psicotrópicas son compuestos químicos que, introducidos en el torrente sanguíneo, producen un efecto directo sobre el sistema nervioso central que afecta al comportamiento y la personalidad. Las más comunes son el cannabis, la heroína, la cocaína y las drogas de síntesis.

- **El cannabis** se obtiene de la planta Cannabis sativa, con cuyas hojas se elaboran preparaciones como la marihuana, hachís o porro.
- **La heroína** se presenta como un polvo blanco disuelto que se inyecta en vena.
- **La cocaína** se obtiene a partir de la hoja de coca.
- **Las drogas de síntesis** son sustancias que, como el éxtasis, se producen en laboratorios, sin controles sanitarios. Suelen venderse como pastillas de aspectos muy variados.

Marihuana



El consumo de todas estas drogas puede afectar gravemente a nuestras vidas, tanto en lo físico como en lo psicológico o social, ya que dañan el organismo, rompen las relaciones sociales, desencadenan problemas psicológicos y, de forma indirecta, pueden generar otros problemas, como:

- Accidentes de tráfico y laborales.
- Problemas laborales por la disminución del rendimiento y absentismo.
- Enfermedades infecto-contagiosas.
- Problemas de relación con la familia, pareja o amigos.

Los fármacos son sustancias destinadas a uso médico, cuyo objetivo es prevenir y curar enfermedades, por lo que deben ser utilizados bajo control médico. Cuando se consumen sin finalidad curativa o no se siguen las indicaciones del médico, pueden ser perjudiciales, ya que muchas de ellas pueden contener drogas en su composición.

Los fármacos de los que más frecuentemente se abusa son los barbitúricos, los analgésicos narcóticos y las anfetaminas.



- **Los barbitúricos** se utilizan en el tratamiento del insomnio. En dosis excesivas pueden llegar a provocar estado de coma o la muerte.
- **Los analgésicos narcóticos** se utilizan en tratamientos contra el dolor en casos extremos, como enfermos terminales de cáncer. Por ejemplo: morfina y metadona, esta última se utiliza en programas para el tratamiento de la dependencia a la heroína.
- **Las anfetaminas** activan el sistema nervioso central, provocando pérdida de apetito y alteración del sueño. Su uso continuado provoca tolerancia y dependencia.

La anorexia y la bulimia son enfermedades que se manifiestan como trastornos del comportamiento alimentario, pudiendo poner en peligro la vida de las personas que lo sufren cuando no se tratan a tiempo. Estas personas tienen una preocupación excesiva por no engordar, aunque su peso sea normal.

En ambos casos, el problema es de salud mental, muy común en adolescentes, en muchas ocasiones inducidos por los medios de comunicación y el entorno social, de los que reciben mensajes para que busquen modelos a los que parecerse y con los que se puedan identificar.

- **La anorexia** se caracteriza por un miedo excesivo a engordar y por una distorsión de la imagen corporal que hace que las personas se sientan y vean gordas cuando no lo están. Como consecuencia, cada vez comen menos, realizan más ejercicio físico intenso, o utilizan diuréticos y laxantes, produciendo una pérdida excesiva de peso que, en fases más avanzadas, llega a poner en peligro su vida por desnutrición y por problemas circulatorios.
- **La bulimia** es una pérdida del control de la comida que conduce a atracones compulsivos, seguidos de vómitos provocados, todo ello también por el miedo a engordar.



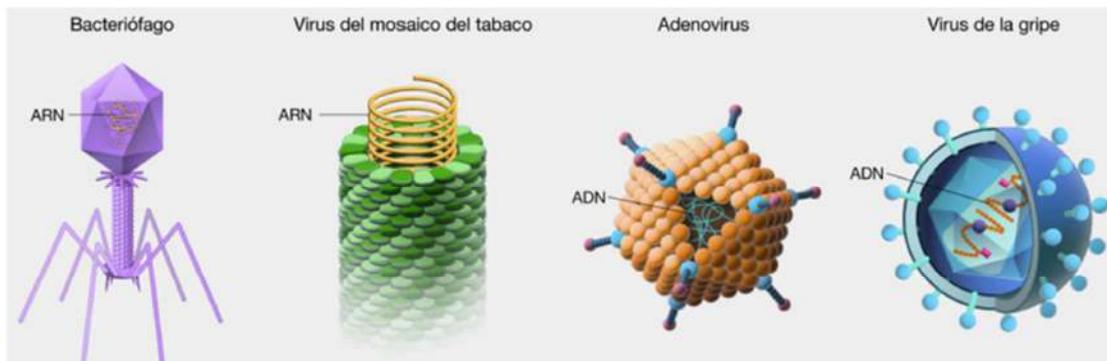
Los accidentes de tráfico producen numerosos muertos cada año, además de lesiones medulares a muchas personas que, en el mejor de los casos, se ven obligadas a usar una silla de ruedas durante toda la vida. Una de las principales causas es el consumo de alcohol y drogas asociado al ocio, especialmente entre los menores de 25 años. Estas sustancias disminuyen los reflejos, crean una falsa seguridad en sí mismo y la adopción de conductas temerarias, alteraciones sensoriales, somnolencia, cansancio y fatiga muscular.



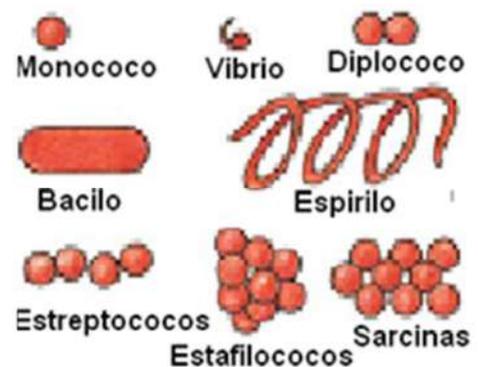
2.2. LAS ENFERMEDADES INFECCIOSAS

Son las producidas por microorganismos, que son seres de tamaño inferior a 0,1 mm que sólo pueden ser vistos al microscopio. Pueden estar formados por una sola célula, por varias e incluso pueden ser estructuras acelulares:

- **Los virus:** son estructuras vivas muy pequeñas formadas por un estuche o cubierta de proteínas llamada cápsida que contiene un ácido nucleico (ADN o ARN, nunca los dos). No tienen estructura celular (son acelulares), pero son capaces de realizar las funciones de relación y reproducción, pero no de nutrición.



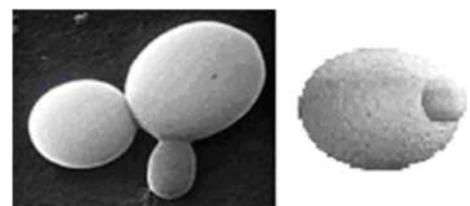
- **Las bacterias:** son organismos unicelulares procarióticos, es decir sin membrana nuclear. Disponen de membrana plasmática y pared celular. Algunas tienen una tercera capa llamada cápsula; otras poseen flagelos. En el citoplasma hay gran cantidad de ribosomas y en una zona del citoplasma se halla el material genético.



- **Los protozoos:** son organismos unicelulares eucarióticos. Viven en agua dulce, en el mar y algunos en líquidos que forman parte de organismos pluricelulares, como la sangre.



- **Los hongos:** son organismos unicelulares o falsos pluricelulares eucarióticos y heterótrofos. Viven en lugares húmedos sobre materia orgánica muerta (hongos saprofitos), en el interior o exterior de otros seres vivos, a los que perjudican (hongos parásitos, que son los que producen enfermedades), o asociados a algas formando los líquenes (hongos simbióticos).

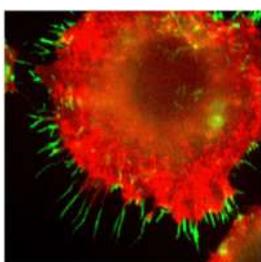


Las enfermedades infecciosas se transmiten de persona a persona, extendiéndose así la enfermedad mediante diferentes formas de **contagio**:

- **Por inhalación** de gotitas de agua o saliva cargadas de gérmenes, que van dejando las personas cuando tosen o estornudan a poca distancia. De este modo se transmiten los constipados, la gripe, la difteria o la tuberculosis.
- **Por ingestión** de líquidos o comidas contaminadas por microbios procedentes de recipientes sucios, manos sucias, moscas, ratones o animales domésticos. Por ejemplo la salmonelosis producida por la bacteria *Salmonella* que ocasiona trastornos digestivos importantes debido a que los alimentos están contaminados con ella. El cólera se transmite a través de aguas contaminadas.
- **Por contacto directo** con otras personas o con objetos contaminados. Por ejemplo la sífilis y la gonorrea, son dos enfermedades que se propagan por contacto sexual, ya que las bacterias que las ocasionan mueren rápidamente fuera del cuerpo. Otros ejemplos pueden ser una enfermedad causada por hongos, como el pie de atleta, u otras como la lepra, la viruela, la varicela y el sarampión.
- **Por contacto indirecto**, por determinadas actuaciones humanas que favorecen la transmisión de gérmenes, como transfusiones de sangre o el uso de instrumental médico (jeringuillas o bisturís), que pueden ser la causa de contagios de hepatitis o de SIDA.
- **Por insectos y otros vectores.** (Se llaman vectores a los animales que transmiten la enfermedad transportando el microbio que la produce). Así se origina una enfermedad tan peligrosa como la malaria, causada por un protozoo "plasmodio", típica de zonas pantanosas y que provoca cada año la muerte de más de tres millones de personas en todo el mundo.



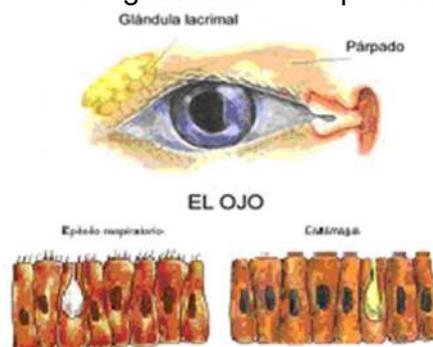
2.2.1. DEFENSAS FRENTE A LAS INFECCIONES



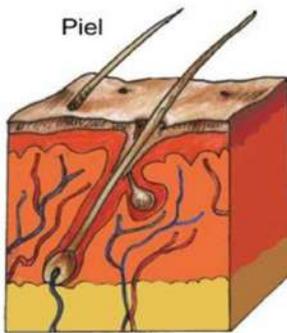
Los seres vivos han desarrollado una complicada red de defensas o barreras con el fin de evitar la entrada de microorganismos. Estas defensas pueden ser **inespecíficas** (como la piel, las mucosas las células especializadas en la fagocitosis, los macrófagos, transportados por la sangre y la linfa) o **específicas** (como los glóbulos blancos y su acción inmunitaria).

La piel y las mucosas son las primeras estructuras defensivas que presenta un organismo. La piel es una barrera muy efectiva, ya que los microorganismos sólo pueden atravesarla si hay rotura o herida; las mucosas son mucho más frágiles, aunque en los orificios naturales del cuerpo, las células de las mucosas que lo recubren, producen secreciones con actividad antimicrobiana.

Así, en los **ojos**, las glándulas lacrimales segregan con las lágrimas una sustancia, la lisozima, que impide el desarrollo de bacterias. Por su parte, el movimiento de los párpados distribuye este líquido por toda la superficie del ojo con un efecto de lavado muy eficaz.



TEMA 6: GENÉTICA, SALUD Y ENFERMEDAD



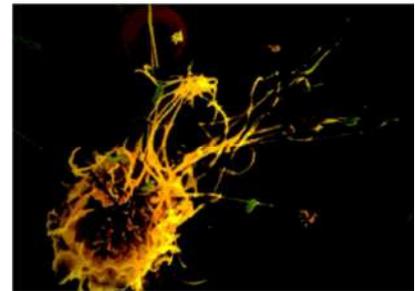
La nariz y las vías respiratorias están tapizadas por células ciliadas, entre las cuales existen células secretoras de un mucus o mucosidad en el que se pegan todas las partículas sólidas que hayan podido entrar con el aire inspirado. A la vez, el movimiento de los cilios va empujando todo ello hacia el exterior.

El estómago y la vagina poseen un alto grado de acidez que dificulta o impide el desarrollo de microorganismos o microbios.

Las glándulas sebáceas segregan una sustancia grasa que junto con el sudor y las células muertas que se van desprendiendo de la superficie de la piel, forma una capa ácido-grasa que nos protege

de los gérmenes. Al desprenderse estas células muertas se van con ellas los microbios que se han depositado allí, antes de que puedan penetrar en el organismo.

Por si fueran rebasadas las barreras externas inespecíficas, disponemos de un segundo sistema defensivo inespecífico, formado por los **fagocitos**, que son células especializadas que eliminan elementos extraños para el organismo "fagocitando" a los elementos extraños. Esto significa que tratan a estos elementos como si fueran su alimento, introduciéndolos en una vacuola (vacuola fagocítica) mediante unos salientes del citoplasma llamados pseudópodos; luego los digieren (vacuola digestiva) con ayuda de unas sustancias llamadas "enzimas digestivos", con lo cual quedan destruidos.



Los elementos extraños pueden ser, microbios, células muertas, o células transformadas en cancerosas u otro tipo de células anormales. Las células más importantes que realizan fagocitosis son los macrófagos, células del tejido conjuntivo (el que está, entre otros sitios, bajo la piel) que se caracterizan por poseer pseudópodos que les sirven tanto para desplazarse desde el torrente circulatorio, atravesando las paredes de los capilares, hasta donde está la infección, como para realizar su función fagocítica.

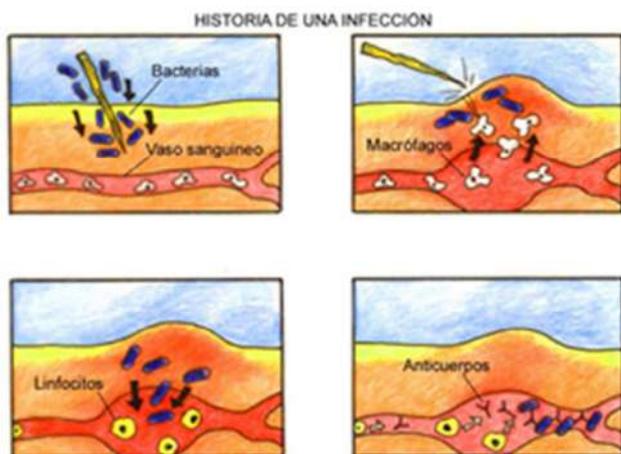
2.2.2. LA ACCIÓN INMUNITARIA

El organismo es capaz de reconocer elementos extraños (microorganismos, células de otro ser vivo, etc.) que hayan podido entrar en él. Ese reconocimiento es posible porque el elemento extraño posee ciertas moléculas, llamadas **antígenos**, que solamente él tiene. Hay varios tipos y, de cada uno de ellos, miles de ejemplares en cada microbio. Algunos son reconocidos inmediatamente por el organismo, que reacciona fabricando contra el antígeno unas sustancias, llamadas **anticuerpos**, capaces de reconocerlo y de unirse a él, destruyendo finalmente al microorganismo o la célula portadora del antígeno mediante diversos mecanismos.

Algunas de las características de la acción inmunitaria son:

1. Los antígenos son señales que ponen en alerta al organismo, que reacciona fabricando anticuerpos.
2. Cada anticuerpo solamente actúa contra un antígeno: antígeno y anticuerpo están hechos "el uno para el otro".
3. Las actuaciones del sistema inmunitario se realizan en varios frentes y ordenadamente hasta eliminar al invasor.





Todo lo anterior puede entenderse con el siguiente ejemplo: supongamos que te pinchas con una punta en la cual había bastantes ejemplares de una determinada bacteria. El pinchazo hace que esa bacteria entre en tu cuerpo y, una vez allí, empieza a reproducirse. Todos sus descendientes tendrán los antígenos que corresponden a esa especie. Y llega un momento en que los linfocitos (un tipo de glóbulos blancos de la sangre) se ponen en contacto con el antígeno, empezando inmediatamente a fabricar el anticuerpo correspondiente.

Cada linfocito fabrica miles de moléculas de anticuerpo, siguiendo una de estas dos estrategias:

- **Los linfocitos B** liberan al medio los anticuerpos para atacar al portador del antígeno.
- **Los linfocitos T** retienen los anticuerpos en su membrana para atacar a la célula portadora del antígeno.

Estos mecanismos defensivos no sólo se ejecutan sobre microbios patógenos, sino que a veces también se usan para eliminar células de otro organismo que hayan entrado accidentalmente en el nuestro, para limpiar el organismo de células muertas o restos celulares (labor propia de los macrófagos), o para destruir células propias que se han transformado en cancerosas (en este caso, el problema es que muchas veces estas células no se detectan por ser propias, de ahí la gravedad de estas enfermedades).

2.2.3. SUEROS Y VACUNAS

Cuando los linfocitos han aprendido a fabricar un anticuerpo (cosa que les lleva unos cuantos días) ya no lo olvidan, de modo que, si vuelve a aparecer el microorganismo, se ponen inmediatamente a fabricar anticuerpos y aquél es rápidamente eliminado. Por eso una persona que ha padecido el sarampión ya no lo volverá a padecer.

Desgraciadamente, en algunos microorganismos causantes de enfermedades, como el virus de la gripe, cada año se producen cambios en sus antígenos y, como los anticuerpos ya no valen, el microbio se desarrolla causando la enfermedad.

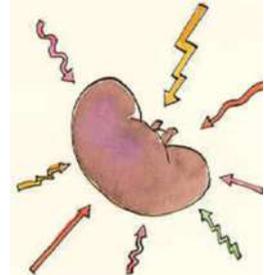
Pero podemos tomar anticuerpos de la sangre de alguien que haya padecido una enfermedad, guardarlos e inyectárselos a otra persona cuando empiece a tener los síntomas de la enfermedad. Mientras le queden anticuerpos de los que se le han inyectado no padecerá la enfermedad. A este procedimiento se le llama sueroterapia y al líquido con los anticuerpos se le llama **siero**.

También podemos engañar al sistema defensivo haciéndole creer que llega un invasor. Por ejemplo, inyectando en una persona antígenos del microbio o el propio microbio, pero muerto. Así no hay posibilidad de que se desarrolle la enfermedad, pero los linfocitos fabricarán anticuerpos y, lo que es mucho más importante, recordarán para siempre cómo se fabrican. A este procedimiento se le da el nombre de vacunación y lo que se inyecta es la **vacuna**. Hay vacunas contra muchísimas enfermedades; alguna de ellas ha sido tan eficaz, que la enfermedad ha desaparecido de la Tierra, como es el caso de la viruela.



2.2.4. EL SISTEMA INMUNITARIO Y LOS TRASPLANTES DE ÓRGANOS

Como la misión del sistema inmunitario es defender el organismo, debe saber distinguir los elementos extraños de los propios, de manera que estos no sean atacados. El modo de identificar a las células es mediante los antígenos que llevan en su membrana. Estos antígenos dependen de los genes y son diferentes en unas y otras personas. Cuando se trasplanta un órgano, el cuerpo receptor interpreta que han entrado células invasoras y las ataca. Esta reacción defensiva es tanto más enérgica, cuanto más diferentes son los antígenos y, como éstos dependen de los genes, la posibilidad de rechazo es menor cuanto más próxima es la relación familiar entre donante y receptor, ya que tendrán más genes iguales. Si fuesen hermanos gemelos tendrían exactamente los mismos genes y el trasplante no sería rechazado.



Existen bancos de datos en los que están registrados qué antígenos poseen los posibles receptores. Cuando existe un donante (por ejemplo, alguien fallecido en un accidente) se hace el análisis de sus antígenos y se comparan con los que hay en el banco de datos, seleccionando a la persona más parecida, que es urgentemente llamada para la operación.

Normalmente habrá riesgo de rechazo y, para hacerlo mínimo, se recurre a ciertos medicamentos que frenan a la parte del sistema inmunitario que actúa en estos casos. Así se ha logrado salvar muchísimas vidas.

2.2.5. INFECCIONES VÍRICAS DE ESPECIAL GRAVEDAD: VIH Y COVID19

El **VIH** (Virus de la Inmunodeficiencia Humana) está formado por una cápsida (cubierta) de proteínas que rodea dos moléculas idénticas de ARN (ácido ribonucleico), que es portador de la información genética del virus. El conjunto está protegido por una estructura de proteínas y lípidos, semejante a la membrana plasmática de las células.

El VIH es el responsable del SIDA, una enfermedad que surgió en el último cuarto del siglo XX y para la que todavía no se ha conseguido una vacuna eficaz, aunque sí reducir sus efectos letales. Este virus produce una progresiva destrucción del sistema inmunitario, ya que ataca al mismo centro de mando del sistema inmunitario (los linfocitos T4), paralizando las defensas, incluso antes de que éstas se organicen para combatirlo, tal como se muestra en el esquema.

La palabra SIDA significa “Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida”:

S : Síndrome (conjunto de síntomas).

I : de Inmuno.

D : Deficiencia (debilitamiento importante del sistema inmunitario).

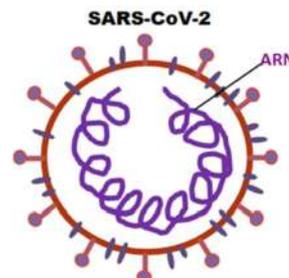
A : Adquirida (no hereditaria, sino debida a un virus, contraída por el enfermo durante su vida).



Las principales vías de transmisión del VIH son:

- Transmisión sexual.
- Uso compartido de agujas, de jeringuillas y de instrumentos contaminados.
- Transfusiones sanguíneas e inyección de productos sanguíneos.
- De la madre infectada al feto.

El **COVID19** (o SARS-CoV2, de Coronavirus-2 causante del Síndrome Respiratorio Agudo y Severo) tiene una estructura similar a la del VIH (esférico, con una cápsida proteica y ARN en su interior), por lo que actúa liberando su ARN en las células que infecta (del aparato respiratorio) y las utiliza para hacer nuevas copias.



Es el responsable de la mayor pandemia ocurrida como consecuencia de su facilidad de contagio y porque afecta al aparato respiratorio de tal modo que entre los años 2020 y 2023 produjo casi diez millones de muertes y cientos de millones de contagios en todo el planeta.

Su principal vía de contagio es la inhalación de gotas de saliva con gérmenes del virus producidas al toser, estornudar o respirar en espacios cerrados.



Gracias a las drásticas medidas adoptadas (uso de desinfectantes, mascarillas, aislamiento de enfermos y confinamiento de la población, entre otras), así como el desarrollo de una nueva generación de vacunas específicas de tipo ARN-m, se han podido frenar sus efectos, a pesar de seguir causando graves daños, especialmente en sectores de la población cuyo sistema inmunitario se encuentra más débil.

A diferencia de las vacunas convencionales, las de ARN mensajero no utilizan material vírico atenuado, sino una cadena de ARN obtenida de la secuenciación del ADN que codifica los antígenos del virus, lo que permite que las células del organismo fabriquen fragmentos de las proteínas del antígeno que inducen al sistema inmunitario para que fabrique los correspondientes anticuerpos sin riesgo de infecciones.

Otro problema que plantea este virus es su capacidad para mutar con rapidez, lo que justifica el hecho de que haya personas que han sufrido varias veces la infección, a pesar de haber sido vacunadas varias veces.

2.2.6. LOS MEDICAMENTOS

Podemos ayudar a nuestro organismo a eliminar los microbios perjudiciales mediante sustancias que sean venenosas para ellos y, naturalmente, que no lo sean, o lo sean poco, para nuestras células.



Algunos medicamentos matan a los microorganismos, otros impiden que se reproduzcan, otros hacen que los productos tóxicos que fabrican no nos hagan daño, los hay que estimulan el sistema defensivo, etc.

También hay medicamentos que evitan los efectos de la infección sin eliminar o atacar al microbio. Por ejemplo, los que se toman contra la gripe, que no afectan al virus y nos evitan parte de las molestias, incluso pueden salvar la vida de personas delicadas.

2.3. PRIMEROS AUXILIOS

Son actuaciones que se realizan urgentemente a una persona lesionada, enferma o accidentada y tiene por finalidad reducir los efectos de la lesión, enfermedad o el accidente, no sustituir al médico.



Los primeros auxilios se realizan en situaciones anormales, por lo que debes:

1. Tener calma.
2. Observar la situación.
3. Pensar de qué forma puedes ayudar.
4. Actuar de forma rápida, eficaz y con precisión.
5. No hacer nada que no sepas hacer.

La zona en la que se ha producido un accidente puede ser peligrosa, por lo que si tienes que asistir a personas afectadas, debes tomar precauciones como estas:

1. Asegúrate de que no hay peligro: un cable suelto con corriente eléctrica o combustible en el suelo puede provocar otro accidente y lesiones a aquellas personas que acuden a prestar ayuda.
2. Señalizar la zona afectada para evitar otros accidentes.
3. Protégete para evitar posibles daños: no olvides utilizar el chaleco reflectante si actúas en la carretera y sales de un coche.
4. Observa a la víctima y protégela de nuevos daños.
5. Pide ayuda: si es necesario llama al teléfono de emergencia **112**, pero antes debes tener claras las siguientes cuestiones:
 - **¿Dónde?:** lugar en el que se encuentra la víctima, localidad, calle, portal, piso, punto kilométrico...
 - **¿Qué?:** describe claramente lo que ha pasado, un atropello, una caída, un desvanecimiento.
 - **¿Cómo se encuentra?:** breve descripción del estado de la víctima.
6. Habla despacio y con claridad, e indica, si es posible, un teléfono de contacto.
7. Aplica las medidas de urgencia y espera a que llegue el personal sanitario.



2.3.1. NORMAS GENERALES

1. No muevas al accidentado, puede tener traumatismos en la columna o en la cabeza.
2. Busca los signos vitales:
 - La consciencia: habla al accidentado, trata de tranquilizarlo y anímale.
 - El pulso: pon la mano sobre su corazón o con los dedos índice y corazón presiona en el cuello, al lado de la laringe (la nuez), o en la base del cuello por encima de la clavícula.
 - La respiración: pon tu oreja cerca de su boca y escucha si respira. Observa si sube y baja la caja torácica.
 - Hemorragias. observa si hay pérdida de sangre y, si se produce, intenta cortarla.

3. Coloca al accidentado en posición de recuperación o espera.



4. Mantén abrigado al accidentado (pero no acalorado).
5. No le des comida, bebida, ni tabaco.

2.3.2. MANIOBRAS MÁS COMUNES EN PRIMEROS AUXILIOS

1. Desinfección de heridas.

La piel es una barrera para la entrada de gérmenes. Cuando se produce una herida, la barrera se rompe y los gérmenes penetran en el interior del cuerpo. Para que esto no suceda debemos limpiar la zona afectada. Para ello, debes proceder de la siguiente manera:

- Lávate las manos, así disminuyes la posibilidad de infección.
- Limpia la zona alrededor de la herida con agua y jabón, desde la zona de la herida hacia fuera.
- Limpia la herida con agua y jabón. Procura que no quede ningún cuerpo extraño, como un grano de arena. Si hay que extraer algún cuerpo extraño utiliza unas pinzas esterilizadas a la llama.
- Utiliza un desinfectante, como por ejemplo, una solución yodada.
- Si la herida ha sido producida por un objeto punzante hay que presionar la zona para que salga sangre. Así se limpia desde dentro hacia fuera.



2. Hemorragias.

Una hemorragia se produce al seccionar un vaso sanguíneo. Para impedir que el accidentado se desangre, debes comprimir fuertemente la herida con un paño limpio de tela. No uses pañuelos de papel ni bolas de algodón, ya que se deshacen. Si el paño se empapa, coloca otro encima. No retires el anterior y continúa comprimiendo la herida.

No realices un torniquete, ya que podrías provocar más daños.

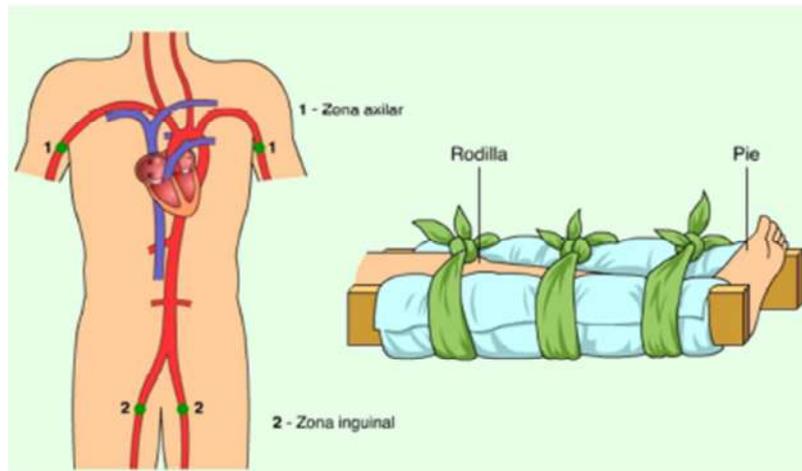
Cuando la sangre sale del cuerpo con lentitud, proviene de un vaso venoso. Si la herida está en un brazo o una pierna, levanta la extremidad para disminuir la pérdida de sangre.

Cuando la sangre mana deprisa, proviene de un vaso arterial. Si la herida se encuentra en una extremidad, presiona fuertemente la arteria que aporta la sangre. La presión debe ser ejercida en los puntos de compresión arterial que se encuentran en las ingles y las axilas.

3. Fracturas.

La fractura es una rotura de un hueso. Puede ser abierta, cuando el hueso atraviesa la piel, o cerrada, si la piel no se rompe. Actúa de la siguiente manera:

- Si es en una extremidad, coloca unas tablillas almohadilladas desde la articulación superior hasta la articulación inferior a la zona de fractura.
- Cuando la fractura es abierta hay que cortar o controlar la hemorragia. No uses desinfectantes.
- Si la zona que consideras afectada es la espalda o el cuello no muevas al accidentado. Cuando esto no es posible, introduce una tabla por debajo del herido y sujétale la cabeza y el cuerpo a la tabla para que no se mueva en el traslado.



4. Parada cardiaca.

Cuando el corazón deja de latir y se para, la sangre deja de circular por el organismo. El oxígeno que necesitan los tejidos para sobrevivir no llega, provocando su muerte. Para que esto no ocurra, debemos hacer el masaje cardiaco. Así el corazón impulsará la sangre.



La compresión (empujón) del masaje cardiaco debe durar aproximadamente un segundo. Así, se habrán realizado 60 compresiones, "latidos", en un minuto.

El masaje cardiaco debe realizarse hasta que el corazón de la víctima vuelva a funcionar. Esto supone para el socorrista un gran esfuerzo. Por eso es recomendable que haya dos personas para realizar el masaje por turnos.

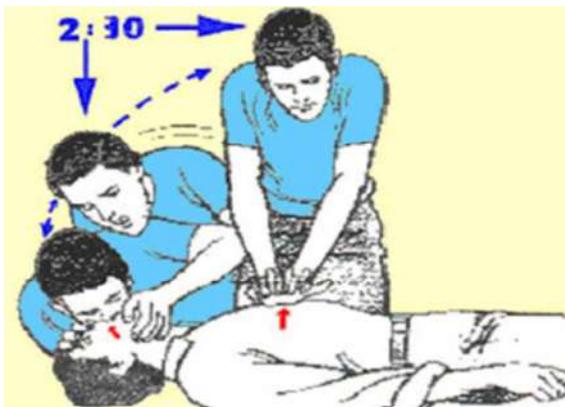
5. Asfixia.

La asfixia se produce cuando el aire no penetra en los pulmones de la víctima. Esto suele ser debido a una obstrucción en la primera parte del tracto respiratorio.

Cuando un objeto obstruye la garganta **nunca se deben introducir los dedos** en la faringe, ya que se puede empujar el objeto hacia el interior. En estos casos se debe utilizar la **maniobra de Heimlich**, que consiste en presionar la parte superior del abdomen para que el aire de los pulmones salga de forma explosiva, expulsando el objeto que obstruye las vías respiratorias.



Si no se observa que el tórax asciende cuando se insufla el aire es porque hay una obstrucción en las vías respiratorias. ¡Realiza la maniobra de Heimlich!



Cuando no hay obstrucción en la garganta se realiza el **boca a boca** alternando el masaje cardíaco y ventilaciones pulmonares (**dos insuflaciones cada 30 compresiones**). Como es lógico, si el accidentado es un niño o un bebé, se modera la fuerza del masaje y con la que se insufla el aire.